APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - France

EVAPM

n° 176

OBSERVATOIRE

DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Par des enseignants — Pour les enseignants

ÉTUDE PREMIÈRE S 2005

Évaluation des acquis des élèves
à la fin du second trimestre

Analyse des résultats

ACTION CONDUITE :

- **Avec le concours de l'INRP (Institut National de la Recherche Pédagogique)**

et le soutien de :

- la DESCO (Direction de l'enseignement scolaire)
- l'inspection générale de mathématiques
- l'ADIREM (Assemblée des directeurs d'IREM - Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques)

EVAPM

Étude Première S

2005

APMEP

l'Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26 rue Duméril – 75013 PARIS
Tél. 01 43 31 34 05 – fax : 01 42 17 08 77 – mel : apmep@apmep.asso
Site : http://www.apmep.asso.fr

Fondée en 1910, toujours dynamique, l'APMEP, c'est :

- **Une réflexion collective** sur le métier d'enseignant de mathéma-tiques et les conditions de son exercice, de la maternelle à l'université, notamment en collège et lycée ;
- **des interventions suivies** sur l'actualité et des projets à moyen terme ;
- **des textes de base** (chartes, problé-matiques, prospective bac, ...) pour les objectifs à long terme ;
- **un observatoire** (EVAPM) de l'impact des programmes du second degré ;
- **des publications de référence** pour apprendre, enseigner, apprendre à enseigner les mathématiques (Bulletin Vert, Plot, Brochures,...) ;
- **une revue pour les « débutants » : PLOT** ;
- **une information rapide des adhérents** : le BGV, un site Internet, Publimath ; ...
- **des instances élues** définissant ses positions ;
- **une organisation décentralisée** en « Régionales » qui ont leurs activités propres et sont des relais entre l'organisation nationale et les adhérents de tous horizons.

L'APMEP agit

- en réunissant en commissions et groupes de travail, sur des thèmes variés, permettant de mettre en commun leur expérience et d'élaborer critiques et propositions
- en adoptant sa ligne d'action en accord avec ses adhérents ;
- en la défendant auprès de toutes les instances concernées.

L'APMEP propose ainsi :

- des choix et des pistes d'action ;
- des outils pour renforcer l'efficacité de l'enseignement de cette discipline.

L'APMEP organise des :

- journées nationales, chaque année sur un site et un thème différents :
  - 2000 : Nice, *Maths en Méditerranée*
  - 2001 : Lille, *Maths au carrefour de l'Europe*
  - 2002 : Rennes, *Images des maths, maths des images*
  - 2003 : Pau : *Mathématiques de la Terre aux étoiles*
  - 2004 : Orléans, *Mathématiques et environnement*
  - 2005 : Caen, *Math ématiques à la mode de ...*
  - 2006 : Clermont Ferrand, *les mathématiques, un volcan actif ?*
- rencontres régionales ;
- séminaires et des « universités d'été ».

En adhérant à l'APMEP, vous pourrez :

- participer à la vie de l'association et à la définition des positions qu'elle défend ;
- contribuer à ses productions, les soutenir par la cotisation et toute implication plus poussée ;
- recevoir chez vous les informations d'actualité sur les mathématiques et leur enseignement ;
- **bénéficier de réductions importantes sur toutes les brochures qu'elle propose.**

Cette brochure contient les résultats de l'évaluation menée en avril 2005, en classe de Première S, ainsi que leur analyse.

Elle fait partie de la collection des brochures EVAPM réalisées depuis 1987 qui concernent tous les niveaux du collège et du lycée général, technologique ou professionnel.

Cette évaluation, qui n'est pas organisée par l'institution, a été réalisée par des enseignants de l'APMEP avec le soutien financier de l'INRP : elle vise à informer l'ensemble des enseignants de mathématiques sur les connaissances et compétences acquises effectivement en Première S et à évaluer l'impact des nouveaux programmes et horaires à ce niveau. Nous avons utilisé des exercices des évaluations antérieures pour estimer les évolutions et créé des exercices inédits sur les sujets nouveaux.

La brochure est susceptible d'intéresser un public plus large : professeurs d'autres disciplines, étudiants, chercheurs, membres de l'administration, parents d'élèves...

Nous vous souhaitons une bonne lecture !

L'équipe EVAPM lycée

Des structures efficaces
sur la base du bénévolat intégral :
un Comité et un Bureau National,
des Commissions Nationales par niveau
et par thèmes

26 Régionales
organes de liaison avec les autorités pédagogiques et administratives de la Région (IREM, IUFM, IPR, ...) relais essentiels entre le National et les adhérents, avec parfois leurs propres bulletins

Les Journées Nationales
temps fort de l'Association, sur 3 ou 4 jours, déplaçant près de 1000 enseignants de mathématiques.
Organisées, chaque année, en des lieux et sur des thèmes différents, avec des conférenciers, des ateliers, des débats, ...

Un secrétariat permanent
26 rue Duméril - 75013 PARIS
Courriel : apmep@apmep.asso.fr

Le BGV
Bulletin à Grande Vitesse
pour cerner rapidement l'actualité mathématique et associative

Un Serveur
http://www.apmep.asso.fr

Mathématiques au Collège
Base d'exercices sur disquettes, en collaboration avec le CNDP

l'APMEP c'est ...

EVAPM
Evaluation par l'APMEP de l'impact des programmes

ClasMath
Classeur de documents informatisés pour le Lycée

PLAQUETTE D'INFORMATION (48 P.)
sur les positions de l'APMEP, les brochures, ... , disponible - franco de port - sur simple demande.

Des BROCHURES APMEP et des Cédéroms
par niveau d'enseignement et par secteur
Avec réduction de 30% aux adhérents.
Co-éditions et co-diffusions à prix réduits d'autres ouvrages

Des Groupes de Travail
selon les besoins, et sur projets, comme : jeux
Prospective-Bac
Problématiques Lycée
Réflexion sur les programmes de Collège ...

Le BULLETIN VERT
6 numéros
avec :
-des articles de fond
-d'autres "**dans nos classes**"
- des problèmes
-une riche documentation
- un dossier par numéro

PLOT 2003
Revue tournée préférentiellement vers les "débutants". 4 numéros par an (160 pages environ)

PUBLIMATH
Banque bibliographique de données sur INTERNET en coopération avec les IREM

Table des matières

Avertissement

L'évaluation présentée dans cette brochure a été préparée au cours de l'année scolaire 2004–2005 par et pour les professeurs de mathématiques de l'APMEP et leurs collègues. Organisée à l'initiative de l'APMEP, elle a reçu l'appui de l'INRP et a été financée par l'APMEP, l'INRP et par la participation financière des établissements qui ont pris part avec leurs élèves à ces opérations.
L'évaluation de Première S 2005 a été conduite de façon à permettre des comparaisons avec l'étude précédente faite à ce niveau en 1993, Le lecteur peut se procurer les brochures EVAPM sur cette étude (n° 107, n° 108) que l'on peut commander à l'APMEP.
L'un des objets de cette nouvelle étude est de mesurer l'impact des nouveaux programmes et des nouveaux horaires de Première S, mais aussi celui des évolutions dans les classes antérieures.
Même si nous avons tenté de passer en revue l'ensemble des contenus de l'actuel programme de Première S, cette étude est beaucoup plus modeste que la précédente, à la fois par le nombre d'épreuves mises en place, le nombre de classes qui y ont participé et par l'effectif réduit de l'équipe EVAPM. Cela nous a permis de diffuser rapidement les résultats statistiques, mis en ligne dès le début du mois de mai 2005 et les collègues ont pu en tirer parti au cours du troisième trimestre.

Les épreuves

Nous avons mis en place deux séries de trois types d'épreuves :
- Les épreuves de type A sont des vrai-faux à résoudre sans calculatrice. Pour tenter d'éviter les réponses au hasard nous proposons toujours trois réponses : V (vrai), F (faux), Jnsp (je ne sais pas). L'utilisation de Vrai-Faux est une tradition dans EVAPM, elle permet de balayer rapidement des sujets variés. L'introduction de QCM au baccalauréat incite en outre à s'y intéresser davantage : nous espérons apporter ainsi des outils utiles à nos collègues.
- Les épreuves de type B sont des questions à réponse ouverte courte (QROC) pour lesquelles la calculatrice est autorisée : l'élève écrit sa réponse, justification incluse, dans un cadre préparé à l'avance sur la feuille d'énoncé. Les compétences évaluées, qu'il s'agisse d'un calcul, d'une construction, d'un élément de démonstration, de la connaissance d'une définition, sont délimitées avec précision.
- Les épreuves de type C sont des questions à réponses rédigées (QRR) pour lesquelles la calculatrice est autorisée : cette forme permet des énoncés plus ouverts, où l'élève a une part d'initiative plus importante avec éventuellement des démarches en plusieurs étapes. La réponse est rédigée sur une feuille de copie usuelle. Ce type d'épreuve est a priori plus difficile à réaliser et à analyser, mais l'annonce d'exercices « avec prise d'initiative » au baccalauréat devrait susciter l'intérêt de nos collègues pour ces énoncés.

La plupart des épreuves sont « composites », c'est à dire qu'elles font voisiner des questions provenant de domaines différents. L'élève doit donc rapidement passer d'un domaine à un autre. L'expérience montre que les réussites sont moindres dans ce contexte que lorsqu'on propose aux élèves des tâches plus homogènes.

Ces épreuves sont téléchargeables au format pdf sur le site de l'APMEP.
Le temps laissé pour chaque passation a été de 55 minutes supérieur au temps estimé pour réaliser l'épreuve complète.
Le programme de Première S est rédigé sans mention de compétences exigibles : nous avons donc listé nous-mêmes les compétences qu'il sous-entend.
Les questions ont été repérées suivant plusieurs critères. Nous avons en particulier utilisé une classification des niveaux de compétence et une classification de la complexité cognitive (de A à E) dérivée de la taxonomie de Régis Gras. Le lecteur peut trouver les documents correspondants sur le site de l'APMEP.

La participation

Environ 130 classes ont passé les épreuves, ce qui représente approximativement 5 000 élèves. La participation des professeurs est totalement volontaire. Les enseignants concernés se sont donné la tâche de convaincre leur administration de l'intérêt de l'étude et de trouver le financement nécessaire (environ 1 € par élève, ce qui est loin de couvrir les frais de l'étude)
De plus, les enseignants ont eu en charge le travail de codage des copies et la saisie des résultats sur fichier informatique. En tout un travail considérable, sans lequel une étude de ce type ne pourrait avoir lieu, et qu'il convient de saluer ici.
Cette participation volontaire des enseignants génère évidemment un biais. Ce biais est difficile à mesurer, mais des recoupements que nous avons pu faire lors d'étude précédentes, en comparant avec des études sur échantillons représentatifs, nous permettent d'affirmer que ce biais est léger. Sous réserve d'inventaire, il nous semble possible d'étendre à l'ensemble de la population scolaire concernée, les résultats que nous observons sur notre sous-population (en prenant toutefois un intervalle de confiance de ±3 % (voir chapitre 5).

Définitions

Score moyen d'une épreuve : c'est la moyenne des scores observés pour les items de cette épreuve ;

Réussite conjointe à plusieurs items : c'est le pourcentage d'élèves qui ont réussi tous les items concernés.

Lecture des résultats question par question

(dans le texte des analyses et dans l'annexe II)

Dans tous les cas :

- Les items « Question exclue », « Question non abordée » et « L'élève a abordé la question », portent sur l'ensemble des élèves qui ont passé les épreuves.
- L'item « Question exclue » donne le pourcentage d'élèves pour lesquels la question a été exclue par les professeurs.
- L'item « L'élève a abordé la question » doit être lu : « l'élève était censé aborder cette question et l'a effectivement abordée ».
- L'item « Question non abordée » doit être lu : « l'élève était censé aborder cette question et ne l'a pas abordée ».

Sur ces trois items les pourcentages mentionnés sont alors calculés sur l'ensemble des élèves qui ont passé cette épreuve.

Dans le cas des questions B et C :

Les pourcentages concernant les items proprement dits sont calculés par rapport aux élèves qui étaient censés aborder la question et non sur l'ensemble des élèves qui ont passé l'épreuve. Ces pourcentages ne sont pas nécessairement des taux de réussite : ils peuvent concerner des types de démarche, des types d'erreurs, etc.

Par exemple, une question que 90 % d'élèves étaient censés aborder est résolue correctement par 62 % des 90 %, c'est-à-dire 55,8 % de l'ensemble des élèves qui ont passé les épreuves.

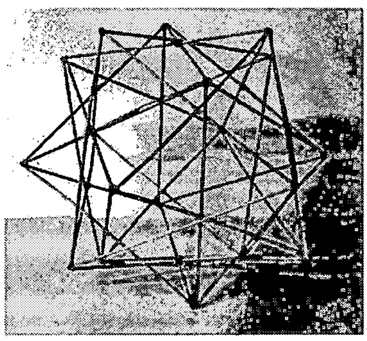
Dans le cas des Vrai-Faux (type A) :

Les pourcentages concernant les items proprement dits sont aussi calculés par rapport aux élèves qui étaient censés aborder la question, mais, dans ce cas, ce sont toujours des taux de réussite aux items (pour lesquels la bonne réponse pouvait être « V(rai) » ou « F(aux) »).

Dans le cas des **Vrai-Faux**, le pourcentage de réussite conjointe est le seul pourcentage qui peut vraiment être interprété comme un pourcentage de réussite. Pour les QCM, les résultats de réponses exactes par item mélangent on le sait, des réussites dues à la maîtrise des notions avec les réussites dues à des devinettes ou autres procédures douteuses. C'est d'ailleurs pour cela que les réponses aux items peuvent être contradictoires (et qu'elles le sont assez souvent dans notre cas).

Université d'été
Saint Flour (Cantal)
22-27 août 2004

LA PLACE DES MATHÉMATIQUES VIVANTES DANS L'ÉDUCATION SECONDAIRE



Brochure APMEP n° 168
ISBN : 2-912846-46-3

Actes de l'Université d'été d'Animath

RÉSUMÉ Cette brochure rassemble une vingtaine de contributions de chercheurs venus d'horizons très divers et d'enseignants de terrain pour tenter de découvrir les nombreux aspects de la vie des mathématiques, aujourd'hui ou dans le passé, et de suggérer de multiples pistes pour y faire participer les élèves et susciter leur passion.

Trois ateliers ont mis chacun en situation d'élèves face à des activités de recherche : - Les situations de recherche pour la classe - Le dispositif MATh.en.JEANS - Les objets et les images en mathématiques. Quatre conférences de type "promenade", telles que les chercheurs proposent aux enseignants de venir en donner dans leur établissement, trois autres sur ce que pourrait être une irruption de mathématiques vivantes dans le secondaire, trois exposés sur les activités de popularisation soutenues par des TICE. Enfin une table ronde a permis à tous, en particulier à ceux venus d'un autre pays, de s'exprimer et de regretter les tensions entre programmes et démarche scientifique.

Cette brochure rend compte fidèlement de l'intense activité des participants qui se poursuit par courrier électronique. Sa lecture fournira de nombreuses idées à tous ceux qui n'ont pu venir, pour ouvrir un atelier ou inviter des chercheurs.

Brochure en 17 x 24
Elle a été recensée dans le Bulletin Vert de l'APMEP, n° 461, pages 827-830.
Prix public : 13 € - Pour les adhérents de l'APMEP : 9 €.

Première partie

Présentation

BROCHURES JEUX...

Le jeu est la forme la plus élevée de la recherche

Albert Einstein

Une activité mathématique peut-elle être autre chose qu'un exercice fastidieux ?
Les membres du groupe Jeux de l'APMEP répondent OUI sans aucune hésitation.
Une telle activité permet de donner aux jeunes l'occasion de se rendre compte que les mathématiques peuvent être plaisantes voire passionnantes

Au long des années, l'intérêt pour les brochures JEUX ne faiblit pas et de plus en plus de professeurs de mathématiques s'intéressent à ce type d'activité qui peut être mis en œuvre depuis le CE, individuellement, en groupes ou en classes complètes.

une co-édition
APMEP
ACL-Les éditions du Kangourou

Jeux 5, prix adhérent : 7,60 €
Jeux 6, prix adhérent : 8 €
Jeux 7, prix adhérent : 10 €

Jouer, c'est apprendre... à vivre ensemble, à connaître l'environnement,... à coopérer

Arvid Bengtsson, Suède

Présentation de l'équipe et remerciements

L'équipe

L'équipe EVAPM Première S 2005 était constituée de :

Antoine BODIN, IREM de Besançon, responsable de l'observatoire EVAPM ;

Catherine COMBELLES, Lycée Marseilleveyre, Marseille ;

Suzy HAEGEL, Lycée Schweitzer, Saverne ;

Lise HEILBRONNER, Lycée Jean Macé, Rennes ;

François COUTURIER, Université de Franche-Comté [1] ;

François PÉTIARD, Université de Franche-Comté [1].

Les membres de l'équipe ont préparé les divers questionnaires, les ont fait expérimenter, ont travaillé à distance et se sont réunis plusieurs fois à Paris pour la mise au point de l'opération. Après la passation des épreuves, ils se sont partagé l'analyse des résultats, après un séminaire de travail à Besançon du 5 au 8 mai 2005. Les échanges ont été nombreux et, au moment de publier, il n'est pas possible de rendre à chacun la paternité de ses productions. Dans la brochure, les textes ne sont pas signés, et derrière chacun il convient de voir un travail d'équipe.

Remerciements

Par leur aide directe ou indirecte, par leurs encouragements ou leurs conseils, de nombreuses personnes et institutions ont contribué à ce travail.
Il convient de remercier plus particulièrement :

L'IREM de Besançon

L'IREM de Besançon, comme depuis le début des opérations EVAPM, a assuré un soutien matériel, technique et méthodologique à l'ensemble de l'opération. Dans ce cadre, il faut particulièrement remercier sa directrice : Hombeline LANGUEREAU.

L'INRP

L'INRP a permis à certains d'entre nous d'être davantage disponibles pour mener à bien ces opérations d'évaluation.

Rappelons ici que l'équipe EVAPM est une équipe de recherche associée à l'INRP. Dans ce cadre, il convient de remercier Jacques COLOMB, qui ne nous a jamais ménagé son soutien.

[1] François Pétiard, aidé de François Couturier, a en particulier assuré l'ensemble des mises en page, en LaTeX, de la présente brochure ainsi que des autres documents de l'étude.

La secrétaire mise à notre disposition par l'APMEP :

Sandrine Grillot qui a assuré la communication avec les enseignants participant à l'étude et qui a effectué avec beaucoup de soin le classement des nombreux documents reçus, sous forme papier et sous forme de fichiers informatiques.

Denis VERGÈS pour son aide à la relecture des questions.

Michel HENRY pour sa relecture attentive de la présente brochure.

Une évaluation du type de celle que nous cherchons à faire a besoin de se raccorder à d'autres évaluations. Dans la mesure où l'on veut faire des comparaisons, il est nécessaire de faire des emprunts, sans qu'il soit possible de modifier la formulation de questions posées par d'autres organismes lors d'études antérieures.
Nous devons aussi remercier les présidents des régionales de l'APMEP et les responsables des commissions nationales qui se sont mobilisés pour relayer l'information. Dans le même ordre d'idée, nous remercions aussi les IPR-IA de mathématiques qui, dans plusieurs académies, nous ont apporté une aide discrète et efficace.
Enfin, ce travail n'aurait jamais pu aboutir sans l'intérêt et le sérieux des collègues et professeurs coordonnateurs des établissements qui ont organisé la passation des épreuves dans leurs classes et ont codé avec beaucoup de soin les résultats de leurs élèves.
Que tous en soient ici vivement remerciés.

L'étude Première S 2005

Introduction

L'étude précédente EVAPM-Première a été réalisée en 1993. C'était la première année de la mise en place d'une réforme globale des séries d'enseignement général et technologique et l'APMEP a alors voulu évaluer l'impact de la nouvelle organisation et celui des programmes dans les différentes séries.

En 2005, 12 ans après la première étude, face aux difficultés ressenties par les professeurs et les élèves en butte à la lourdeur du programme en vigueur depuis la rentrée 2001, avec un horaire réduit, l'APMEP a décidé une nouvelle étude pour mesurer l'évolution des connaissances et des compétences acquises.

Parallèlement, une étude s'est déroulée au niveau de la classe de Sixième.

D'une façon générale, l'APMEP souhaite en effet renforcer son action en ce qui concerne le suivi des programmes. Il s'agit de nous donner les moyens, et de donner les moyens à tous les collègues, de mieux estimer la distance existant entre les attentes des programmes, les possibilités d'action des enseignants, et la réalité des acquis des élèves.

Il avait été convenu que cette étude serait d'ampleur limitée pour que les résultats soient disponibles et utilisables dès le troisième trimestre de l'année en cours. L'étude s'est donc déroulée du 1er au 23 avril 2005. Les premiers résultats statistiques ont été mis à disposition des enseignants dès le 10 mai 2005 sur le site de l'APMEP. Les épreuves portaient sur l'ensemble des programmes, mais les professeurs pouvaient exclure les questions qui n'avaient pas été traitées au moment de la passation (les traitements statistiques ont évidemment pris en compte ces exclusions).

Dans la présente étude, nous avons eu en particulier le souci de comparer les acquis actuels des élèves avec ceux observés par EVAPM en 1993 dans la série scientifique seule.

Le sigle EVAPM peut être lu de deux façons : « Évaluation des Programmes de Mathématiques » et « Évaluations de l'APMEP ». Nous avons maintenant tendance à limiter l'emploi du mot « évaluation », parfois compris de façon trop restrictive, et nous lui préférons les mots « enquête » et « étude ».

En effet, l'observatoire EVAPM n'a pas pour objectif l'évaluation directe des productions des élèves. Il s'intéresse essentiellement aux programmes, aux conditions de leur application, et aux effets observés. Nos études supposent la construction et l'utilisation d'instruments d'évaluation, mais elles ne se réduisent pas à cela. Elles portent en fait sur le curriculum et non sur les qualités intrinsèques des programmes. Il s'agit surtout d'étudier les relations entre les contenus d'enseignement et les acquisitions des élèves d'une part, et les conditions d'enseignement d'autre part.

C'est ce qui explique l'importance que revêt pour nous le questionnaire-professeur et nos questions sur le nombre d'élèves par classe, les manuels utilisés ou la formation des enseignants, pour ne donner que quelques exemples.

L'étude Première S 2005

Nous voudrions insister ici sur le fait que ces évaluations sont organisées par des enseignants de mathématiques de ces classes, pour leur information, et pour l'information de leurs collègues. Il ne nous est pas indifférent de savoir que ce travail est pris au sérieux par d'autres personnes, mais il n'en reste pas moins vrai que c'est ce principe qui guide notre action.
Alors que des ombres planent de façon récurrente sur l'enseignement de notre discipline et que la désaffection actuelle des élèves pour les formations scientifiques préoccupe nos communautés, l'intérêt de ce type d'étude n'échappera à personne.
Nous pensons en effet que ce travail devrait être utile aux enseignants de toutes disciplines, qui pourraient en tirer profit pour leur enseignement présent et futur, mais aussi à toutes les personnes concernées à un titre ou un autre par l'enseignement des mathématiques. D'une façon plus générale, nous souhaitons que les instruments, les données et les analyses accumulées depuis près de vingt ans par l'observatoire EVAPM contribuent de façon utile à la réflexion sur l'enseignement des mathématiques et à la professionnalisation sans cesse accrue des enseignants.

L'étude 2005

Quelques mots de présentation

S'agissant de recueillir de l'information, nous sommes contraints tout à la fois de restreindre (pour des raisons pratiques et économiques) cette information et de la diversifier. Les notions évaluées apparaissent dans plusieurs questions, mais sous des aspects différents ; par exemple pour la dérivation : limite d'un taux d'accroissement, coefficient directeur d'une tangente, meilleure approximation affine, calcul de fonctions dérivées, signe de la dérivée et sens de variation.

Les codages sont les mêmes pour tous les items : 1 pour oui, 0 pour non, X pour non réponse par rapport à ce que l'on veut mesurer et non l'exactitude de la réponse. Par exemple, pour la question GEA106, item 2 : on code 1 si le dessin montre la construction exacte d'un barycentre partiel, 0 si c'est une construction fausse, X s'il n'y a aucune trace.
Dans le cas des Vrai-Faux : l'absence de réponse est ambiguë, ignorance ou non abordée, nous avons donc offert à l'élève, dans l'évaluation 2005, la possibilité de répondre « Je ne sais pas », abrégé en « Jnsp ». Les scores obtenus par la réponse « Jnsp » nous ont ainsi permis d'affiner, voire d'éclairer, certaines des analyses présentes dans cette brochure.
Dans le cas des QROC et QRR (épreuves B et C), les items codés prennent en compte séparément l'exactitude des réponses et les types de démarches de résolution ou les erreurs attendues.
Pour la présente étude, l'évaluation des acquis des élèves repose sur six épreuves rassemblant trente-sept questions et comportant près de trois cents prises d'information (items de codage).

La passation

Les élèves ont passé les épreuves au cours du mois d'avril 2005. Chaque élève a passé une ou deux épreuves, mais deux élèves voisins étaient confrontés à deux épreuves différentes. Les circonstances (mouvements lycéens) n'ont pas permis à tous de passer les deux épreuves prévues dans les meilleures conditions. Pour chaque épreuve les élèves disposaient d'une séquence complète de 55 minutes. Les épreuves ont été composées de façon que le temps imparti soit largement suffisant ; l'objectif était de tester les compétences et acquis en mathématiques et non leur rapidité, même si celle-ci intervient dans la répartition individuelle du temps consacré à chaque question.

Les bases de données EVAPM

EVAPM, c'est aussi les bases de données EVAPMIB et EVAPM_TEX.
Ces deux bases sont développées parallèlement aux études EVAPM proprement dites.
Elles sont conçues de façon à garder la mémoire des évaluations passées, de l'APMEP, mais aussi d'autres études de même type, françaises et étrangères. Elles sont en particulier destinées à faciliter la préparation de nouvelles études, possibilité qui a été largement utilisée pour la préparation et l'analyse de la présente étude Sixième 2005.
La lecture de cette brochure pourra être utilement éclairée par la consultation conjointe de ces bases.
Elles sont à la disposition de tous sur le site de l'APMEP, mais le lecteur peut aussi utiliser l'adresse directe suivante :

http://ctug48.univ-fcomte.fr/evapm/

Les paragraphes qui suivent présentent ces deux bases.

La base EVAPMIB

Cette base est un élément de l'observatoire EVAPM dont la première fonction est de permettre de consulter rapidement les questions à partir de différents critères.
Elle rassemble l'ensemble des questions utilisées depuis le début d'EVAPM, les résultats obtenus selon les passations, des analyses, des renvois vers des questions « jumelles ».
La base EVAPMIB est consultable en ligne sur le site de l'APMEP en suivant le chemin :

http://www.apmep.asso.fr → Observatoire EVAPM → bases de données → EVAPMIB

Nous travaillons constamment à l'amélioration d'EVAPMIB ; il convient donc de revenir visiter le site régulièrement...

La base EVAPM_TEX

Historique

La préhistoire

Lors de la mise en place de l'opération d'évaluation en classe de Seconde (année 2003), nous avons été contactés par Antoine BODIN qui désirait utiliser TEX (plus précisément LATEX)[2] pour mettre en forme les fiches de présentation des questions d'évaluation.

[2] TEX est un logiciel « libre » qui est à la fois un traitement de texte (orienté mathématiques) et un langage de programmation : c'est-à-dire que l'on saisit à la fois le texte et les commandes de mise en forme de ce texte. Ce logiciel n'est pas Wysiwyg (« What You See Is What You Get » : ce que vous voyez à l'écran est ce que vous obtenez (théoriquement) à l'impression), ce qui rebute de nombreux débutants habitués à des logiciels comme Word ou OpenOffice ; en revanche, c'est un logiciel qui permet une typographie et une impression sans équivalent. Ce logiciel est libre en ce sens que les sources sont publiques mais son créateur, Donald KNUTH, a figé TEX en 1982 et les sources ne sont plus modifiables (mis à part quelques bogues « cosmétiques », TeX

Pourquoi ce choix ? Précédemment, dans les autres opérations EVAPM, Word pour le texte et Canvas pour les images étaient principalement utilisés, mais d'énormes problèmes de compatibilité ascendante sont apparus : fichiers illisibles quelques années après (il fallait « redescendre » de version de logiciels pour pouvoir les ouvrir) ; d'autre part, la qualité typographique laissait à désirer pour les formules mathématiques. Enfin, nous avions précédemment réalisé en LaTeX, par jeu, deux épreuves de l'étude EVAPM Première 1999 pour montrer qu'il était possible de faire (au moins) aussi bien en LaTeX qu'en Word.

Le début

Le cahier des charges initial était simplissime : comme nous l'avons dit plus haut, il s'agissait de mettre en forme les fiches de présentation des questions d'évaluation. Ces fiches devaient contenir en une page A4 en mode paysage l'énoncé de la question, les items de correction, l'analyse de la question et d'autres renseignements comme la complexité cognitive, les processus PISA, les capacités visées, la classe de compétence, le temps nécessaire pour résoudre la question, l'auteur de la question, l(es) épreuve(s) dans la(les)quelle(s) apparaissait la question.
Très vite, il nous est apparu que, pour simplifier la saisie, il fallait faire un canevas-type d'une fiche et que celui-ci allait inclure le fichier spécifique de la question, fichier dans lequel nous rentrerions tous les éléments à afficher, ces éléments étant donc spécifiques à la question. Ce choix allait se révéler payant par la suite, comme nous le verrons.
Il fallait donc élaborer des commandes du style `\question`, `\auteur`, `\analyse`, ..., qui permettraient à la personne chargée de la saisie de se simplifier la tâche.
Voir page suivante un exemple (réduit) d'une fiche.

Ensuite

Un problème est apparu rapidement : certaines questions étaient trop grandes par rapport à leur place allouée dans la page ; le même problème apparaissait pour certaines analyses ou pour le tableau des items de correction.
La solution trouvée (pour la question ou les items de correction) a alors été de faire en quelque sorte une image réduite du bloc qui était trop grand et de rendre cette image active (grâce à `hyperref`[3]) et de la faire pointer vers le bloc en taille normale qui se trouvait dans une page A4 (en mode portrait) supplémentaire. Pour l'analyse, le plus simple était de la couper à l'endroit voulu pour que le début tienne dans la première page, le reste étant rejetée dans une page supplémentaire.
Parallèlement, nous avions réalisé un catalogue des fiches qui faisait apparaître une image réduite de la question et, grâce à `hyperref`, nous pouvions naviguer de ce catalogue à n'importe quelle fiche.

---

n'a plus bougé depuis 23 ans ! Quel autre logiciel peut se targuer d'une telle longévité ?). TeX existe sur tous les systèmes d'exploitation (Windows, Mac, Linux, Unix, Amiga, OS2, ...) et la très grande majorité des distributions TeX sont disponibles gratuitement sur l'internet.

Comme tout langage de programmation, TeX admet la définition de macro-commandes qui permettent à l'utilisateur d'automatiser certaines tâches. Un ensemble très complet de macro-commandes et très répandu dans le monde TeX est LaTeX.

[3]`hyperref` est ce que l'on appelle un *package*, c'est-à-dire un fichier de macros destinés à compléter ou modifier certains comportements standards de LaTeX ; `hyperref` est plus dédié à gérer les référence hypertextuelles dans les fichiers PDF.

APMEP–Observatoire EVAPM	Thème FON	Âge : 16	Question FON100

Dans le repère $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$, on a tracé la courbe $(\mathscr{C})$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$.
On considère la fonction g définie, lorsque cela est possible, par :

$$g(x) = f(x-2)$$

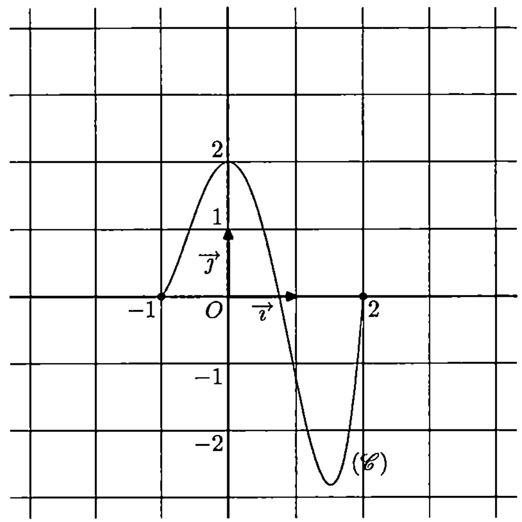
Tracer, dans le même repère, la représentation graphique de la fonction g.

Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?

....

....

....



Analyse de la tâche et remarques

Clé EVAPMIB : 621.
L'élève peut comprendre que lorsque $x-2$ varie de -1 à 2 (intervalle de définition de f), x varie de 1 à 4, et donc que l'intervalle de définition de g est l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.
Il peut, simultanément, comprendre que la courbe représentative de g est translatée de celle de f dans une translation de direction l'axe des abscisses.
Le problème est alors résolu.
Mais on sait que la tentation est grande de croire que l'intervalle de définition de g est l'image de celui de f par la fonction affine qui apparaît dans l'énoncé : $(x \longmapsto x-2)$.
Dans ce cas la courbe est translatée vers la gauche au lieu de l'être vers la droite.
Seule une bonne analyse de la situation et, éventuellement, un contrôle facile à imaginer permet d'éviter cette erreur classique.
Démarche : Ébauche, même partielle, d'une courbe translatée de la courbe donnée, même si la translation n'est pas faite dans la bonne direction.

Consignes de codage

Item	Identification	Conditions d'attributions du code 1
01	RE	Représentation correcte de g
02	Démarche	Ébauche, même partielle, d'une courbe translatée de la courbe donnée, même si la translation n'est pas faite dans la bonne direction
03	RE	Ensemble de définition de g : $[1\ ;\ 4]$

Contenu et capacités visées : A01#

Complexité cognitive : A_ B_ C2 D_ E_

Processus PISA : 1 2 3 4 5 6 7 8

Classe de compétence : 1 2 3

Temps nécessaire : 5 min

Auteur de la fiche : APMEP
Origine de la question :
Utilisation de la question : 1-2005-B2
Date d'origine : 1993
Date de mise à jour : 21/02/2005

Le cahier des charges s'alourdit... ou *À plus on en fait, à plus on en a à faire !*

Pleinement convaincu alors de la puissance de LaTeX couplé (en compilation PDF) avec le *package* `hyperref`, Antoine BODIN nous demande de réaliser les épreuves et les fichiers récapitulatifs, par épreuve, des items de correction.
C'est à ce moment-là que le choix initial de découpler la fiche de présentation de la question proprement dite est apparu précieux[4] : en effet, les questions, nous les avions toutes en fichier `.tex`, mais elles ne comportaient pas d'instructions du genre `\documentclass`, `\begin{document}`, `\usepackage`, ... Aussi, il était relativement simple de les intégrer dans un autre fichier (il suffisait de changer le sens de certaines commandes) de façon à obtenir le résultat voulu.
Il en était de même pour les items de correction, puisqu'ils se trouvaient, eux aussi, dans le fichier `.tex` de la question.
Enfin, cerise sur le gâteau, il devenait possible de naviguer entre question, épreuve et items de correction.
Après la passation des épreuves de Seconde 2003, le problème de la gestion des résultats est apparu. La décision a été prise là encore, de les intégrer dans le fichier `.tex` de la question, ce qui impliquait là encore des contraintes supplémentaires.

La fin ?

Par la suite, quelques améliorations mineures ont été introduites : catalogue des épreuves, liens entre fichier de capacités et fiches-questions, durée totale d'une épreuve, ...
Telle qu'elle est actuellement, la base EVAPM_TeX n'est certainement (?) pas appelée à évoluer radicalement, à moins que...

« Philosophie » de la base

Les principes de base sont :
- simplifier au maximum la saisie ;
- en corollaire, éviter absolument toute double saisie ;
- faciliter la navigation dans la base en PDF.

Simplifier au maximum la saisie : pour ce faire, la solution retenue est la suivante : une question est un fichier `.tex` qui contient **tous** les renseignements relatifs à elle-même (texte, analyse, items de correction, résultats, ...). Les macros se trouvant à l'intérieur de ce fichier `.tex` changent de sens selon le contexte : cela n'a aucun sens de mettre l'auteur d'une question à l'intérieur d'une épreuve, par exemple.

Il suffit donc, par exemple, de changer **une seule fois** l'énoncé d'une question pour que ce changement apparaisse dans la fiche et dans l'épreuve contenant la question (il faut bien sûr néanmoins recompiler ces fichiers...). Ceci permet d'être certain que l'on n'a rien oublié et apporte un confort très appréciable.

[4]Pour mieux nous faire comprendre, prenons une analogie, qui vaut ce qu'elle vaut : supposons que vous soyez un fabriquant de pièces de 1 € et que l'on vous demande de fabriquer des écrins pour présenter ces pièces ; vous avez le choix entre fournir au client les écrins et les pièces séparés avec un petit système pour maintenir la pièce dans l'écrin ou fournir l'écrin fini avec la pièce collée dessus ; six mois plus tard, le même client vous demande de lui fournir les pièces séparément car il a une autre idée de présentation (par exemple par groupe de dix) ; le premier choix (pièces et écrins séparés) va se révéler le plus judicieux car il n'y aura pas grand-chose à modifier. Les pièces, ce sont les questions ; les écrins, les fiches-questions ; les autres idées de présentation, les épreuves (ou le catalogue).

Faciliter la navigation dans la base en PDF : nous avons essayé de tirer profit de la puissance du *package* `hyperref` couplé à la compilation avec pdfLaTeX ; le fichier `presentation.pdf` (voir page suivante) donne une idée de la façon dont quelqu'un peut naviguer dans la base EVAPM_PDF. Pour simplifier, disons que le mode d'entrée « naturel » dans la base est le catalogue des fiches (par niveau ou par thème) ; à partir de là, on peut ouvrir une fiche-question et, à partir de celle-ci, on peut, au choix, retourner au catalogue, ouvrir l(es) épreuve(s) contenant la question, ouvrir le fichier de capacités à la(les) capacité(s) évaluée(s) par la question ou encore ouvrir les fichiers `.tex` correspondants ; à partir d'une épreuve, on peut aller au catalogue des épreuves, retourner à une question, ou voir le fichier de consignes de codage de l'épreuve ; etc. La liste est encore longue...

Conclusion

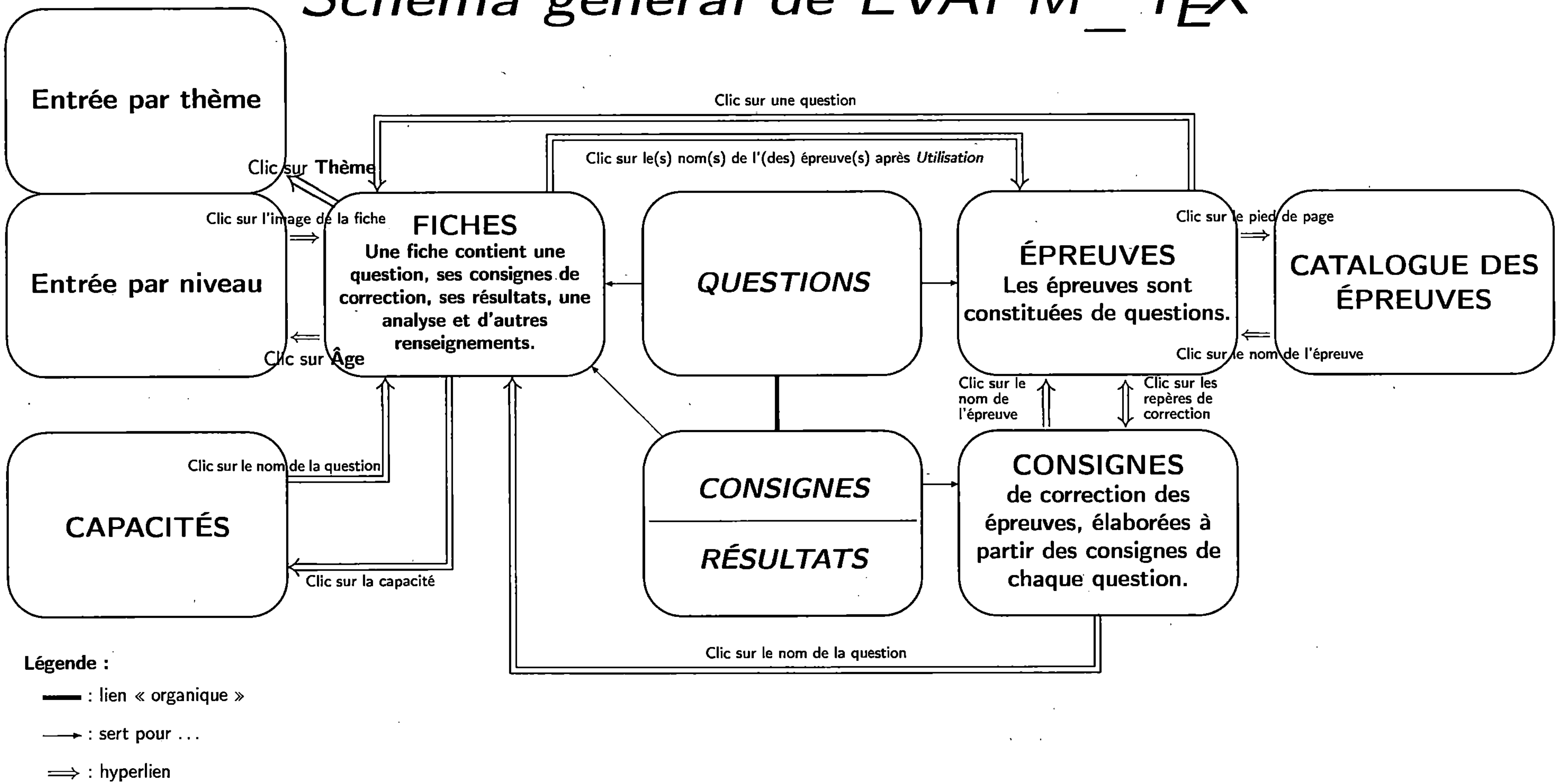
Il nous semble avoir fourni un ensemble pratique pour une personne s'intéressant à EVAPM : les possibilités de navigation dans la base sont nombreuses et permettent de se faire une idée de la richesse de celle-ci.
Si vous voulez voir par vous-même, regardez à :

http://ctug48.univ-fcomte.fr/evapm/EVAPM2005/dossier1/1/EVAPM_PDF/presentation.pdf

Nous conseillons, pour les personnes possédant une connexion haut-débit, de télécharger plutôt l'ensemble de la base (fichier `.zip`) à:

http://ctug48.univ-fcomte.fr/evapm/EVAPM2005/dossier1/1/EVAPM_PDF.zip

Schéma général de EVAPM_TEX



Deuxième partie

Le savoir des élèves

Pour préparer vos concours...

... mais pas seulement

Ayez tous les atouts en mains

Avec les Brochures Concours
en co-édition APMEP - Editions Vuibert depuis 1997

Non seulement un moyen efficace de préparation aux concours, un moyen de "maintien en forme mathématique", mais aussi une mine, rapidement exploitable, d'exercices modulables de niveau lycée.

Prix adhérents :
n° 127 (1998 - 1999) : 7,60 € ; **n° 134** (2000) : 5,35 € ; **n° 135** (2001) : 5 €
n° 145 (2002) : 6,50 € ; **n° 157** (2003) : 6,50 € ; **n° 164** (2004) : 10 € ; **n° 170** (2005) : 10 €.
- Les sept brochures ensemble : 31 €
- six au choix sur les sept : 25 €
- cinq, au choix, sur les sept : 21,50 €
- quatre au choix sur les sept : 18 €

Chapitre 1

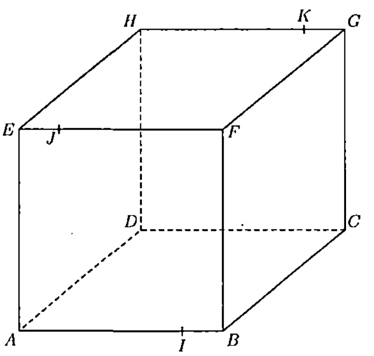
Le domaine géométrique

Plan d'étude

A Sections planes

ABCDEFGH est un cube d'arête 10 cm. Les points I, J et K sont respectivement sur les arêtes $[AB]$, $[EF]$ et $[HG]$; $IB = EJ = KG = 2$ cm.

1. Sur la figure ci-dessous, construire la section du cube avec le plan IJK.
   Laisser les traits de construction visibles.
2. Sur une feuille séparée, construire cette section en vraie grandeur.



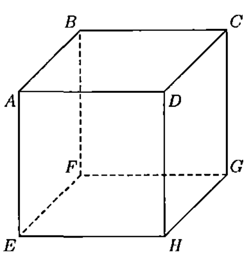
Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	1. RE	Section correctement tracée	43 %
02	1. RE	Justification correcte d'un tracé correct	18 %
03	1. RP	Section non correctement tracée, mais segments $[IJ]$ et $[KJ]$ tracés	50 %
04	1. RP	Section non correctement tracée, mais un pentagone est tracé	4 %
05	2. RE	Section correctement tracée	3 %
06	2. RE	Justification correcte d'un tracé correct	2 %
07	2. RP	Section non correctement tracée, mais triangle IJK tracé en vraie grandeur	2 %
08	2. RP	Section non correctement tracée, mais l'élève a tracé un pentagone composé d'un triangle isocèle et d'un trapèze isocèle	7 %
09	2. Erreur	Tracé, correct ou non, s'appuyant sur des calculs de longueur	10 %
10	2. Erreur	Mesures prises directement sur le dessin du cube en perspective	20 %
11		Question exclue	1 %
12		Question non abordée	1 %

GEE104

81 % des professeurs jugent cette question essentielle (36 %) ou importante (45 %), et 69 % des professeurs ont abordé la question, (46 % ont terminé le chapitre, 23 % l'ont entamé). Quand elle est proposée aux élèves, ils sont 99 % à l'aborder, ils se sentent donc *a priori* en terrain connu. Il est vrai que l'exercice est le premier de l'épreuve C2.

Si la moitié des élèves montrent des connaissances solides en traçant un pentagone, pour la plupart correctement, on constate à l'examen des copies que les autres ne semblent pas avoir de souvenir de ce type d'exercices : ou bien il n'y a aucun dessin, ou bien le triangle IJK.
Dans la deuxième question, **très peu d'élèves semblent avoir compris ce que signifie « dessiner la section en vraie grandeur »** : ils dessinent, en perspective cavalière, un cube dont la face avant est un carré de 10 cm de côté. Le problème est alors vu comme une simple question d'échelle : le dessin de l'énoncé représente un cube de 5 cm de côté, les élèves se contentent de mesurer les longueurs sur la figure et les doublent ; on trouve ces calculs intermédiaires sur certains brouillons.
La vraie grandeur ne concerne donc le plus souvent que la face avant du cube. Parfois, l'élève tente de conserver les longueurs sur les faces de côté, en les dessinant sous forme de losange, de côté 10 cm, on voit aussi quelques tentatives de travailler sur le patron du cube de façon à obtenir des longueurs exactes. Mais peu d'élèves comprennent l'expression « vraie grandeur » : ils l'interprètent à leur façon, et c'est certainement la première raison de l'échec massif à la deuxième question de cet exercice.
Notons qu'il y a peu de rapport entre la réussite à la première question, et la conduite tenue pour aborder la deuxième : des élèves qui ont su tracer correctement la section se contentent de répéter leur dessin en changeant d'échelle, alors que d'autres qui ont seulement tracé le triangle IJK en calculent les dimensions de façon satisfaisante. Il ne semble pas y avoir ici d'influence de « vision dans l'espace » : elle influe sur la qualité des tracés et le bien-fondé des calculs, mais pas sur la compréhension même de l'objectif « tracé en vrai grandeur ».
Le théorème de Pythagore est quelquefois utilisé pour calculer les cotés du triangle IJK, mais sur les 40 copies examinées, ce sont les seules longueurs dont les calculs apparaissent, il n'y a pas un seul tracé complet, et le théorème de Thalès n'est jamais utilisé.

GEE102Q



La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$

Vrai ou Faux ?				
a	La droite (AF) est parallèle à la droite (BG)	V	F	Jnsp
b	La droite (FE) est orthogonale à la droite (GC)	V	F	Jnsp
c	La droite (FE) coupe la droite (GC)	V	F	Jnsp
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (FE)	V	F	Jnsp
e	La droite (AF) est parallèle au plan (ACH)	V	F	Jnsp
f	La droite (EF) est parallèle au plan (ABG)	V	F	Jnsp
g	La droite (EF) est parallèle au plan (ADC)	V	F	Jnsp
h	La droite (EF) est parallèle au plan (BCG)	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	91 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	83 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	82 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	84 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	97 %
05	e) 1, 0, ou 2	idem	81 %
06	f) 1, 0, ou 2	idem	61 %
07	g) 1, 0, ou 2	idem	90 %
08	h) 1, 0, ou 2	idem	85 %
09		Réussite à l'ensemble	34 %
10		Question exclue	8 %
11		Question non abordée	1 %
12		Réussite à la partie 1	64 %
13		Réussite à la partie 2	50 %

GEE102Q porte sur les positions respectives de deux droites de l'espace, puis d'une droite et d'un plan. Comme en 93, la réussite est bonne, avec une question nettement moins bien traitée que les autres : la reconnaissance du parallélisme d'une droite avec un plan qui n'est pas une face du cube. On donne ci-dessous un tableau comparatif, pour les passations 1993 et 2005 entre la réussite à l'ensemble des quatre items traitant de parallélisme ou d'orthogonalité de

droites, puis à l'ensemble des quatre items traitant de parallélisme entre droite et plan. Comme on peut le voir, les deux questions sont moins bien réussies en 2005 : il semble donc que les élèves sont moins à l'aise en géométrie dans l'espace que ne l'étaient leurs aînés.
Quand on examine les résultats de plus près, question par question, la différence de score est peu significative, avec des scores de réussite tous supérieurs à 80 %, (sauf sur la question f dans la deuxième partie, moins bien réussie aussi en 93 (68 %)), mais la réussite baisse cependant pour chaque item, et sur la réussite globale, la chute des résultats devient significative.
Il faut noter que les résultats de la section S de 93 ne comptabilisent pas les élèves de la section E, qui réussissaient plus mal la première partie de la question, et mieux la seconde !

	En 1993 section E	En 1993 section S	En 2005
GEE102Q partie 1	60 %	70 %	64 %
GEE102Q partie 2	61 %	57 %	50 %

Toujours dans le même domaine, couper un cube par un plan, on trouve, parmi les Vrai-Faux, la question GEE103Q :

Un plan (P) coupe un cube de façon que la section soit un triangle IJK.				
a	IJK peut être isocèle	V	F	Jnsp
b	IJK peut être équilatéral	V	F	Jnsp
c	IJK peut être rectangle	V	F	Jnsp
d	$\widehat{IJK}$ peut être obtus	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	90 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	92 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	62 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	36 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	68 %
05		Réussite à l'ensemble	22 %
06		Question exclue	9 %
07		Question non abordée	0 %

GEE103Q

La question a été exclue par 9 % des collègues, 87 % jugent l'avoir préparée dans leur enseignement, et 69 % la jugent importante ou essentielle. Quant aux élèves, quand elle leur est proposée, ils l'abordent pratiquement tous. On peut noter le faible taux (22 %) de réussite à l'ensemble des items. Les élèves sont en effet nombreux à penser que la section d'un cube par un plan peut être un triangle rectangle. Ils ne sont que 36 % à donner la bonne réponse à cette question qui est de loin la plus mal réussie.
La question de la section d'un cube par un plan est désormais explicitement inscrite au programme de la classe de Première S. Cette nouveauté permet-elle aux élèves d'acquérir une meilleure « vision » dans l'espace ? Leur donne-t-elle une meilleure intuition sur les formes de ces sections ? C'est ce que tentait de comprendre cette question centrée sur les sections triangulaires. Curieusement, on obtient une erreur massive sur la question de l'angle droit, alors qu'un angle obtus est beaucoup plus massivement rejeté. On peut suggérer que c'est une confusion avec les sections carrées qui a induit ce phénomène.
À la lecture des nouveaux programmes, on était en droit d'espérer des progrès en géométrie dans l'espace : on observe effectivement que la moitié est capable de produire une section de cube assez complexe. L'aurait-il réussie en 1993 ? Au vu des scores de l'époque sur des exercices de ce type nettement plus simples il est permis d'en douter. Ce progrès est très localisé, puisque l'expression « en vraie grandeur » est généralement inconnue et les score sur le parallélisme et l'orthogonalité sont en baisse : on ne peut pas tout travailler faute de temps.

B Repérage et trigonométrie

GES102Q

GES102Q

Si le réel α vérifie : $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ et $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$, alors :				
a	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$	V	F	Jnsp
b	$\cos(2\alpha) = -\frac{7}{25}$	V	F	Jnsp
c	$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$	V	F	Jnsp
d	$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	62 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	36 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	55 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	34 %
05		Réussite à l'ensemble	16 %
06		Question exclue	18 %
07		Question non abordée	1 %

Cet exercice, de forme Vrai-Faux, suppose de bonnes connaissances en trigonométrie :
- lignes trigonométriques des angles associés et des angles usuels ;
- formules d'addition, de soustraction, de duplication.

Les erreurs peuvent provenir d'un usage abusif de la linéarité (distracteur a), d'une connaissance imprécise des formules d'addition (distracteur c) mais aussi de la méconnaissance des lignes trigonométriques des angles courants ou tout simplement d'une erreur de calcul.

La question a été éliminée par 18 % des enseignants ; 90 % d'entre eux jugent son contenu très important (43 %), ou important (47 %) et l'enseignement sur cette partie du programme est considéré comme terminé pour 69 % d'entre eux. Pourtant, seuls 16 % des élèves ayant abordé cet exercice donnent des réponses exactes à toutes les questions : 62 % connaissent les lignes trigonométriques des angles associés (dans un cas non simpliste puisqu'il ne se ramène pas à une simple question de symétrie par rapport aux axes sur le cercle trigonométrique) ; par contre, les formules d'addition et de duplication des fonctions cosinus et sinus semblent bien mal connues comme en 1993. Le 55 % de réussite au troisième item ne doit pas abuser : il s'agit de diagnostiquer un résultat faux, et la bonne réponse attendue par l'élève peut être tout aussi fausse ! En témoignent les scores obtenus aux item 2 et 4, où il s'agit au contraire de valider une réponse exacte : elle semble fausse à près de 65 % des élèves ! On se heurte là à une limite du Vrai-Faux : non seulement la qualité de la justification n'est pas testée, mais la validité du résultats n'est elle-même pas forcément assurée.

GEA101Q

GEA101Q

Dans un repère orthonormal, le point M a pour coordonnées cartésiennes $\left(\frac{5}{2} ; -\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$.

M a pour coordonnées polaires :				
a	$r = \frac{5}{2}$, $\theta = -\frac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
b	$r = 5$, $\theta = -\frac{\pi}{6}$.	V	F	Jnsp
c	$r = 5$, $\theta = -\frac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
d	$r = -5$, $\theta = \frac{2\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
e	$r = 5$, $\theta = \frac{5\pi}{3}$.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	92 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	63 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	61 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	47 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	63 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	36 %
06		Réussite à l'ensemble	22 %
07		Question exclue	4 %
08		Question non abordée	4 %

Parmi les nouveautés de l'actuel programme de Première S, figure la définition des coordonnées polaires. Les professeurs de Terminale s'en félicitent, car cette première rencontre facilite bien l'apprentissage de la forme trigonométrique des nombres complexes. Cet apprentissage se fait-il bien en Première S, et comment est-il reçu ?
Il s'agit simplement dans cet exercice de trouver les coordonnées polaires d'un point dont on donne les coordonnées cartésiennes. Plusieurs réponses sont proposées : l'une a un rayon négatif, ce qui devrait la faire rejeter au premier coup d'œil ; mais plus d'un élève sur trois l'accepte...
Deux d'entre elles sont correctes : elles proposent deux mesures différentes du même angle.
La mesure des angles n'est plus nécessairement enseignée en Seconde, le programme, très flou sur cette question, parlant seulement des « fonctions sinus et cosinus ». Le mot « radian » ne figurant plus au programme de Seconde, on peut penser que les conduites sont variables d'un enseignant à l'autre et pour beaucoup d'élèves, la question de la mesure des angles est donc encore en Première S en cours d'acquisition.
88 % des professeurs jugent cette question importante (43 %) ou très importante (45 %), et presque tous l'ont traitée (93 %), la plupart complètement (81 %). Sur cette question, donc, le programme est respecté. Les résultats ne sont pas fameux ! Les élèves repoussent en majorité les bonnes réponses : ainsi, ils font plutôt moins bien que s'ils répondaient au hasard sur les items où ils doivent valider une bonne réponse ! La réussite à l'ensemble des questions, qui est un indice plus valide de réussite, sans être rare, est nettement minoritaire, indice d'une compétence en cours d'apprentissage, mais encore très mal assurée.
On comprend ici que la question de la forme trigonométrique des nombres complexes, qui inclut bien d'autres difficultés, soit un obstacle important en Terminale !

GEA104

Représenter ci-dessous en couleur les ensembles E, F, G et H définis comme suit :

Figure 1 : E est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $2 \leqslant r \leqslant 4$;

Figure 2 : F est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 3 : G est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\left(\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ et $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 4 : H est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r, θ) vérifient : $\left(\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ ou $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque).

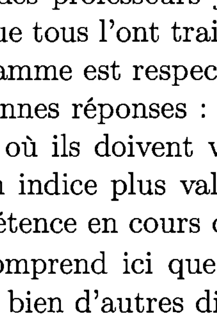


Figure 1

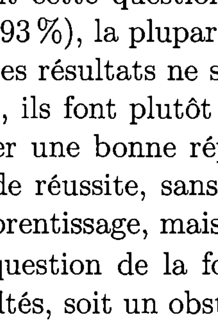


Figure 2

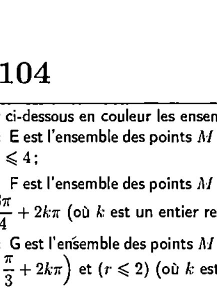


Figure 3

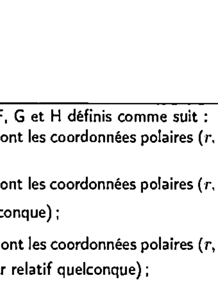


Figure 4

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	91 %
01	Figure 1 RE	Représentation correcte	75 %
02	Figure 2 RE	Représentation correcte	52 %
03	Figure 2 RP	Erreur sur l'angle mais l'élève a tracé une demi-droite d'origine O	14 %
04	Figure 3 RE	Représentation correcte	48 %
05	Figure 4 RE	Représentation correcte	33 %
06	Figures 3 ou 4	Erreur : confusion manifeste sur les connecteurs logiques « et » et « ou »	17 %
07		Question exclue	2 %
08		Question non abordée	6 %
09		Réussite conjointe	25 %

GEA104

Les coordonnées polaires sont aussi à l'honneur dans l'exercice G104 : il s'agit ici de tester leur utilisation. On demande de tracer des ensembles de points définis à partir de données sur

l'angle polaire et/ou sur le rayon : pour la figure 1, l'élève doit réaliser que l'angle n'intervient pas et que tous les points de la couronne ($2 \leqslant r \leqslant 4$) conviennent.
Pour la figure 2, il doit réaliser que r n'intervient pas, et, d'une façon ou d'une autre, voir que l'angle donné le conduit à une demi-droite ouverte portée par la seconde bissectrice des axes.
Pour les figure 3 et 4, il doit articuler les compétences mises en œuvre pour les figures 1 ou 2 avec une bonne utilisation des connecteurs « et » et « ou ».
Comme pour l'exercice précédent, la question a été rarement exclue par les professeurs et massivement traitée par les élèves. Les coordonnées polaires n'effraient donc ni les élèves ni les professeurs ! La réussite à la totalité de l'exercice est du même ordre que pour l'exercice précédent. En y regardant de plus près, on constate que la difficulté vient s'abord des questions d'angles : la couronne a été très souvent trouvée, mais la réussite diminue dés qu'il s'agit d'angle : le troisième item de codage nous renseigne ici : parmi les élèves qui n'ont pas réussi la deuxième figure, plus d'un sur trois a bien dessiné une demi-droite, mais a fait erreur sur la valeur de l'angle. Souvent, $\frac{3\pi}{4}$ est interprété comme $\frac{3\pi}{2}$. Le dénominateur 4 est lu comme un quart de tour. Une fois encore, apparaît cette difficulté tenace sur la mesure en radian des angles orientés.
La réussite diminue peu de la figure 2 à la figure 3, la traduction du « et » par l'intersection des deux ensembles n'a donc pas posé de gros problèmes, celle du « ou » se fait avec plus de difficultés et les erreurs sur les connecteurs sont nombreuses : la notion de réunion, moins naturelle que celle d'intersection, n'est pas maîtrisée. Tout semble indiquer qu'elle réclame un apprentissage spécifique.

GEA105

GEA105

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère les points

$R(2 ; 3 ; -5)$, $S(1 ; 5 ; 0)$, $U(0 ; -7 ; -5)$ et $V(4 ; -1 ; -15)$.

Le point U appartient-il à la droite (RS) ? Et le point V ? Justifier chacune des réponses.

....

....

....

....

....

....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	49 %
01	RE	Démonstration correcte de $U \notin (RS)$	35 %
02	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	48 %
03	RE	Démonstration correcte de $V \in (RS)$	31 %
04	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	41 %
05		Question exclue	34 %
06		Question non abordée	17 %
07		Réussite conjointe	27 %

Cette question teste aussi la manipulation des coordonnées dans l'espace : il s'agit de chercher si deux points U et V appartiennent à une droite (RS), les quatre points étant définis par leurs coordonnées : l'élève doit reconnaître que le point U n'est pas sur la droite et que le point V s'y trouve.
La méthode la plus accessible à l'élève de Première S consiste à calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{RS}$, $\overrightarrow{RU}$, $\overrightarrow{RV}$ puis à effectuer les comparaisons nécessaires (qui sont immédiates sauf en cas d'erreur de calcul).
À peine plus du quart des élèves répond correctement aux deux questions posées, et l'apprentissage n'est donc pas encore fermement acquis ; cependant, la comparaison avec la passation précédente réserve une surprise : cette question est en effet empruntée à l'étude EVAPM Première 1993, et avait été reprise dans l'étude de Terminale en 1999, sous une forme un peu plus condensée.

Voici les résultats obtenus en 93 en Première S pour ces même quatre items (les scores des élèves de la section E étaient encore inférieurs.)

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	1re S	1re E
01	RE	Démonstration correcte de $U \notin (RS)$	25 %	10 %
02	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	35 %	21 %
03	RE	Démonstration correcte de $V \in (RS)$	23 %	13 %
04	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	28 %	16 %

En Terminale en 1999, elle obtenait des scores de 43 % pour la première question, et 38 % pour la deuxième, avec des méthodes souvent plus sophistiquées : utilisation de produit vectoriel ou d'équations paramétriques de droites en particulier.

Les élèves de 2005 obtiennent donc ici des résultats nettement meilleurs que leurs congénères de 1993 : c'est assez rare pour le souligner ! ! Les élèves sont beaucoup plus nombreux à calculer les coordonnées d'au moins un vecteur utile : c'est le cas de presque tous ceux qui se sont engagés dans l'exercice. Ils sont aussi nettement plus nombreux à répondre qu'en 1993 : le pourcentage de non-réponse était de 48 % en 1993, ce qui prouvait la réticence des élèves devant l'utilisation de coordonnées dans l'espace. On peut émettre l'hypothèse qu'on recueille ici les fruits du travail sur les coordonnées effectué en Seconde : les nouveaux programmes ont mis davantage l'accent à la fois sur la géométrie dans l'espace et sur la géométrie analytique concernant les vecteurs. Autre explication possible : à l'époque de cette passation, le chapitre avait été traité peut-être plus récemment qu'en 1993, et la proximité des apprentissages a peut-être aussi contribué à ce progrès remarquable !

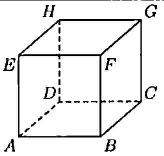
L'examen des copies est intéressant : à côté des calculs attendus de composantes de vecteurs, on trouve des solutions plus inventives : par exemple, certains remarquent que la cote du point U est la même que celle de R, et en concluent sans autre calcul que U n'est pas sur la droite (RS), puisque celle-ci n'est pas parallèle au plan (xOy). On trouve aussi des arguments tout à fait recevables sur l'intersection de la droite (RS) avec le plan (yOz) (l'abscisse du point U est 0), qui témoignent d'une bonne vision de la position des points.

À côté des erreurs de calcul, erreurs de signe, notamment, on trouve des erreurs classiques de débutant abordant la dimension 3 : certains élèves extrapolent les calculs usuels dans le plan, les uns en inventant des formules fausses inspirées du calcul du déterminant de deux vecteurs du plan pour tester si les vecteurs sont colinéaires, d'autres en tentant d'écrire une équation de droite, qui s'avère être en fait une équation de plan, du type $ax + by + cz + d = 0$. Certains enfin, se fient à un graphique, et en déduisent même des réponses exactes, acceptables pour refuser U mais fort hasardeuses lorsqu'il s'agit d'affirmer que le point V est sur la droite (RS) !

Notons enfin que les professeurs sont aujourd'hui très nombreux à juger cette question essentielle (53 %) ou importante (41 %), et cet engagement n'est sans doute pas étranger à la meilleure réussite des élèves. Cependant, ce chapitre figure encore assez souvent parmi ceux dont l'étude est repoussée en fin d'année, puisque la question a été exclue du test pour 34 % des élèves.

GEA 111Q

GEA111Q



$ABCDEFGH$ est un cube.

Dans le repère $(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD}\,;\,\overrightarrow{AE})$, I est le point de $[DC]$ tel que $\overrightarrow{DI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$, J le point de $[BC]$ tel que $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

a	Les coordonnées de I sont $\left(1\,;\,\frac{1}{4}\,;\,0\right)$.	V	F	Jnsp
b	Le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées $\left(\frac{3}{4}\,;\,-\frac{1}{4}\,;\,0\right)$.	V	F	Jnsp
c	Le milieu de $[HF]$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right)$.	V	F	Jnsp
d	Le centre de gravité de (AFH) a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{2}{3}\right)$.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	85 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	82 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	70 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	81 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	50 %
05		Réussite à l'ensemble	32 %
06		Question exclue	14 %
07		Question non abordée	0%

Cet exercice teste aussi la manipulation des coordonnées dans l'espace. Le repère est orthonormé, attaché à un cube, et on propose des coordonnées pour un point défini par une relation vectorielle simple, pour le milieu d'un segment, pour le centre de gravité d'un triangle, ainsi que les coordonnées d'un vecteur.

Il y a au moins trois démarches possibles.

- Calculer les coordonnées des points I, J et du milieu de $[HF]$ dans le repère donné et travailler sur les coordonnées.
- Travailler sur les vecteurs et calculer des coordonnées de vecteurs. C'est apparemment la même chose que travailler sur les coordonnées, mais ça oblige à utiliser des écritures plus lourdes, au risque de se perdre.
- L'élève peut aussi se contenter d'observer la figure. Les points I et J sont dans le plan ABD et les coordonnées de ces points dans le repère donné se lisent quasi directement.

Éventuellement, une figure annexe dans ce plan aidera l'élève à lire les deux premières coordonnées de I et de J.

Dans la projection de direction (AE), le milieu de $[HF]$ se projette au centre du carré $ABCD$, ce qui règle le cas de H et du centre de gravité de AFH, si du moins l'on sait que le centre de gravité d'un triangle se trouve aux $\dfrac{2}{3}$ des médianes en partant des sommets (mais cela est bien sûr tout aussi vrai pour les autres méthodes).

Notons encore que cette méthode permet d'éliminer les items a et c au simple coup d'œil.

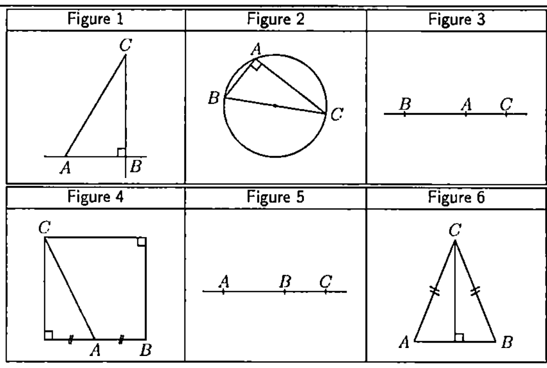
La troisième démarche est à la fois plus experte et plus facile à mener que les deux autres. Elle suppose cependant une bonne vision de l'espace et une bonne utilisation des projections dans l'espace.

La question a été exclue pour 14 % des élèves, elle avait donc été traitée dans la plupart des classes. 96 % des professeurs la jugent très importante (66 %) ou importante (30 %), et elle a un grand succès auprès des élèves qui l'abordent pratiquement tous. Comme à l'habitude, ce sont les items où il faut valider une réponse exacte qui sont le plus mal réussis, en particulier le calcul des coordonnées du centre de gravité du triangle AFH. C'est qu'il faut ici relier des connaissances éparses, centre de gravité d'un triangle, vu en Seconde, ou isobarycentre nouvellement vu en Première, et travail sur les coordonnées de l'espace : les coordonnées des points de la figure ne sont en outre pas directement données, et l'exercice demande donc un peu d'initiative. Trouver les composantes du vecteur $\overrightarrow{IJ}$, dont les extrémités sont elles-mêmes définies vectoriellement, n'était pas si simple, et 70 % des élèves ont reconnu la bonne réponse. Dans ces conditions, la réussite de 32 % à l'ensemble des quatre items, qui démontre une bonne vision dans l'espace, ne paraît pas si catastrophique.

En géométrie analytique dans l'espace, l'évolution la plus notable concerne l'attitude des élèves : ils traitent massivement les exercices alors qu'ils n'étaient que la moitié à le faire en 1993. Ils y réussissent mieux. C'est un aspect positif du programme actuel révélé par notre étude.

C Géométrie vectorielle : barycentres et produit scalaire

GEA 100



Dans chacune des situations ci-dessus (figures 1 à 6), on a calculé le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. Pour chacune des égalités obtenues, indiquer le numéro de la figure correspondante.

		Figure n°			Figure n°
a)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2$	....	d)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$	....
b)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC$	....	e)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}AB^2$	....
c)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB^2$	....	f)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB.AC$	....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	90 %
01	a) RE	Figure 1	76 %
02	b) RE	Figure 5	86 %
03	c) RE	Figure 4	77 %
04	d) RE	Figure 2	84 %
05	e) RE	Figure 6	80 %
06	f) RE	Figure 3	86 %
07		Question exclue	9 %
08		Question non abordée	1 %
09		Réussite conjointe	66 %

GEA100

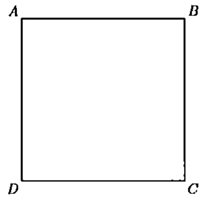
Cet exercice porte sur la définition géométrique du produit scalaire, par utilisation de la projection orthogonale. L'élève doit reconnaître le lien entre une figure et une formule donnant le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. C'est un travail de lecture qui lui est donc demandé, lecture à la fois d'une figure et d'une formule, et reconnaissance des résultats selon la disposition des points, avec une attention particulière à l'ordre des points A, B, projeté de C, pour éviter les erreurs de signe. Notons qu'en cas de difficulté sur une seule figure, on peut conclure par élimination, puisqu'il y a autant de formules que de figures.

Cet exercice a été proposé à 91 % des élèves, et presque tous l'ont alors abordé. 93 % des professeurs la jugent importante (28 %) ou très importante (65 %). Elle est bien réussie, avec quelques variantes selon les figures : l'item 2 et l'item 6 qui correspondent au cas de points alignés sont les mieux réussis, avec l'item 4, qui correspond à des vecteurs orthogonaux (avec un angle droit clairement indiqué sur la figure). Dans ces trois cas, on peut éviter la projection orthogonale ; les trois autres cas de figure, qui demandent d'exploiter effectivement le projeté de C sur la droite (AB), sont moins massivement réussis. Avec une réussite complète pour 66 % des élèves, on peut estimer que cette question est bien réussie. Le produit scalaire dans le plan semble donc rester un sujet important du programme de Première S, et ce premier apprentissage y apparaît pour l'essentiel réussi.

GEA106

GEA106

A, B, C, D sont les sommets d'un carré.
Construire le barycentre G du système de points pondérés :
$\{(A\,;\,1), (B\,;\,3), (C\,;\,-1), (D\,;\,1)\}$.



Explications ou calculs si nécessaire

....

....

....

....

....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	79 %
01	RE	Barycentre bien placé (milieu de $[AB]$), quelle que soit la démarche	35 %
02	Démarche	Construction d'au moins un barycentre partiel	41 %
03	Démarche	Utilisation de l'associativité même si le résultat final est faux	35 %
04	Démarche	Écriture de la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$	22 %
05	Démarche	Utilisation d'un repère et coordonnées du barycentre	1 %
06	Démarche	Utilisation du calcul vectoriel (transformation d'expressions), même si le résultat final est faux	36 %
07		Question exclue	8 %
08		Question non abordée	13 %

Cet exercice de construction d'un barycentre des quatre sommets d'un carré, affectés des coefficients 1, 3, -1, 1 avait déjà été posée en Première S en 1993. La comparaison de ces deux passations, dont le codage est à peu près le même, est extrêmement intéressante : certes, la réussite est moins bonne en 2005, mais l'analyse de 1993 incite à la prudence : on y lit en effet : « De nombreux élèves n'arrivent pas à utiliser la définition pour placer le barycentre. Ceci est en particulier vrai pour les élèves orientés en TD : 24 % d'entre eux placent correctement le barycentre, contre 46 % pour les élèves orientés en TC. ». Le résultat de 35 % obtenu par les élèves de 2005, intermédiaire entre les deux, ne semble donc pas catastrophique, d'autant que l'exercice est le dernier de la série B1, et que le manque de temps peut expliquer en partie le relatif découragement des élèves devant cet exercice (13 % d'abandon).

Mais c'est la manière de traiter l'exercice qui a évolué : l'associativité du barycentre n'était pas au programme de Première en 1993 ; elle avait la réputation d'être trop difficile à utiliser et n'était enseignée qu'en Terminale ; mais son efficacité et son élégance plaisaient trop aux professeurs pour qu'ils la passent sous silence, et on trouve dans les commentaires de 1993 : « Il faut noter que 25 % des élèves utilisent l'associativité bien que celle-ci ne soit pas au programme. »

La nouveauté du programme actuel est précisément l'utilisation dés la classe de Première de cette propriété. Et la plupart des élèves l'utilisent : ils ne sont que 22 % à mener un calcul vectoriel, contre 53 % en 93 ; ils le font alors soit à partir de la définition classique du barycentre, soit en calculant le vecteur $\overrightarrow{AG}$, à partir de l'égalité : $4\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$, où M a été choisi en A. Ce calcul vectoriel est souvent exact, mais ne conduit pas forcément à la construction effective du point G, certains élèves se contentant d'un calcul...

Mais la solution la plus fréquente est aujourd'hui l'utilisation de barycentres partiels, avec, le plus souvent, la construction des barycentres partiels de A et D d'une part, de B et C d'autre part, ce qui a l'avantage de présenter G comme un isobarycentre.

Même parmi les solutions fausses ou incomplètes, le choix de départ du couple $(A, 1)$, $(D, 1)$, effectivement pertinente, est très majoritaire. Le point G est souvent bien placé, sans que les élèves cependant cherchent à prouver qu'il est au milieu du segment $[AB]$. On obtient des constructions fausses en général par erreur sur le barycentre de $(C, -1)$ et $(B, 3)$, le choix des groupements (A, B) et (C, D), qui conduit à une somme de coefficients nulle pour les points C et D est plus rare mais présente parmi les solutions fausses.

Mais ce n'est pas vraiment l'associativité qui fait obstacle : il semble bien que sa difficulté d'emploi ait été surévaluée, et beaucoup d'élèves la manipulent avec une certaine aisance, même dans des solutions erronées. Ce correctif apporté par le nouveau programme apparaît donc comme bienvenu.
Notons enfin que l'utilisation de coordonnées qui pourrait paraître ici fort simple est extrêmement rare. On pouvait penser que le nouveau programme de Seconde qui ne traite quasiment plus des vecteurs sans géométrie analytique allait créer sur ce point de nouvelles habitudes chez les élèves, mais il semble qu'il n'en est rien : ce n'est pas un outil qu'ils utilisent spontanément.

GEA109

Étant donné un triangle ABC non aplati :

1. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.
2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$ soit orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	63 %
01	1. RE	Réponse et construction exactes	14 %
02	1. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le milieu de $[AB]$	21 %
03	2. RE	Réponse et construction exactes	6 %
04	2. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le barycentre de $\{(A\,;\,1)\,;\,(B\,;\,2)\}$	11 %
05		Question exclue	17 %
06		Question non abordée	20 %

GEA109

Cette question très classique utilise le barycentre pour simplifier une expression du type $(\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB})$ afin de trouver un lieu géométrique. La première question, où la condition imposée est la colinéarité avec un vecteur fixe, est directement empruntée à l'étude de Terminale S 1999. Elle a été complétée par une situation où la condition imposée est l'orthogonalité à un vecteur fixe. Le résultat de 1999 avait été jugé très décevant : seuls 23 % des élèves réussissaient à tracer correctement la droite solution. On ne pouvait donc s'attendre à un score important ici, après une seule année d'apprentissage sur le barycentre.
C'est que l'on est typiquement dans la situation où l'élève a tout en charge : comprendre l'énoncé, le raccrocher à ses connaissances, fouiller dans son répertoire d'outils et d'expériences pour tenter de trouver une entrée. C'est un exercice à prise d'initiative totale, du moins pour les élèves qui ne l'ont pas déjà rencontré !
Trois entrées peuvent se présenter :

- Reconnaître une forme qui appelle l'intervention du barycentre (c'est le ahaa! de l'heuristique, l'idée « déclencheuse » de solution). La solution est alors immédiate : on note G l'isobarycentre de A et B, et on dispose d'un point et d'un vecteur directeur pour la droite des solutions. C'est la solution classique... pour qui l'a déjà rencontrée !
- Se placer dans le registre de la géométrie analytique, en choisissant un repère, par exemple $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$. Il faudra ensuite interpréter l'équation du lieu de M.
- On peut même se passer du barycentre, en restant dans le registre de la géométrie synthétique. En notant M_0 le point défini par $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MM_0}$ on peut penser (autre ahaa!) à introduire le symétrique P de B par rapport à M. Le résultat est alors évident : pour que (MM_0) soit parallèle à (AC), il faut et il suffit que P, A et C soient alignés. P doit donc décrire la droite (AC), et M son image dans l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$. Personne n'attend cette solution qui évite le barycentre...

Comme prévu, la réussite est très limitée : abandon dés la lecture de l'énoncé pour près d'un élève sur quatre, puis difficulté à faire intervenir le milieu du segment, malgré la symétrie de l'expression $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$. C'est là le plus gros obstacle : introduire un point nouveau dans une figure reste une difficulté. Quand elle a été franchie, la réussite n'est pas encore assurée ! Seuls les $\frac{2}{3}$ des élèves qui l'ont fait parviennent à tracer la droite des solutions ; de fait l'examen des copies révèle que, lorsque l'égalité $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$ a été trouvée, la traduction de « $2\overrightarrow{MI}$ colinéaire à $\overrightarrow{AC}$ » est loin d'être facile, même pour la minorité d'élèves qui a franchi l'étape précédente. Beaucoup l'interprètent comme une simple égalité des deux vecteurs et aboutissent ainsi à un seul point. On peut sans doute mettre ici en cause le peu de pratique du calcul vectoriel dénoncé par ailleurs par les professeurs : cet exercice révèle que le sens du mot « colinéaire » n'est pas encore acquis. Ici encore, c'est le B-A-BA qui manque !

La deuxième question est, comme c'était prévisible, encore plus mal réussie, avec un passage de l'égalité $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MG}$ à la construction de la droite encore plus problématique. La notion de vecteurs orthogonaux est une autre nouveauté.

La difficulté de l'exercice dépasse manifestement les compétences de l'élève moyen de Première S : ce type d'exercice classique devient abordable lorsqu'il a été traité plusieurs fois. Notre étude met en évidence que les professeurs n'en ont pas le temps.

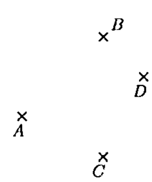
D Transformations

GES103

GES103

Quatre points A, B, C et D étant donnés, soit M, N, P et Q les points tels que :
- M et N sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1,5 ;
- P et Q sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5.

1. Placer les points M, N, P et Q sur la figure ci-contre.
2. Démontrer que $PMNQ$ est un parallélogramme.



Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	18 %
01	1. RE	Figure correcte	58 %
02	2. RE	Démonstration complète et correcte	8 %
03	2. Démarche	Utilisation des propriétés de l'homothétie, de Thalès ou de la similitude pour démontrer au moins une relation utile (y compris un parallélisme de droites)	25 %
04		Question exclue	79 %
05		Question non abordée	3 %

Cette question, inspirée d'une question de l'étude EVAPM Seconde 1991 (question D24), a été reprise de l'étude Première 1993 (question SC13).

Dans la version initiale, la figure était donnée et il n'y avait que la sous-question 2 à traiter.

Ici, l'élève doit d'abord compléter la figure. Cela suppose qu'il lise et comprenne l'énoncé, qu'il se remette en mémoire une définition ou une bonne représentation de l'homothétie. La qualité graphique du dessin n'est pas en cause ; un dessin à main levée peut tout aussi bien convenir qu'une figure construite.

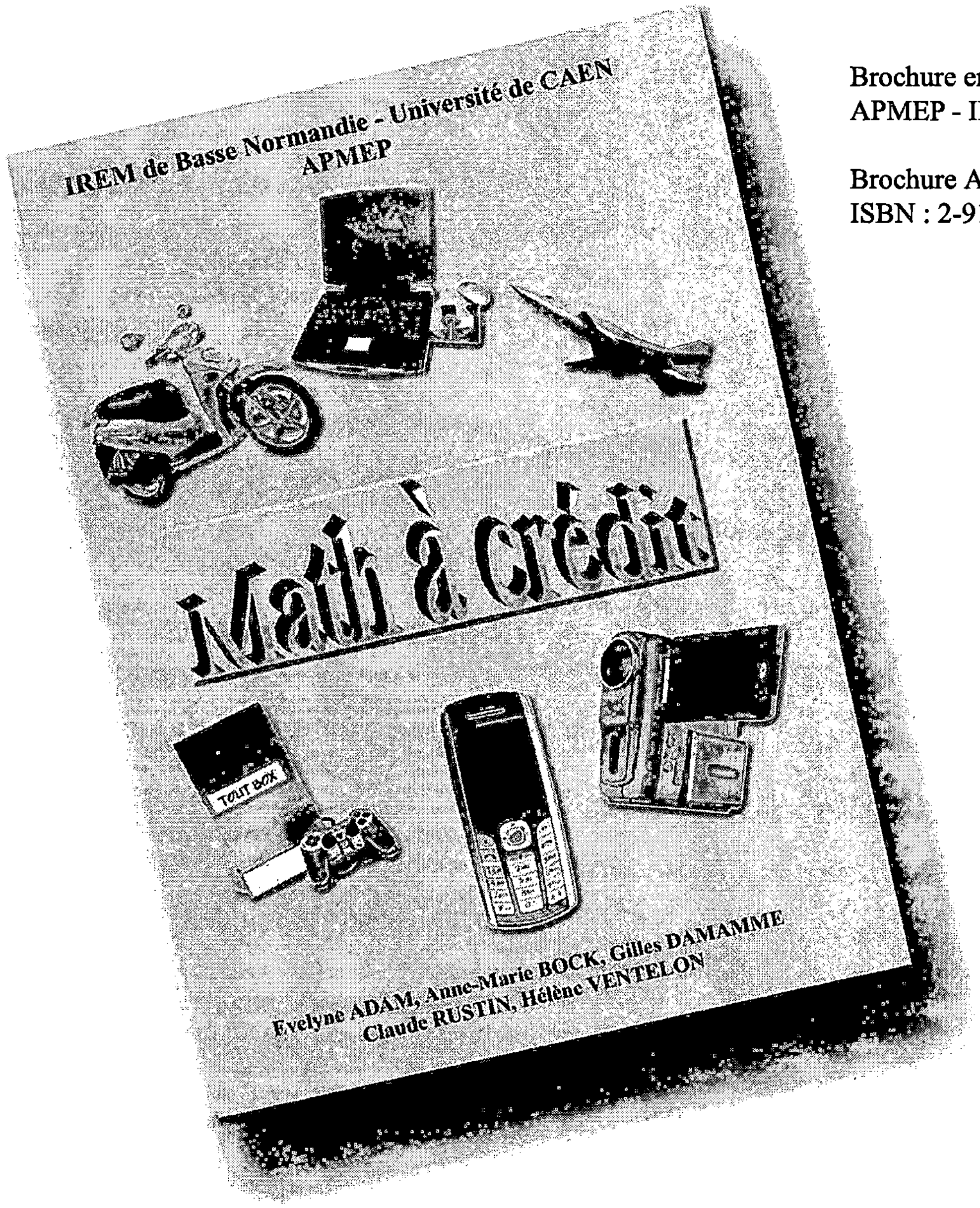
Quelle que soit la façon dont l'élève complète la figure, il se l'approprie en la faisant. Il n'est donc pas certain que l'ensemble de la question (avec la démonstration qui suit) soit plus difficile que dans la présentation de 1993.

Pour la démonstration du point 2, l'élève peut utiliser une démarche vectorielle stricte (... si A a pour image A_0 et B a pour image B_0, alors : $\overrightarrow{A_0B_0}=k.\overrightarrow{AB}$ et finalement conclure à partir de $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{MN}$.

Il peut aussi passer par la similitude des triangles CAB et CMN ou encore par le théorème de Thalès.
Cette question a été éliminée par 79 % des enseignants, ils n'avaient sans doute pas encore traité les homothéties. Même parmi les copies où ce chapitre a été vu, **peu de constructions** sont correctes : bien des élèves ne se souviennent pas de la manière dont on construit l'image d'un point par une homothétie. Or c'est la seule transformation nouvelle pour les élèves de Première S, on peut donc être surpris par l'absence de cette compétence : la simplicité du rapport (égal à 1,5) n'est pas à mettre en cause. Plus préoccupante encore est la faible réussite à la deuxième question : cette démonstration était réussie en 1991 par 17 % des élèves de Seconde, et en 1993 par 46 % des élèves de la section S : la baisse est ici flagrante, et démontre à quel point le travail sur les transformations, très minoré dans les nouveaux programmes en Seconde comme en Première, a perdu en efficacité. L'étude des transformations est repoussée à la fin de l'année, et quand elle est traitée, le manque de temps ne permet plus d'assurer les apprentissages comme c'était le cas autrefois en Seconde : en effet, les élèves de Première scientifique d'aujourd'hui ne parviennent plus à réaliser sur cette question ce que faisaient des élèves de Seconde générale, à la fois plus jeunes et de niveau beaucoup plus hétérogène en mathématiques, il y a une quinzaine d'années.

E Conclusion

L'évolution des résultats en géométrie est contrastée :
- on trouve des réussites : meilleure aisance en dessin et en géométrie analytique dans l'espace, bonne acquisition de la définition du produit scalaire, manipulation de l'associativité du barycentre,
- mais aussi des faiblesses évidentes en trigonométrie qui font obstacle à la manipulation des coordonnées polaires dont l'acquisition reste à assurer, en réinvestissement de connaissances nouvelles dans des exercices classiques,
- et un échec massif sur l'homothétie, où les élèves de Première S en 2005 font moins bien que ceux de Seconde en 1991.



Brochure en co-édition
APMEP - IREM de Caen

Brochure APMEP n° 166
ISBN : 2-912846-43-9

Cette brochure, initialement conçue en vue d'une utilisation en collège, pourra très bien intéresser des professeurs de lycée, comme point de départ d'une recherche plus approfondie.
Les activités proposées pourront très facilement permettre aux élèves de lycées de se " remettre aux pourcentages " et à leur utilisation avant de passer à des niveaux supérieurs.

Cette brochure vise trois objectifs essentiels :

- assurer des *mathématiques du citoyen* sur les sujets porteurs de *budget*, d'évolution des *prix*, d'*emprunts* et de *crédits*, de *publicités* ;
- de contribuer à mieux construire, par cette motivation, le *concept de pourcentage* et la maîtrise de ses interventions ;
- développer simultanément par ce levier, une f*ormation scientifique* selon les critères des "huit moments" chers à l'APMEP.

cf. Bulletin Vert n° 460, page 714

Prix public 10 € ; prix pour les adhérents de l'APMEP : 6 €.

Chapitre 2

L'analyse

Plan d'étude

A Les polynômes et le second degré

A.1 Introduction

La factorisation d'un polynôme est un outil indispensable pour l'étude des fonctions rationnelles, seule celle des trinômes du second degré est actuellement explicitement au programme de Première S. D'après les commentaires du document d'accompagnement aucun travail algébrique spécifique n'est exigé, si ce n'est la résolution de l'équation du second degré. Ce chapitre fondamental est abordé traditionnellement assez tôt dans l'année avec insistance et fait l'objet de fréquentes utilisations, en particulier lors de l'étude des dérivées et des limites. Dès la Seconde les élèves sont mis en présence de la fonction carrée et de quelques fonctions associées. Grâce aux calculatrices graphiques ils sont familiarisés avec l'allure des courbes représentatives des trinômes et aux liens entre les zéros de la fonction et les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses, entre le signe et la position de la courbe par rapport à cet axe.
La définition de la tangente à une courbe sert généralement à introduire le nombre dérivé, les premiers exemples traités portent souvent sur des paraboles. On retrouve aussi l'utilisation du second degré dès qu'on manipule une équation de cercle, et en statistique la variance.
Questions de l'évaluation : NAL100Q, FON104Q, FON103, ANA118

A.2 Calcul algébrique

NAL100Q

NAL100Q

L'expression $(x+1)^3+x^2-1$, où x désigne un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :				
a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp
b	$(x+1)^2(x-1)$	V	F	Jnsp
c	$x(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp
d	$x(x+1)(x+3)$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	95 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	79 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	76 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	76 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	58 %
05		Réussite à l'ensemble	50 %
06		Question exclue	4 %
07		Question non abordée	1 %

Analyse de la tâche

Il s'agit de choisir parmi quatre factorisations de $(x+1)^3+x^2-1$. Rappelons que selon le document d'accompagnement, aucune connaissance n'est exigible en matière de factorisation par $(x-a)$ — sauf dans le cas du trinôme — ou d'unicité de l'écriture polynomiale : celle-ci sera admise en cas de besoin dans certains exercices.
Une démarche peut consister à tester des valeurs des différentes expressions pour un x donné, en particulier les racines des expressions factorisées même si le théorème sur les zéros d'un polynôme n'est pas enseigné : 1 annule a, b et c et pas l'expression donnée, cela les élimine. Il ne reste que d. Il faudrait vérifier que -1 et -3 annulent l'expression donnée. Cette méthode suppose d'utiliser le lien entre les zéros d'un polynôme et sa factorisation.
On peut aussi développer les expressions proposées, ce qui demande bien plus de temps et d'attention.
On peut enfin attendre un début de factorisation :

$$(x+1)^3+(x-1)(x+1)=(x+1)\Big((x+1)^2+(x-1)\Big)$$

puis le développement de la deuxième parenthèse qui se factorise ensuite facilement.

Analyse des résultats

La question a été exclue dans quelques classes. Au moins 7 % des élèves disent ne pas savoir à chaque item alors que 94 % des enseignants estiment y avoir bien préparé leurs élèves et attendent une bonne réussite. Très peu d'élèves choisissent plusieurs réponses.
Environ les trois quarts rejettent les trois premières factorisations, mais ils sont moins nombreux à accepter la bonne.
La moitié seulement ne se trompe pas, alors qu'en 93, 62 % des élèves de S répondaient correctement à l'ensemble de la question.
Dans la même épreuve A2 la question ANA103Q demandait aussi du calcul algébrique sous forme du développement de la dérivée d'un quotient : la moitié des élèves choisissent les deux bonnes réponses.
Les consignes données par le programme et ses commentaires n'exigent un travail approfondi que sur le second degré, le manque de pratique du calcul algébrique par les élèves conduit à une faible maîtrise de la factorisation d'un polynôme du troisième degré même lorsqu'il s'agit seulement de reconnaître des formes algébriques équivalentes.

A.3 Second degré

QCM basique sur le second degré, restitution du cours

On considère le trinôme $T(x) = 6x^2 + 5x - 25$

1. $T(x)$ s'annule en				
a	$\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
b	$\frac{3}{5}$	V	F	Jnsp
c	$-\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
d	$\frac{5}{2}$	V	F	Jnsp

2. $T(x)$ est négatif dans l'intervalle				
a	$\left[-\frac{5}{2} ; -\frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
b	$\left[-\frac{5}{2} ; \frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
c	$[-2 ; 1]$	V	F	Jnsp
d	$[3 ; 8]$	V	F	Jnsp

3. Le minimum de $T(x)$ est				
a	$-\frac{175}{8}$	V	F	Jnsp
b	$-\frac{625}{24}$	V	F	Jnsp
c	-25	V	F	Jnsp
d	$\frac{275}{4}$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	98 %
01	1. a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	77 %
02	1. b) 1, 0 ou 2	idem	87 %
03	1. c) 1, 0 ou 2	idem	74 %
04	1. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
05	2. a) 1, 0 ou 2	idem	39 %
06	2. b) 1, 0 ou 2	idem	59 %
07	2. c) 1, 0 ou 2	idem	45 %
08	2. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
09	3. a) 1, 0 ou 2	idem	53 %
10	3. b) 1, 0 ou 2	idem	24 %
11	3. c) 1, 0 ou 2	idem	44 %
12	3. d) 1, 0 ou 2	idem	58 %
13		Réussite à l'ensemble	5 %
14		Question exclue	0 %
15		Question non abordée	2 %
16		Réussite à la partie 1	58 %
17		Réussite à la partie 2	19 %
18		Réussite à la partie 3	19 %

FON104Q

Analyse de la tâche

Dans la première question on propose, comme racines d'un trinôme, quatre nombres dont l'un est solution alors que les autres sont opposés ou inverses des racines. Les réponses exactes nécessitent la connaissance sans erreur des formules ou de longs calculs de vérification, peu

envisageables sans calculatrice. On élimine $\frac{3}{5}$ car le dénominateur dans la formule qui donne les racines est $2a = 12$ ou un de ses diviseurs.
Dans la seconde question il est demandé d'examiner si ce même trinôme est négatif sur quatre intervalles donnés : l'un est l'intervalle maximal, deux sont inclus dans cet intervalle et le dernier ne le contient pas. Une ébauche de la parabole prenant en compte les racines permet de répondre rapidement.
En dernier lieu l'élève est amené à reconnaître la valeur du minimum : un calcul complet à la main n'est pas indispensable, il peut conduire à des erreurs. Une proposition correspond à T(0), elle devrait être écartée. Le minimum ne peut être positif, ce qui permet d'écarter $\frac{275}{4}$, il est inférieur à $-25 = -\frac{200}{8}$, d'où l'élimination de $-\frac{175}{8}$, il ne reste plus qu'à vérifier b, $-\frac{625}{24}$.

Analyse des résultats
Les trois sous-questions sont abordées par tous : les élèves semblent être en terrain connu.
Question 1 : reconnaître des zéros d'un trinôme : on observe de deux tiers à trois quarts de réponses exactes par item, mais seulement la moitié des élèves réussit tout l'exercice.
Question 2 : signe dans un intervalle. L'intervalle qui est extérieur aux racines est rejeté à juste titre par sept élèves sur dix, l'intervalle maximal est retenu par les trois cinquièmes, alors que les intervalles plus petits sont rejetés par plus de la moitié. La plupart connaissent la règle du signe d'un trinôme, mais rejettent l'intervalle lorsqu'il n'est pas maximal, sans doute parce qu'ils sont habitués à résoudre l'inéquation $T(x) \leqslant 0$. Le formatage scolaire gêne ici la réflexion.
54 % choisissent 1a et 2b, c'est-à-dire savent reconnaître une racine et l'intervalle sur lequel la fonction est négative. La moitié a au moins six items exacts sur huit à ces deux questions.
Question 3 : minimum. Un quart seulement choisit la bonne réponse et 40 % la refuse. Près de la moitié choisit $-\frac{175}{4}$ qui correspond à une erreur de signe sur l'abscisse. 40 à 50 % rejettent les autres réponses qui sont effectivement fausses. Pour un quart le minimum est la valeur en 0. Chose étrange un sur sept choisit plusieurs minima.
Les questions 2 et 3 ne sont complètement exactes que pour un sixième des élèves.
30 % font moins de quatre erreurs et le quart plus de quatre sur les douze items.
Ainsi, sur ce sujet de base, les erreurs sont nombreuses et confirment l'impression des professeurs qui se plaignent des mauvaises performances en calcul de leurs élèves (rappelons que cet exercice est inclus dans une épreuve sans calculatrice.)

A.4 Relations entre les coefficients a et c d'un trinôme et les propriétés de la parabole associée

La parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ passe par les point $A(-1\,;\,3)$ et a pour sommet $S(2\,;\,5)$.
Répondre aux questions suivantes, en justifiant les résultats.

1) Quel est le signe de a ?
2) Quel est le signe de c ?
3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
4) Quelle est l'abscisse du deuxième point de la parabole qui a pour ordonnée 3 ?

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	89 %
01	1) RE	$a < 0$ (justifié ou non)	58 %
02	2) RE	$c > 0$ (justifié ou non)	54 %
03	3) RE	2 solutions (justifié ou non)	55 %
04	4) RE	$x_B = 5$ (justifié ou non)	33 %
05	Démarche	Utilisation pertinente d'un graphique, même avec des erreurs d'interprétation	35 %
06	Démarche	Utilisation pertinente d'un calcul, même avec des erreurs	16 %
07	Démarche	Utilisation pertinente d'un tableau de variation, même avec des erreurs	5 %
08		Question exclue	1 %
09		Question non abordée	10 %
10		Réussite conjointe	20 %
11		Démarche	47 %

FON103

Analyse de la tâche

Une parabole, représentation d'une fonction trinôme du second degré, est définie par un point et son sommet ; on demande de déterminer le signe de a, c'est-à-dire sa concavité, le signe de c, soit de $f(0)$, le nombre de racines et l'abscisse du deuxième point d'ordonnée 3.
Les trois premières réponses sont immédiates pour celui qui place le point et le sommet dans un repère et trace la courbe à main levée à condition évidemment de connaître les rôles de a et c : A est en dessous de S, donc $a < 0$ et le segment $[AS]$ coupe l'axe des ordonnées en un point d'ordonnée positive, d'où $c > 0$, d'après la concavité de la courbe. Par le calcul c'est bien plus long, il faut résoudre un système : $f(-1) = 3$, $-\dfrac{b}{2a} = 2$ et $f(2) = 5$.
La troisième démarche possible utilise le tableau de variation, elle rejoint la première : il faut remarquer que l'ordonnée du sommet S est plus grande que celle du point donné A (d'où le signe de a et le sens de variation) et qu'elles sont positives (d'où le signe de f entre -1 et 2 et donc le signe de $c = f(0)$). On peut en déduire aussi le nombre de racines.
Que ce soit la méthode graphique ou à l'aide des variations, la quatrième question suppose que l'on sait que toute parabole a un axe de symétrie. Si on n'utilise pas la symétrie il faut chercher a, b et c et résoudre l'équation $f(x) = 3$. Quel travail !

Analyse des résultats

Presque tous les élèves répondent au moins partiellement, un quart ne donne aucune réponse exacte, alors qu'un cinquième répond sans erreur à toutes les questions, moins de la moitié répond correctement à au moins trois questions sur quatre.
La méthode graphique est la plus fréquemment choisie (un tiers), le calcul par un sixième et le tableau de variation très rarement, près de la moitié font appel à une de ces trois démarches, quelques uns (moins de 10 %) à deux d'entre elles. Un quart donne des réponses exactes sans justification.

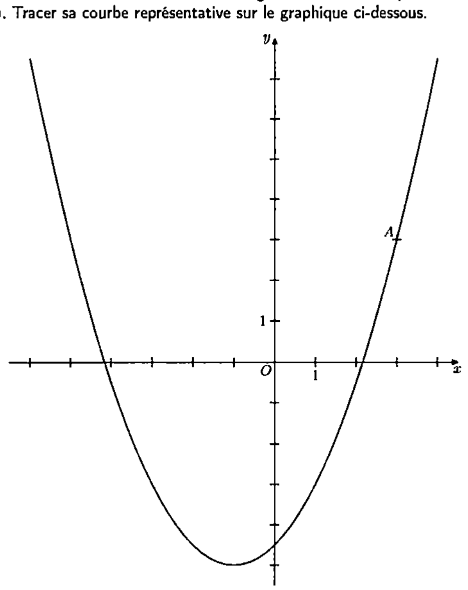
Les questions sur les signes de a et c et le nombre de racines sont réussies par plus de la moitié : la dernière qui se lit facilement en utilisant la symétrie l'est par un tiers.
Dans les deux questions FON104Q-1 et FON103 qui concernent les racines d'un trinôme, les taux de réussite sont de même voisins de 50 %.
Dans les copies observées, la plupart semblent utiliser des arguments graphiques, mais très peu joignent un schéma : ce type d'argumentation n'est manifestement pas reconnu. Quand des arguments sont rédigés, ils ne sont pas toujours exacts ou complets : « c positif car l'ordonnée du sommet est positive » ou « $a > 0$ car f est croissante — sous-entendu sur $[-1\ ;\ 3]$ ». En guise de réponse à l'item 3 sur le nombre de solutions de $f(x) = 0$, plusieurs répondent : « une seule, $f(0)$ », on retrouve ici la confusion classique entre image et antécédent.
Ceux qui tentent d'écrire un système d'équations n'obtiennent que deux équations la plupart du temps : $f(-1) = 3$ et $f(2) = 5$ et n'aboutissent donc pas.

A.5 Tangente à une parabole en un point donné connaissant la fonction trinôme

ANA118

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2}$.
Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.

1. Donner une équation de la tangente $(\mathscr{D})$ à la courbe représentant f au point A d'abscisse 3 ;
2. Donner une autre fonction trinôme du second degré dont la courbe représentative est tangente en A à $(\mathscr{D})$. Tracer sa courbe représentative sur le graphique ci-dessous.



Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	1. RE	Équation correcte de $(\mathscr{D})$: $y = 4(x-3)+3 = 4x-9$	55 %
02	1. Démarche	Démarche correcte, mais erreur de calcul	11 %
03	2. RE	Fonction proposée correcte	7 %
04	2. RE	Tracé correct	5 %
05	2. Démarche	$g(x) = ax^2 + bx + c$; $g(3) = f(3)$; $g'(3) = f'(3)$	8 %
06	2. Démarche	Le trinôme $g(x) - 4x - 9$ a une racine double égale à 3	0 %
07		Question exclue	7 %
08		Question non abordée	11 %

Analyse de la tâche

On donne une fonction polynôme du second degré et sa représentation graphique, on demande une équation de la tangente au point d'abscisse 3. Cette question fait appel aux savoirs de base concernant la relation entre le nombre dérivé et la tangente en un point.
La réponse peut être obtenue graphiquement en traçant la tangente, puis en lisant son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine, cela suppose un dessin précis pour aboutir à une réponse exacte. La démarche standard consiste à calculer la dérivée, sa valeur en 3 et, connaissant le coefficient directeur de la tangente, à écrire une équation de droite. La combinaison des deux démarches est un moyen de contrôle.
La seconde question exige une maîtrise beaucoup plus approfondie de cette même notion.

Première méthode : il est nécessaire de réécrire les mêmes égalités : $g(3) = 3$ et $g'(3) = 4$, puis de résoudre un système de deux équations et trois inconnues. L'élève peut fixer l'un des paramètres au départ et calculer les autres.

Deuxième méthode : définition de la tangente comme droite ayant un point d'intersection double avec la courbe.
L'équation $g(x) = ax^2 + bx + c = 4x - 9$ a une solution double 3 et $g(3) = 3$. Si l'élève pose $\delta = 0$ et $g(3) = 3$, il ne pourra pas s'en sortir sans écrire que la racine double est $-\dfrac{b}{2a}$ et retrouver le même système que plus haut.

On peut envisager un tracé approximatif à partir d'une droite de coefficient directeur 4, tangente en son point d'ordonnée 3 à la courbe recherchée, ou plus précis par symétrie par rapport au point A.

Analyse des résultats
Quatre élèves sur cinq ont abordé l'exercice.
La moitié a trouvé l'équation de la tangente, un dixième a fait une erreur de calcul.
Très peu abordent la deuxième partie, aucun par la recherche d'une intersection double.
Sur cinquante copies prises au hasard, six élèves seulement ont tenté de répondre à la deuxième question, deux ont déterminé une fonction satisfaisant les contraintes. L'un y parvient par la première méthode en choisissant a à la fin, l'autre affirme que la nouvelle parabole a un coefficient a négatif opposé au coefficient directeur de la tangente, donc $a = -4$, il pose ensuite $g(x) = -4x^2 + bx + c$, résout le système $g(3) = 3$; $g'(3) = 4$. Un autre démarre en écrivant la valeur en 3 d'un trinôme $g(x) = ax^2 + bx + c$ et de sa dérivée ; au lieu d'utiliser les valeurs trouvées à la première question, il écrit l'équation de la tangente et en déduit l'équation $g'(3) = 3$ mais ne résout pas le système. Les trois autres résolvent un autre problème : l'un recherche des racines de f, les autres essaient de partir de la fonction tangente et de fabriquer un trinôme de facteur $4x - 9$.
Ce problème dépasse manifestement les compétences ordinaires d'un élève de Première S en tout cas dans un travail individuel en temps limité.

A.6 Conclusion

Face à des tâches de routine comme la recherche des racines, plus de la moitié des élèves répondent correctement, mais dès que la question est posée autrement que sous la forme traditionnelle : « quelles sont les racines, dans quel intervalle », les taux de réussite diminuent et les incohérences dans les items d'une même question se multiplient. Cette maîtrise encore superficielle des propriétés d'un trinôme du second degré et le manque d'initiative se révèlent de façon flagrante quand il s'agit de trouver soit l'ordonnée d'un point quand on n'a pas déterminé l'expression algébrique, soit l'expression d'une fonction satisfaisant des contraintes.
Les commentaires du programme incitent à lier les résultats algébriques aux propriétés des représentations graphiques et à accepter des argumentations s'appuyant sur des schémas. Pour autant qu'on puisse en juger sur les copies observées cela ne semble pas être entré dans les pratiques des élèves.

B Fonctions associées et composées

B.1 Introduction

La notion de composée de fonctions est à la fois naturelle et délicate pour les élèves. On comprend facilement la composition des fonctions lorsqu'elle concerne des transformations géométriques, on comprend aussi ce que signifie le carré ou l'inverse d'une fonction, mais en concevant le carré comme résultat d'un calcul et non comme une action sur une expression. Le travail sur les composées d'isométries n'est plus à l'ordre du jour et la composition ne porte plus que sur des fonctions le plus souvent définies par une expression algébrique. C'est d'ailleurs conforme aux instructions du programme et de son document d'accompagnement : « *La mise en évidence de quelques compositions de fonctions permet une meilleure compréhension des expressions algébriques et des règles de priorités, de la notion de variable et de celle de fonction. Interpréter $(x-5)^2$ comme l'image de $x-5$ par la fonction carré prépare la notion de composition de fonction formalisée en Terminale. De même, illustrer le fait que composer une fonction avec une fonction croissante n'en modifie pas les variations permet de mieux comprendre la notion même de fonction croissante* ».
La difficulté s'accentue lorsque les expressions des fonctions composées ne sont pas explicites. Il est vraisemblable qu'en début de Première, lorsque ce nouveau concept est introduit, la notion de fonction n'est pas encore bien maîtrisée. Pour la plupart des élèves une fonction se résume à une expression algébrique ou à l'ordonnée du point d'abscisse x d'une courbe. Les élèves ont peu d'occasions de réinvestir la notion avant la Terminale sinon dans les exemples de suites définies par récurrence.
Ces notions sont testées dans notre étude par deux questions : FON100 et FON102.

FON100

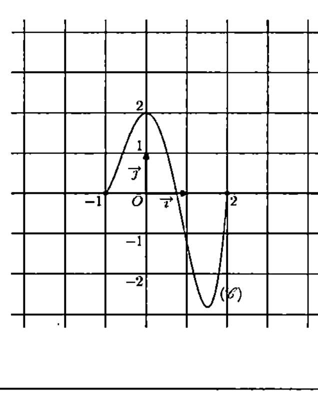
FON100

Dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on a tracé la courbe $(\mathscr{C})$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$.
On considère la fonction g définie, lorsque cela est possible, par :

$$g(x) = f(x-2)$$

Tracer, dans le même repère, la représentation graphique de la fonction g.

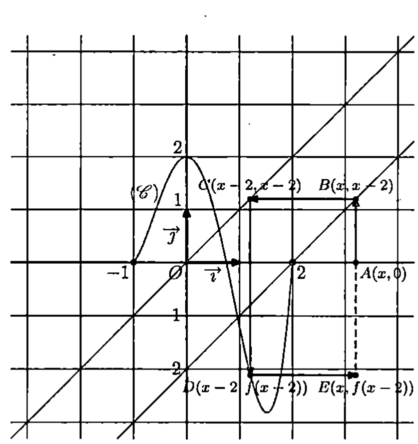
Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
....
....
....



Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	RE	Représentation correcte de g	25 %
02	Démarche	Ébauche, même partielle, d'une courbe translatée de la courbe donnée, même si la translation n'est pas faite dans la bonne direction	63 %
03	RE	Ensemble de définition de g : $[1\ ;\ 4]$	24 %
04		Question exclue	5 %
05		Question non abordée	13 %
06		Réussite conjointe	17 %

Analyse de la tâche

Il s'agit de composer une fonction affine avec une fonction donnée par sa représentation graphique : la construction point par point à partir de la représentation de la fonction affine et de la fonction Identité montre de manière non ambiguë la transformation correcte. Une courbe représentant une fonction f est tracée sur $[-1\ ;\ 2]$, il est demandé de représenter g définie par $g(x) = f(x-2)$ et de donner l'ensemble de définition de g. La transformation portant sur x, la courbe de g se déduit de celle de f par une translation horizontale.



Les erreurs possibles sont l'utilisation de translations de vecteurs $-2\vec{\imath}$ ou $\pm 2\vec{\jmath}$. Une fois la courbe tracée on lit graphiquement l'ensemble de définition. Pour le déterminer, on peut s'attendre à trouver les équations : $x - 2 = -1$ et $x - 2 = 2$.

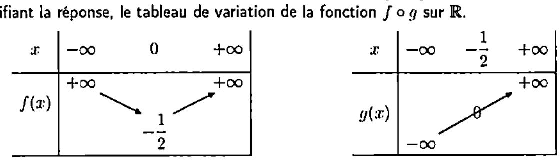
Analyse des résultats

Plus du quart des élèves tracent une courbe correcte et presque tous trouvent alors l'ensemble de définition, les trois quarts dessinent bien une courbe translatée, mais, pour la majorité, de vecteur $-2\vec{\imath}$. Cette erreur est classique, induite naturellement par l'expression algébrique $(x - 2)$; on sait qu'elle est difficile à extirper ! Pour un quart, c'est une translation de vecteur $\pm 2\vec{\jmath}$ qui est employée et même, pour quelques-uns, une autre translation ou transformation. Ceux-là sont plus loin du compte !

Si on regarde conjointement ANA108 et FON100 qui touchent essentiellement au registre graphique on observe que la moitié réussit au moins une des deux questions, un tiers d'entre eux réussit les deux.

FON102

On donne ci dessous le tableau de variation de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$. En déduire, en justifiant la réponse, le tableau de variation de la fonction $f \circ g$ sur $\mathbb{R}$.



Justifications :

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	70 %
01	RE	Tableau de variation de $f \circ g$ correct (avec ou sans justification)	12 %
02	Justification	Comme g croît sur $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$ et prend sur cet intervalle des valeurs négatives et que f décroît sur $]-\infty, 0]$, $f \circ g$ décroît sur $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$	6 %
03	Justification	Comme g croît sur $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ et prend sur cet intervalle des valeurs positives et que f croît sur $[0, +\infty[$, $f \circ g$ croît sur $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$	6 %
04	Erreur	L'élève donne le même tableau que celui de f (mêmes intervalles)	22 %
05	Erreur	L'élève a traité $g \circ f$	7 %
06		Question exclue	6 %
07		Question non abordée	24 %

FON102

Analyse de la tâche

Les tableaux de variations de deux fonctions f et g sont donnés, il s'agit d'établir celui de $f \circ g$. L'image de D_g par g est D_f.

On peut répondre en recopiant le tableau de g, puis en ajoutant une ligne pour $f \circ g$.

Une méthode consiste à choisir des fonctions les plus simples possibles qui ont ces tableaux de variation : par exemple $g(x) = x + \frac{1}{2}$ et $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}$, alors $f \circ g(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$ et on retrouve un trinôme sous forme canonique. En déterminant la dérivée de $f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ à partir de celle de f, on constate que son signe est celui de f', donc la composée a les mêmes variations que f sur D_g.
On peut se tromper en intervertissant f et g ou en multipliant f par g.
Un tableau correct peut être obtenu en ne prenant en compte que les bornes.

Analyse des résultats

On constate que si 70 % des élèves sont censés répondre, 40 % seulement abordent l'exercice, un petit pourcentage réussit à donner un tableau correct et la moitié d'entre eux à le justifier, un quart donne un tableau avec les mêmes variations que pour f mais sans changer les intervalles : ils ont retenu que la composition par une fonction croissante ne modifie pas le sens de variation, mais sans porter attention aux intervalles de départ et d'arrivée. Une très faible proportion intervertit f et g.
On voit ici appliquer un théorème en acte : une règle similaire à la règle des signes pour les sens de variations est appliquée au produit et non à la composée. Un bon nombre d'élèves fait cette confusion. Parmi un échantillon de cinquante copies, on ne trouve qu'une fois une expérimentation avec la calculatrice. Dans 20 % des copies $-\frac{1}{2}$ et 0 apparaissent dans les deux lignes du tableau : l'élève a compris que ces valeurs avaient un rôle à jouer, mais il ne sait pas trop lequel !
Il est frappant qu'aucun élève, dans les essais de justification, n'ait recourt à la définition du sens de variation.
Le faible taux de réussite n'est pas surprenant, la forme de l'exercice n'est pas classique : il est vraisemblable que les élèves aient travaillé seulement sur un petit nombre d'exemples de composées, et à partir de fonctions explicites et non sur des tableaux de variations.
Les déclarations des professeurs montrent qu'ils n'apprécient généralement pas ce sujet : la question des variations d'une fonction composée est parmi celles qui sont les plus souvent citées comme pouvant être supprimées du programme, car elle est jugée difficile et superflue.
L'expérience montre qu'elle n'est acquise que par très peu d'élèves, au moins lorsqu'il s'agit pas que de fonctions monotones. Peut-être serait-il plus réaliste en classe de Première de restreindre l'utilisation de ce théorème à des fonctions monotones.
Comme cette démarche intervient dans l'étude des suites définies par récurrence et des limites de fonctions, on peut espérer qu'à ces occasions, l'outil devenant nécessaire, la notion sera assimilée petit à petit.

Tableau ou pas, l'élève doit se représenter les variations pour répondre à c). Il doit penser à s'interroger sur les limites à l'infini pour placer l'asymptote horizontale. Il peut aussi à partir de la représentation de la calculatrice tracer une courbe à peu près correcte avec ou sans asymptote.
La dérivée étant $f'(x) = \frac{6x}{(x^2+1)^2}$, l'élève doit remarquer que le dénominateur est toujours positif et donc, que, sur $\mathbb{R}$, $f'(x)$ est du signe de x.
Pour d) l'élève doit savoir calculer l'équation d'une droite de coefficient directeur donné, passant par un point donné.
Il doit aussi réussir à contextualiser ce savoir dans le cadre de cet exercice. Quel est le point connu ? Comment trouver le coefficient directeur en ce point ?

Analyse des résultats

Le calcul exact de la dérivée est réalisé par les deux tiers des élèves, alors qu'il l'était à 80 % en 93, l'utilisation d'une formule correcte passe de 92 % à 76 %.
L'étude des variations est correcte par 80 % parmi ceux qui ont réussi a), mais aussi par le tiers des autres, qui ont sans doute lu les variations sur la calculatrice.
Un petit nombre précise l'ensemble de dérivabilité ou les limites à l'infini.
Ils sont moins nombreux qu'en 1993 à parvenir à une équation de la tangente.
Les compétences mises en jeu sont moins maîtrisées en mars 2005 qu'en mai 1993 : il y a une baisse sensible sur chacun des items, sauf pour la représentation graphique, on peut supposer que l'utilisation de la calculatrice graphique est entrée dans les usages. Très peu donnent toutes les réponses correctes : cet exercice était le dernier de l'épreuve.
Dans les copies : les mêmes élèves, qui dans ANA108 donnent l'équation de la tangente au lieu du nombre dérivé, cherchent ici un nombre dérivé à partir de la définition quand on leur demande l'équation de la tangente. Quelques-uns étudient le signe de la fonction en la confondant avec sa dérivée sans voir de contradiction avec le tracé de la courbe, d'autres font le même type d'erreur en écrivant correctement une formule qui donne l'équation de la tangente mais en intervertissant dans les valeurs numériques $f(a)$ et $f'(a)$.
Dans cette situation assez traditionnelle une bonne partie des élèves parvient avec plus ou moins d'erreurs à une équation de tangente alors qu'ils ne donnent aucune réponse dans le cas de lecture graphique (ANA108). On retrouve ce fait déjà observé que le graphique n'est généralement pas conçu spontanément comme un outil de contrôle.
On retrouve les erreurs traditionnelles dans le calcul d'une dérivée de quotient : signes dans la formule de dérivation : $uv' - u'v$ ou $u'v + uv'$ (4), oubli d'un facteur ou erreur de signe dans le développement, oubli du carré ou du dénominateur complet dans le calcul de $f'(1)$.
On rencontre les graves erreurs d'algèbre habituelles : tableaux de signes où la règle du signe du produit est appliquée à une somme, où $6x$ s'annule en $\frac{1}{6}$.
Dans le tracé de la courbe on constate la confusion entre x^2 et $\sqrt{x}$: la courbe coupe l'axe des abscisses en 4 et -4 en prenant 4 comme racine carrée de 2. Un quart place des points d'ordonnées supérieures à 1. 10 % ne trace pas de courbe.
On observe que les réussites conjointes à ANA108 et ANA111 concernent 20 % des élèves et la moitié l'échec conjoint (aucune réponse exacte à ANA108 et moins de la moitié à ANA111).

Analyse des résultats

Plus de la moitié des élèves déterminent la validité de chaque proposition correctement, mais la réussite globale est d'un tiers. 5 % n'abordent pas ces questions alors que la notion a été traitée en classe. La forme de l'énoncé peut avoir surpris certains élèves.

Question ANA111

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 1}$.

On appelle $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

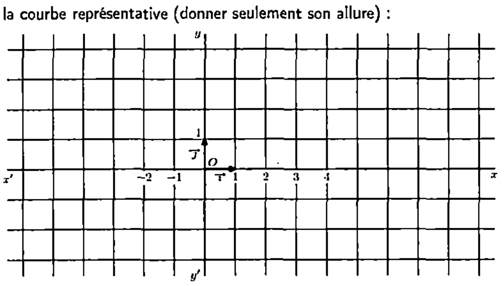
a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f :

....

b) Étudier les variations et dresser un tableau de variation de la fonction f :

....

c) Ébaucher la courbe représentative (donner seulement son allure) :



d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1 :

....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	97 %
01	a) RE	$f'(x) = \dfrac{6x}{(x^2+1)^2}$	66 %
02	a)	Précision du fait que f' est définie sur $\mathbb{R}$	13 %
03	a) Démarche	Utilisation d'une formule correcte, même si erreur de calcul	79 %
04	b) RE	Décroissante sur $\mathbb{R}_-$, croissante sur $\mathbb{R}_+$, même si ces résultats n'apparaissent pas dans un tableau	66 %
05	b) RE	Limite à l'infini = 1 dans les deux cas	14 %
06	c)	Ébauche correcte. Seules la forme générale, la symétrie approximative, et l'indication de l'asymptote horizontale ($y = 1$) sont attendues	20 %
07	c)	Ébauche correcte sans indication d'asymptote	48 %
08	c)	$f(0) = -2$	63 %
09	d) RE	$y = \dfrac{3}{2}x - 2$ ou toute forme équivalente	27 %
10	d) RE	Le coefficient directeur de la tangente est égal à $\dfrac{3}{2}$	34 %
11	d) Démarche	Démarche correcte pour le calcul de l'équation même si erreur de calcul	42 %
12		Question exclue	0 %
13		Question non abordée	2 %

ANA111

Analyse de la tâche

En a), l'élève doit calculer la dérivée de f qui est de la forme $\dfrac{u}{v}$. On sait qu'en Première (S, et pas seulement), ce genre de question est assez bien réussie. Les élèves ont un automatisme entraîné à leur disposition... Ils peuvent se tromper dans la formule dans l'ordre des termes ou utiliser une formule fausse du type $\dfrac{u'}{v'}$.

L'élève devrait penser à préciser que la fonction dérivée est, comme f, définie sur $\mathbb{R}$. Mais on sait que pour les élèves... et pas seulement..., bien souvent, une fonction est simplement définie par son expression algébrique.

Pour b), l'élève doit connaître le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation, il doit aussi être capable de transcrire ses conclusions dans un tableau (encore que les consignes de codage conduisent à accepter une verbalisation correcte hors tableau).

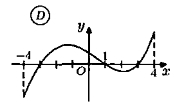
En conclusion les élèves ont progressé sur la connaissance du lien entre tangente et dérivée, même si la nature de ce lien est parfois floue. On peut penser que le mode d'introduction de la dérivée a évolué et s'appuie davantage sur l'aspect graphique. Comme en 1993 les erreurs semblent dues essentiellement à des confusions sur la nature des objets : fonction dérivée, approximation affine et droite. Cette analyse confirmée sur la durée devrait conduire à une remédiation centrée sur la nature des objets, ce qui réclame **du temps.**

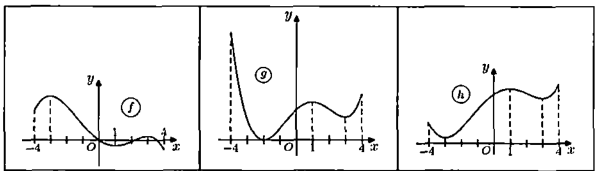
C.8 Associer la courbe d'une fonction à celle de sa dérivée.

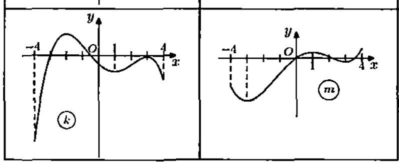
Question ANA105Q

ANA105Q

Soit D la fonction dont la courbe représentative sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$ est dessinée ci-contre.
On propose ci-dessous les courbes représentatives de cinq fonctions : f, g, h, k, m.
On cherche celles pour lesquelles D peut être la fonction dérivée.







D peut être la dérivée de :				
a	f	V	F	Jnsp
b	g	V	F	Jnsp
c	h	V	F	Jnsp
d	k	V	F	Jnsp
e	m	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	96 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	65 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	66 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	53 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	66 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	54 %
06		Réussite à l'ensemble	34 %
07		Question exclue	0 %
08		Question non abordée	4 %

Analyse de la tâche

On donne la courbe d'une fonction D dans un repère et on demande de reconnaître parmi cinq courbes celles qui peuvent admettre D comme dérivée.

Pour répondre l'élève doit utiliser le théorème reliant signe de la dérivée et sens de variation d'une fonction. Il peut se tromper en lisant l'énoncé à l'envers et chercher parmi les courbes celles qui peuvent représenter la dérivée de D. Dans ce cas s'il applique le théorème il refusera toutes les propositions. Il peut aussi recourir à un théorème faux : si la dérivée change de sens de variation, la fonction change de signe ou de sens de variation.

Démarche standard : on lit le signe de D, puis les variations des fonctions dont on déduit les signes de la dérivée et on compare. On constate que les foncions h et m conviennent.

Démarche standard accélérée : à partir du tableau de signes de D on déduit les variations d'une fonction « primitive » et on choisit parmi les courbes celles qui varient dans le même sens dans les mêmes intervalles, ce qui conduit à éliminer f, g et k.

L'élève peut n'en avoir choisi qu'une en croyant à tort qu'il n'existe qu'une solution : pour lui la dérivée étant unique il n'y a pas deux fonctions de même dérivée.

S'il choisit f on peut imaginer qu'il sait que le sens de variation change chaque fois que la dérivée s'annule, mais choisit au hasard un premier signe dans un intervalle et en déduit les autres.

S'il sélectionne g les flèches sont dans le bon sens mais il se trompe pour le premier sommet : L'abscisse (-2) d'un sommet de la courbe de la dérivée est considérée comme celle d'un sommet de la courbe de la fonction, ou plus simplement il lit mal l'abscisse.

Le choix de k revient à dire que la fonction et sa dérivée ont des courbes de même allure sur $[-4\ ;\ 3]$ et à appliquer une règle correcte sur $[3\ ;\ 4]$.

C.7 Calculer un nombre dérivé et reconnaître parmi plusieurs droites celle qui est tangente en un point d'abscisse fixée, la courbe n'étant pas tracée

On considère la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 1$.

a) Calculer la dérivée de la fonction f.

....

b) En déduire $f'(1)$.

....

c) Dans le graphique ci-contre, laquelle des cinq droites tracées est la tangente à la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ au point d'abscisse 1 ?

Justification :

....

....

....

....

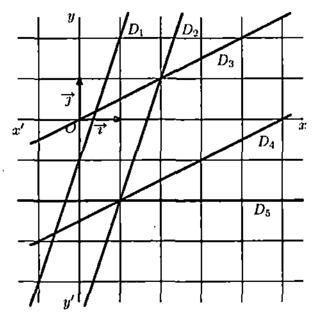
....

....

....

....

....



Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	a) RE	$\frac{15}{2}x^2 - 7x$	85 %
02	b) RE	$f'(1) = \frac{1}{2}$	84 %
03	c) RE	D_4	43 %
04	c) Démarche	Choix d'une droite de coefficient directeur $\frac{1}{2}$ (D_3)	38 %
05	c) Erreur	D_5 (tangente horizontale)	8 %
06		Question exclue	0 %
07		Question non abordée	1 %
08		Réussite conjointe	40 %

ANA110

Analyse de la tâche

L'élève doit d'abord calculer la dérivée de f. On sait qu'en Première (S et pas seulement), ce genre de question est bien réussie. Les élèves ont un automatisme entraîné à leur disposition...

Le passage de $f'(x)$ à $f'(1)$ n'est mis là que pour préparer la sous-question c) et ne pose pas non plus de difficulté.

Pour c), l'élève doit faire le lien entre tangente en un point et nombre dérivé. Il doit de plus être capable de lire la pente d'une droite sur un quadrillage lié à un repère orthonormal.

On sait par expérience et on a observé dans l'exercice précédent que c'est le lieu de la difficulté principale. Il ne s'agit plus d'appliquer une procédure apprise à laquelle on peut très bien ne rien avoir compris, mais de manifester sa compréhension du lien entre plusieurs notions et plusieurs objets.

Enfin il faut encore que l'élève réalise que la droite cherchée doit passer par le point $(1; f(1))$.

Analyse des résultats.

85 % des élèves calculent correctement la fonction dérivée et sa valeur en 1, les trois quarts d'entre eux, soit 63 % de ceux qui étaient censés faire l'exercice (c'est mieux que les 55 % de 1993) choisissent pour tangente une droite de coefficient directeur $f'(1)$, mais seulement la moitié la font passer par le point d'abscisse 1 de la courbe.

Dans les copies on voit que certains énoncent correctement les conditions pour qu'une droite soit tangente : la droite a pour coefficient directeur et passe par le point d'abscisse 1, mais ne choisissent pas la bonne droite, soit qu'ils n'ont pas calculé f(1), soit qu'ils lisent le coefficient directeur à l'envers : $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}$. Quand ils écrivent son équation ils peuvent permuter ou confondre $f(1)$ et $f'(1)$ ou x et 1. Le choix de la droite horizontale (D_5) est justifié par le fait qu'elle passe par le point d'abscisse 1 de la courbe.

C.6 Nombre dérivé et tangente

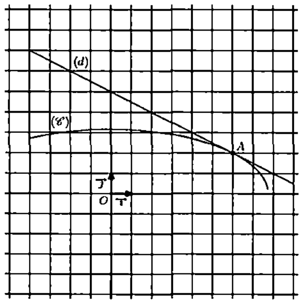
ANA108

($\mathscr{C}$) est la courbe représentative, dans le repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite (d) est la tangente à cette courbe au point $A(6~;~2)$.

Déterminer graphiquement une valeur approchée de $f'(6)$.

Explications :
....
....
....
....
....
....
....

Réponse : ....



Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	60 %
01	RE	$-\frac{1}{2}$ (ou $-0{,}5$)	24 %
02	Démarche	Démarche montrant que l'élève fait le lien entre le nombre dérivé et le coefficient directeur de la tangente	35 %
03	Erreur	L'élève a cherché la pente de la droite mais n'a rien trouvé ou a trouvé un résultat faux	13 %
04		Question exclue	9 %
05		Question non abordée	31 %

Analyse de la tâche

On donne, dans un repère orthonormal, la représentation graphique d'une fonction et sa tangente au point de coordonnées $(6, 2)$ et on demande de lire la valeur de la dérivée pour $x = 6$. Il s'agit d'une part de savoir que le coefficient directeur de la tangente est le nombre dérivé et de déterminer par lecture graphique le coefficient directeur d'une droite. La tangente passe par des nœuds du quadrillage, il n'y a pas d'ambiguïté sur les coordonnées des points : la lecture est facile.

Analyse des résultats

Dans cet exercice déjà posé en 1993, un tiers de ceux qui ont abordé l'exercice ont trouvé le coefficient correct $-\frac{1}{2}$, la moitié ont suivi la bonne démarche. En 1993 en S, 37 % avaient suivi la bonne démarche et 27 % avaient trouvé la réponse, 36 % n'avaient pas répondu, 31 % en 2005. On constate donc une petite amélioration dans cet exercice de lecture graphique.
À la lecture des copies, on constate que des élèves confondent $f(a)$ et $f'(a)$: « f' est la dérivée de f, les deux courbes ont les mêmes variations ». Trois sur la cinquantaine de copies analysées écrivent une équation correcte de la tangente en 6, puis calculent sur cette droite l'ordonnée du point d'abscisse 6 produisant ainsi la réponse $f(6)$. Sans compter les confusions d'objets du type : « le nombre $f'(a)$ est une droite dont l'équation est $y = f'(a)$ ».
En repartant de la méthode utilisée pour introduire le nombre dérivé, un élève calcule le coefficient directeur d'une sécante à la courbe passant par A et s'y arrête, un autre a retenu une définition tronquée : $f'(a) = \lim_{h \to 0} f(a+h) - f(a)$.
La notion de tangente est bien définie mais conduit à une confusion entre approximation affine et fonction dérivée : « Sur la droite (d) plus on se rapproche de A, plus la droite (d) est proche de la courbe. En conséquence au voisinage de A les points de la courbe et les points de la droite ont les mêmes coordonnées et $f'(a) = f(a)$ ». On peut penser que, pour cet élève l'équation de la tangente est $y = f'(x)$.
Certains prétendent déterminer le coefficient directeur avec un seul point de la tangente.
Plusieurs lisent une abscisse pour trouver un coefficient directeur. « On avance d'une unité à droite et une unité vers le haut depuis A et on lit l'abscisse du point de la droite de même ordonnée. »
D'autres font des erreurs de signe ou calculent $\frac{\Delta x}{\Delta y}$.

Dans la troisième, $f'(0) = \dfrac{f(x) - 4}{x}$, le passage à la limite n'apparaît pas.

Dans la quatrième, $f'(4) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$, on confond objet et image.

Analyse des résultats

Pour chaque item, de 40 à 50 % des élèves censés répondre à la question choisissent la bonne réponse : c'est plutôt moins que le hasard ! et donne donc une piètre information. Ici c'est la réponse conjointe qui nous renseigne : 15 % seulement ne font aucune erreur en considérant Vraie uniquement la deuxième proposition. La définition du nombre dérivé n'est donc pas encore acquise en fin de Première S : il est important que les professeurs de Terminale en aient conscience.

C.5 Dérivée d'une fonction rationnelle

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x-3}{x^3+1}$.				
a	$f'(x) = \dfrac{1}{3x^2}$	V	F	Jnsp
b	$f'(x) = \dfrac{-2x^3 + 9x^2 + 1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp
c	$f'(x) = \dfrac{4x^3 - 9x^2 + 1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp
d	$f'(x) = \dfrac{2x^3 - 9x^2 - 1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	83 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	75 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	82 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	77 %
05		Réussite à l'ensemble	59 %
06		Question exclue	1 %
07		Question non abordée	0 %

ANA103Q

Analyse de la tâche

Il s'agit d'utiliser la formule de dérivation d'un quotient. La réponse a provient d'une formule fausse $\dfrac{u'}{v'}$, b est la bonne réponse, c est fabriquée à partir d'un numérateur $u'v + uv'$ et d à partir de $v'u - u'v$.

Dans le premier item le dénominateur n'est pas le carré du dénominateur de la fonction, il devrait être écarté d'entrée. L'expression est le quotient des dérivées : ce choix correspond à une ignorance totale de la dérivée d'un quotient.

Si on pose le calcul $f'(x) = \dfrac{x^3 + 1 - 3x^2(x-3)}{(x^2+1)^2}$, sans aller jusqu'au bout du calcul on peut remarquer que le coefficient de x^3 est négatif, seule la réponse b est donc possible. Si on se trompe dans l'ordre de u et v, on choisit d, si on oublie le signe $(-)$ on choisit c.

Analyse des résultats

La compétence visée est limitée à l'application d'une formule facile à identifier.

À chaque item près de quatre élèves sur cinq choisissent la bonne réponse, 20 % n'éliminent pas toutes les autres, un cinquième choisit plusieurs expressions. Trois sur cinq donnent le seul bon résultat, un sur vingt se trompe à tous les items.

Cet exercice est parmi les mieux réussis de l'évaluation, réussite liée au fait que les professeurs attachent beaucoup d'importance au calcul de dérivées (question classée parmi les 10 les plus importantes). Le calcul complet n'était pas à la charge des élèves, l'analyse de l'exercice ANA111, déjà posé en 1993 montre une nette dégradation dans les compétences en calcul.

- Soit on part du développement de $f(1+h) = 3(1+h)^2+1 = 3+6h+3h^2+1 = 6h+4+3h^2$, la partie affine est $6h+4$ et on arrive à la bonne réponse b. Si on ignore ce qu'est une fonction affine ou une approximation, on en reste à la forme développée et on considère d vrai.
- Soit on calcule $f(1) = 4$, on élimine les expressions a, c et d, ne prenant pas la valeur 4 en 0, puis on calcule $f'(x) = 6x$, sa valeur en 1, 6, on choisit b. On peut déterminer d'abord $f'(1)$ et comparer $f(1) = 4$ aux valeurs des expressions proposées pour $h = 0$ et on garde b. Ou bien on connaît l'expression de la fonction affine tangente $f'(1)h + f(1)$ avec $h = x - 1$.

Une erreur vraisemblable est de confondre x et h, alors on choisit c ($h = x$).
Une autre consiste à écrire $f'(x) = 6x + 1$, c'est-à-dire ne pas dériver la constante d'où la réponse e.
Le choix de a revient à confondre l'accroissement affine avec la fonction affine tangente.
Les erreurs a, c sont à associer à une connaissance floue des définitions de la fonction affine tangente : le coefficient directeur est exact, mais la droite ne passe pas par le point de contact.
Les procédures de contrôle ne sont pas utilisées.

Analyse des résultats

Plus des deux tiers des élèves choisissent une réécriture de la fonction (d) et pas une approximation affine : ils se raccrochent à une forme qui fait sens pour eux, sans chercher plus loin. Un quart des élèves seulement cochent la bonne réponse, et un sixième n'en choisissent pas d'autre. Cependant 80 % choisissent a, b ou c où le coefficient de x est correct.
Plus de deux sur trois rejettent a ou c.

C.4 Nombre dérivé

ANA106Q

f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$; $f(0) = 4$				
a	$f'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp
b	$f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp
c	$f'(0) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$	V	F	Jnsp
d	$f'(4) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 4}{x}$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	92 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	44 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	36 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	38 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	50 %
05		Réussite à l'ensemble	15 %
06		Question exclue	2 %
07		Question non abordée	7 %

Analyse de la tâche

Il s'agit ici de tester l'acquisition de la définition de la dérivée en un point. On donne la valeur d'une fonction f en 0 et on propose diverses égalités entre un nombre dérivé et des taux d'accroissement ou limites de taux.
La première $f'(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$ devrait apparaître complètement incohérente à l'élève ($f'(x)$ à gauche alors que l'on fait tendre x vers 0 à droite), mais une bonne partie des élèves ne voit pas cette incohérence (44 % seulement ont répondu « Faux ») : il y a confusion entre nombre dérivé en x et en 0. Le passage du nombre dérivé de f en un x quelconque à la fonction qui à x associe le nombre dérivé de f en x n'est sans doute pas si naturel.
La deuxième $f'(0) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - 4}{x}$ est la définition classique de la dérivée en 0. C'est la seule correcte.

C La dérivation

C.1 Le programme

Dérivation

Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive, dans un premier temps lois horaires élémentaires (trinôme du second degré) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.

Définition du nombre dérivé d'une fonction en un point : dans les cas usuels, la limite de $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0.

Fonction dérivée.

Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; l'approximation affine tangente n'est pas au programme. On pourra cependant évoquer le caractère optimal de l'approximation affine liée à la dérivée.

Dérivée des fonctions usuelles.

Lien entre signe de la dérivée et variations. On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions monotones sur un intervalle.

L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.

C.2 Introduction

L'étude des fonctions à l'aide des dérivées occupe une place fondamentale dans les programmes. La notion de dérivée d'une fonction est le plus souvent introduite par la recherche d'une meilleure approximation affine en un point : elle repose sur la connaissance du coefficient directeur d'une droite : en Seconde les travaux sur les fonctions affines et les équations réduites de droites à partir de vecteurs colinéaires devraient avoir préparé le terrain pour cette nouvelle notion.

Les calculs de dérivées à l'aide des formules fournit des occasions de pratiquer le calcul algébrique dans lequel beaucoup manquent d'aisance. L'utilisation du théorème liant signe de la dérivée et sens de variation ainsi que la lecture des représentations graphiques devraient donner des outils de contrôle de cohérence pour corriger en particulier des erreurs de signes.

C.3 Meilleure approximation affine

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 1$. h est un nombre voisin de 0.

La meilleure approximation affine de $f(1+h)$ est :				
a	$6h$	V	F	Jnsp
b	$6h+4$	V	F	Jnsp
c	$6(h-1)+4$	V	F	Jnsp
d	$3(1+h)^2+1$	V	F	Jnsp
e	$7h+4$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	93 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	76 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	26 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	70 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	31 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	72 %
06		Réussite à l'ensemble	15 %
07		Question exclue	5 %
08		Question non abordée	2 %

ANA107Q

Analyse de la tâche

Quelle est la meilleure approximation affine de $f(1+h)$ lorsque $f(x) = 3x^2 + 1$?

C.9 Conclusion. Comparaison des différentes questions d'une même épreuve

Dans l'épreuve A1, ANA105Q porte sur le lien entre dérivée et variations, et ANA106Q sur le nombre dérivé.
Un tiers répond vrai pour les assertions exactes, quatre sur cinq répond correctement à l'une ou l'autre. La pratique plus fréquente et plus technique des études de signes de dérivées et de variations entraîne une meilleure réussite à ce type de questions qu'à celle sur la définition du nombre dérivé qui n'est ni assimilée par la plupart, ni réinvestie en Première.
Dans A2, ANA107Q concerne la meilleure approximation affine d'un polynôme et ANA103Q le calcul de la dérivée d'une fonction rationnelle. La plupart de ceux qui répondent correctement à la première question choisissent la bonne expression pour la dérivée, deux tiers de ceux qui savent utiliser une formule de dérivation n'ont pas compris complètement la notion de fonction tangente : ceux qui ont bien compris savent faire les calculs, alors que la réciproque est fausse.
La notion de dérivée est un point stable des programmes de Première S. Depuis 1993, les performances n'ont pas radicalement changé, on note cependant une baisse de réussite dans les calculs et une petite amélioration sur les aspects graphiques. Il est important de noter que la définition du nombre dérivé n'est pas encore acquise.
Dans le contexte actuel d'horaires réduits, on retiendra d'une analyse plus fine que, semble-t-il, l'effort porté sur la compréhension de la notion de dérivée ne nuit pas à la qualité calculatoire alors que certains pourraient vouloir le minorer par souci d'efficacité.

D Comportements asymptotiques

D.1 Introduction

Le contenu du programme parle seulement d'asymptotes, sans même mentionner le terme de limite, la notion de limite n'est à approfondir en Première S que pour les suites. Pour les fonctions, le travail attendu se fonde sur l'expérimentation et l'intuition. Les règles opératoires (somme et produit seulement) ne sont que « mentionnées », au mieux « énoncées clairement ». Quant au niveau de compétence calculatoire il est clairement circonscrit dans le document d'accompagnement : « savoir étudier les limites aux bornes d'un intervalle de définition d'une fonction polynôme de degré au plus 3 et d'une fonction rationnelle simple avec mise en évidence de ses asymptotes. »
Le mot asymptote apparaît plusieurs fois dans les modalités de mise en œuvre du programme, mais le document d'accompagnement insiste peu sur l'interprétation graphique des différentes limites sauf dans l'introduction de la notion.

Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$

a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

....

....

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ?

....

....

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$

....

....

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ?

....

....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	a) RE	$+\infty$	71 %
02	a) Démarche	Justification correcte de la limite (par somme)	52 %
03	a) RE	L'axe des y est asymptote verticale	45 %
04	b) RE	0	69 %
05	b) Démarche	Justification correcte de la limite	53 %
06	b) RE	La droite d'équation $y = x$ est asymptote oblique	17 %
07		Question exclue	16 %
08		Question non abordée	3 %
09		Réussite conjointe	8 %

ANA113

Analyse de la tâche

Il est d'abord demandé de déterminer la limite en 0 d'une fonction f somme de deux fonctions de référence puis la limite de $f - \mathrm{Id}$ en $+\infty$, et d'interpréter graphiquement les deux résultats. En 0, f est somme d'une fonction qui tend vers 0 et d'une autre qui tend vers $+\infty$, il n'y a pas d'indétermination : l'axe (Oy) est asymptote verticale.

En $+\infty$, $f(x) - x = \frac{1}{x^2}$ tend vers 0, la droite d'équation $y = x$ est asymptote oblique à la courbe représentant f. On peut prévoir la confusion entre la fonction initiale et la fonction $f - \mathrm{Id}$ dans l'interprétation.

Analyse des résultats

15 % des classes n'ont pas encore abordé ce chapitre.

Les deux limites sont trouvées par 70 % des élèves, plus de la moitié avec une justification correcte, l'interprétation de la première est faite par 45 %, l'asymptote oblique est reconnue par 17 %. À peine plus d'un quart réussit complètement l'étude en 0, moitié moins à l'infini et moins d'un sur dix l'ensemble. La réussite est sensiblement meilleure pour l'interprétation en 0 et pour la valeur de la limite en $+\infty$ qu'en 1993 où la notion d'asymptote oblique n'était pas explicitement au programme.

En 2005 les calculs de limites sont moins réussis qu'en 1993, par contre la justification des résultats et leurs interprétations graphiques se sont un peu améliorées surtout pour l'asymptote verticale.

Limite en 0 justifiée	Limite en 0 interprétée	Tout en 0
52 %	45 %	28 %

Limite en $+\infty$ justifiée	Limite en $+\infty$ interprétée	Tout en $+\infty$
53 %	17 %	13 %

Tout
7 %

Dans les copies :

$\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ se traduit par : « l'axe des ordonnées est asymptote », « la courbe grimpe sans jamais atteindre l'axe (Oy) » ou « la courbe se rapproche de l'axe des ordonnées plus son ordonnée est grande, la courbe croîtra en $+\infty$, la courbe se rapproche de l'axe des abscisses ».

Pour ceux qui ont trouvé $\lim_{x\to+\infty} f(x) - x = 0$ cela se traduit par une asymptote oblique d'équation $y = x$ pour un cinquième, par « l'axe des abscisses est asymptote » pour plus de la moitié, ou par asymptote oblique d'équation $x = -x$ ou $y = -x$ ou par : « la droite d'équation $y = x$ est asymptote verticale », « la fonction se rapprochera de $+\infty$ avec des valeurs de plus en plus petites ».

Plusieurs confondent vertical et horizontal, la droite d'équation $x = 0$ est l'axe des abscisses.

Au moment de l'interprétation graphique il n'est plus seulement question d'appliquer une technique pratiquée régulièrement : les confusions entre images et antécédents resurgissent souvent liées à un usage approximatif des mots.

Question ANA104Q

Dans le tableau de gauche il s'agit de calculer des limites. On pourra utiliser les résultats du tableau de gauche pour traiter les questions du tableau de droite.

Le nombre 0 est la valeur de la limite en $+\infty$ de :				
a	$\frac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$\frac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$\frac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$\frac{3}{x-1}$	V	F	Jnsp

La droite (δ) d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à la courbe représentative des fonctions définies sur $]4\,;\,+\infty[$ par :				
a	$x \longmapsto 2x+1-\frac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$x \longmapsto 2x+1-\frac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$x \longmapsto 2x+1-\frac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$x \longmapsto \frac{2x^2-x+2}{x-1}$	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	83 %
01	Gauche a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	84 %
02	Gauche b) 1, 0 ou 2	idem	75 %
03	Gauche c) 1, 0 ou 2	idem	54 %
04	Gauche d) 1, 0 ou 2	idem	83 %
05	Droite a) 1, 0 ou 2	idem	59 %
06	Droite b) 1, 0 ou 2	idem	52 %
07	Droite c) 1, 0 ou 2	idem	42 %
08	Droite d) 1, 0 ou 2	idem	28 %
09		Réussite à l'ensemble	10 %
10		Question exclue	16 %
11		Question non abordée	1 %
12		Réussite à la partie 1	41 %
13		Réussite à la partie 2	12 %

ANA104Q

Analyse de la tâche

Premier tableau : il s'agit de reconnaître parmi quatre fonctions rationnelles celles qui ont pour limite 0 en $+\infty$. Dans le second il s'agit de reconnaître les fonctions dont la courbe représentative admet une asymptote oblique d'équation donnée : les calculs réutilisent les résultats fournis par le premier tableau.

Pour déterminer les limites à l'infini de fonctions rationnelles les élèves disposent du théorème sur la limite des termes de plus haut degré, donc s'ils simplifient correctement il n'y a pas de difficulté.

Pour savoir dans quels cas la droite est asymptote à la courbe il faut savoir qu'une droite non parallèle à l'axe (Oy) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe représentant une fonction f en $+\infty$ si et seulement si $\lim\limits_{x\to+\infty}\Big[f(x) - (ax+b)\Big] = 0$ et utiliser les résultats du premier tableau sans nouveau calcul pour les trois premiers, en effectuant la différence pour le dernier.

Analyse des résultats

Un cinquième des classes n'a pas encore étudié cette notion.

Premier tableau : les questions a et d où les fonctions sont de la forme $\dfrac{a}{x+b}$ sont réussies par environ neuf sur dix de ceux qui choisissent une réponse. L'item b où l'expression ne tend pas vers 0 est réussi par plus des deux tiers et un cinquième croit que la limite est 0. Pour c où la limite est 0, un peu plus de la moitié sont d'accord et un tiers opposés. Près de la moitié des élèves donnent les quatre bonnes réponses.

La notion d'asymptote oblique n'est pas assimilée, il y a bien plus de « Je ne sais pas ». Les deux premiers cas sont résolus simultanément par au moins la moitié des élèves. Lorsque la fonction se présente sous la forme $2x + 1 + h(x)$ les deux tiers des élèves qui ont reconnu les fonctions de limite nulle ont aussi reconnu les cas d'asymptote oblique.

Dans le dernier cas, la réponse erronée à la limite provient aussi de la nécessité d'effectuer un calcul : prendre l'initiative d'écrire la différence puis la réduire au même dénominateur et la simplifier.
Si un cinquième des élèves seulement réussissent tous les items, au moins les trois quarts donnent des réponses cohérentes pour les trois premières lignes des deux tableaux, l'écart pour le dernier provient des « Je ne sais pas ».
En conclusion, comme pour la notion de dérivée, les calculs sont moins bien réussis qu'en 1993, alors que les justifications et interprétations graphiques ont été légèrement amélioré.

E Les suites

E.1 Reconnaître si une suite est arithmétique ou géométrique

ANA100Q

Sachant que la suite (u_n) converge vers 5, on est sûr que :				
a	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $[4 ; 5]$.	V	F	Jnsp
b	Tous les termes de la suite (u_n) sont différents de 5.	V	F	Jnsp
c	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $]4{,}9 ; 5{,}2[$.	V	F	Jnsp
d	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) sont supérieurs à 4.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	43 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	56 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	34 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	38 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	69 %
05		Réussite à l'ensemble	8 %
06		Question exclue	57 %
07		Question non abordée	0 %

ANA114

Pour chacune des suites définies ci-dessous, dire si elle est arithmétique (A), géométrique (G), ni l'une ni l'autre (N) et justifier chaque réponse.

		Nature	Justification
1	$u_n = 2^n + 1$		
2	$u_n = \frac{1}{2^n}$		
3	$u_n = -(n+3)$		
4	$u_n = -2n + 3$		
5	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + n$		
6	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2 + u_n$		
7	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -3u_n$		

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	57 %
01	1) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	44 %
02	1)	Justification correcte	21 %
03	2) RE	Géométrique	64 %
04	2)	Justification correcte	30 %
05	3) RE	Arithmétique	67 %
06	3)	Justification correcte	36 %
07	4) RE	Arithmétique	65 %
08	4)	Justification correcte	37 %
09	5) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	44 %
10	5)	Justification correcte	17 %
11	6) RE	Arithmétique	66 %
12	6)	Justification correcte	39 %
13	7) RE	Géométrique	59 %
14	7)	Justification correcte	36 %
15		Question exclue	40 %
16		Question non abordée	3 %
17		Réussite conjointe	5 %

Concernant les suites arithmétiques et géométriques, le programme est remarquablement laconique !
Les professeurs doivent définir eux-mêmes les compétences à développer sur la question.

Analyse de la tâche

L'élève doit se remémorer les définitions ou du moins un moyen de tester le caractère arithmétique ou géométrique d'une suite donnée. Écrire les trois premiers termes de la suite n'est bien sûr pas toujours suffisant comme justification, même si cela permet d'obtenir une bonne réponse dans la plupart des cas. Il reste la possibilité de calculer $u_{n+1}-u_n$ et/ou $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et de traduire l'indépendance éventuelle de l'une de ces expressions par rapport à n pour prouver le caractère arithmétique ou géométrique de la suite (condition nécessaire et suffisante). Il faut cependant noter que la simplification ou la non possibilité de simplifier $u_{n+1}-u_n$ et/ou $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ peut ne pas être évidente et que, dans ce cas, le calcul d'au moins 3 ou 4 termes consécutifs peut être le meilleur moyen de prouver que la suite n'est ni arithmétique, ni géométrique. C'est le cas pour la première suite donnée.

Analyse des résultats

Deux tiers des élèves reconnaissent la nature des suites lorsque l'expression donnée a une forme classique : définition par récurrence ou expression réduite en fonction de n, ils sont plus perplexes dans les autres cas (items 1 et 5). Environ la moitié d'entre eux seulement savent justifier leur réponse. La réussite conjointe est passée de 14 % en 93 à 5 % en 2005.

ANA116Q

On considère une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0.
On connaît deux termes de la suite (u_n) : $u_{10} = 256$ et $u_{15} = 276$.

1. La raison de la suite (u_n) est :				
a	5	V	F	Jnsp
b	2	V	F	Jnsp
c	4	V	F	Jnsp
d	10	V	F	Jnsp

2. Le premier terme u_0 de la suite (u_n) est :				
a	12	V	F	Jnsp
b	206	V	F	Jnsp
c	220	V	F	Jnsp
d	216	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	96 %
01	1. a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	77 %
02	1. b) 1, 0 ou 2	idem	79 %
03	1. c) 1, 0 ou 2	idem	79 %
04	1. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
05	2. a) 1, 0 ou 2	idem	78 %
06	2. b) 1, 0 ou 2	idem	73 %
07	2. c) 1, 0 ou 2	idem	76 %
08	2. d) 1, 0 ou 2	idem	73 %
09		Réussite à l'ensemble	42 %
10		Question exclue	0 %
11		Question non abordée	4 %
12		Réussite à la partie 1	75 %
13		Réussite à la partie 2	69 %

ANA116Q

Analyse de la tâche

Il s'agit de déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique dont deux termes sont donnés. Pour le résoudre il suffit de connaître l'expression de u_n en fonction de n, u_0 et r. Les calculs à effectuer sont simples.

Analyse des résultats

La raison exacte est trouvée par environ 80 % des élèves et le premier terme par 70 % comme en 1993. Cette manipulation de base sur les suites arithmétiques reste acquise par la majorité des élèves.

Question ANA117

ANA117

Lors d'une production, une substance est lavée plusieurs fois pour retirer les impuretés.
À chaque lavage, 1,7 % de la masse disparaît.
Quel pourcentage de la masse de départ, à 0,1 % près, reste-t-il après 25 lavages ?

....

....

....

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	69 %
01	RE	65,1 % ou équivalent	9 %
02	Démarche	L'élève a mis en évidence le coefficient multiplicateur 0,983, que le résultat soit exact ou non	15 %
03	Erreur	Démarche de départ correcte montrant une bonne compréhension de la question mais erreur avant d'aboutir : utilisation d'un coefficient erroné ou arrêt avant ou après 25 lavages	8 %
04	Erreur	Modélisation par une suite arithmétique	30 %
05		Question exclue	17 %
06		Question non abordée	14 %

Il s'agit de résoudre un problème concret à l'aide d'une suite géométrique à construire. Ce problème avait été proposé sous forme de QCM en 1993 dans toutes les séries. La réussite cumulée en S avait 23 % de réussite.
La comparaison reste possible à condition d'être prudent. La question était mal réussie en QCM (pour les élèves de Première S). Il ne faut pas être surpris d'obtenir un taux de réussite moindre sous la forme QROC.
Dans cette question, la mathématisation est entièrement à la charge de l'élève. Il peut reconnaître le modèle : la suite des masses est une suite géométrique de premier terme m_0 (non donnée) et de raison $1 - 0{,}017$, soit 0,983.
C'est la « procédure experte » mais, même là, l'élève peut faire une erreur et utiliser $1 - 0{,}17$ comme raison pour calculer m_{25} (et donc le 26^e^ terme de la suite définie plus haut). La masse restante serait ainsi $0{,}83^{25}$ soit 0,9 % à 0,1 près au lieu de $0{,}983^{25}$, soit 65,1 % à 0,1 % près.
Mais que peut faire l'élève qui ne maîtrise pas la procédure experte ? Il peut commencer par s'interroger sur ce qui reste après 1 lavage, puis 2, peut-être 3 lavages ; reconnaître alors le modèle et continuer comme ci-dessus. Il peut aussi ne pas reconnaître le modèle et procéder par soustraction itérée. Une bonne maîtrise de sa calculatrice le conduit assez facilement au résultat (encore plus vite s'il utilise un tableur).
La baisse du taux de réussite de 23 % à 9 % peut paraître importante, cependant lorsqu'on examine les démarches on retrouve 23 % de modélisation correcte aux erreurs de calcul près. En outre il est fort possible que les bonnes réponses au QCM soient pour partie dues au hasard. On est bien obligé de constater cependant que cette petite modélisation très classique est très mal réussie.

E.2 Sens de l'expression « converger vers »

	Sachant que la suite (u_n) converge vers 5, on est sûr que :			
a	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $[4\,;\,5]$.	V	F	Jnsp
b	Tous les termes de la suite (u_n) sont différents de 5.	V	F	Jnsp
c	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $]4{,}9\,;\,5{,}2[$.	V	F	Jnsp
d	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) sont supérieurs à 4.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	43 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	56 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	34 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	38 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	69 %
05		Réussite à l'ensemble	8 %
06		Question exclue	57 %
07		Question non abordée	0 %

ANA100Q

Analyse de la tâche

Il s'agit de vérifier que l'élève sait que :

- converger vers un nombre donné a signifie que, pour tout intervalle contenant a (y compris les intervalles non bornés), tous les termes de la suite, à partir d'un certain rang, lui appartiennent ;
- les termes peuvent être indifféremment plus grands, plus petits, ou égaux à a.

Analyse des résultats

Cette question a été exclue par plus de la moitié des professeurs qui n'avaient pas encore abordé la notion de limite de suite. Parmi les élèves qui ont répondu seuls le premier et le dernier items ont été traités avec un taux de réussite supérieur à 55 %. En particulier, pour deux tiers d'entre eux, converger vers 5 signifie que tous les termes sont près de 5 donc plus grands que 4, mais pour un tiers seulement ils sont dans un intervalle ouvert contenant 5. Pour la plupart la limite ne peut pas être une valeur d'un terme de la suite : c'est le plus souvent le cas des exemples rencontrés.

Les taux observés ne sont pas surprenants : cette notion est nouvelle et difficile. Un élève peut déterminer une limite correctement sans pour autant avoir compris exactement la signification précise de la convergence.

On peut remarquer, par ailleurs, que toutes les questions où interviennent des intervalles, quel que soit le domaine, sont très mal réussies : c'est peut être parce qu'elles contiennent des quantificateurs plus ou moins explicites.

E.3 Utiliser des suites pour déterminer la position d'un nombre dans une configuration.

ANA115

La pyramide ci-dessous est formée des entiers consécutifs.
À chaque étage on ajoute une case à gauche et à droite.

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16

1. Quels sont les nombres qui forment la dixième ligne ?

L'objectif de ce problème est de trouver une méthode permettant de connaître la position de n'importe quel nombre entier dans cette pyramide.

Notations :
On numérote les lignes de haut en bas. On numérote les colonnes de gauche à droite ligne par ligne. Le terme de la 4ᵉ ligne et de la 2ᵉ colonne est 11.
On appelle u_n le nombre de termes de la n-ième ligne : $u_1 = 1$, $u_2 = 3$.
On appelle a_n le premier terme de la n-ième ligne : $a_1 = 1$, $a_2 = 2$.
On appelle b_n le dernier terme de la n-ième ligne : $b_1 = 1$, $b_2 = 4$.

2. Étude de la suite $(u_n)_{n>0}$
   Montrer que la suite (u_n) est arithmétique. En déduire u_n en fonction de n.
3. Étude de la suite $(a_n)_{n>0}$ et de la suite $(b_n)_{n>0}$
   a) Montrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$:
      i) $b_n = a_n + 2(n-1)$,
      ii) $a_{n+1} = a_n + 2n - 1 = b_n + 1$.
   b) En déduire $b_{n+1} = b_n + 2n + 1$, puis $b_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$.
   c) En déduire b_n en fonction de n, puis a_n.
4.
   a) Quel terme se trouve sur la 10ᵉ ligne à la 7ᵉ colonne ?
   b) Quel terme se trouve sur la 99ᵉ ligne à la 100ᵉ colonne ? Expliquez.
5.
   a) Déterminer un entier p tel que $p^2 + 1 \leqslant 2\,005 \leqslant (p+1)^2$.
   b) En déduire l'entier n pour lequel $a_n \leqslant 2\,005 \leqslant b_n$. Sur quelle ligne se trouve 2 005 ? Dans quelle colonne ?

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	66 %
01	1. RE	La 10ᵉ ligne commence par 82 et finit par 100	42 %
02	2. RE	La suite (u_n) est la suite des entiers impairs ou est une suite arithmétique de raison 2	53 %
03	2. RE	$u_n = 2n - 1$	19 %
04	3. a) i) RE	$b_n = a_n + 2(n-1)$	8 %
05	3. a) ii) RE	$a_{n+1} = a_n + 2n - 1 = b_n + 1$	7 %
06	3. b) RE	$b_{n+1} = b_n + 2n + 1$	11 %
07	3. b) RE	$b_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$	1 %
08	3. c) Démarche	Formule de la somme d'une suite arithmétique	2 %
09	3. c) RE	$b_n = n^2$	3 %
10	3. c) RE	$a_n = (n-1)^2 + 1$ ou $a_{n+1} = n^2 + 1$	3 %
11	4. a) RE	88	17 %
12	4. b) RE	9 704	2 %
13	4. b) RE	Explication correcte	1 %
14	5. a) RE	44	4 %
15	5. b) RE	$2\,005 = 44^2 + 69$: 45ᵉ ligne, 69ᵉ colonne	0 %
16		Question exclue	29 %
17		Question non abordée	5 %

Analyse de la tâche

Compétences visées : savoir conjecturer et déterminer des relations simples entre des entiers.
On propose une procédure pour établir des relations de récurrence, il en existe d'autres.
Les questions 3 et 4 permettent de tester si l'élève a compris la démarche proposée et, s'il n'a pas établi les relations attendues, de voir comment il procède pour trouver une réponse dans un cas particulier.
On pourrait ne poser que ces deux questions et voir comment les élèves se débrouillent.
Il s'agit là d'une forme d'exercice classique dans notre système (BAC, CAPES, et autres examens...) où rien, ou bien peu, est laissé à la charge de l'élève.
Ici, en ce qui concerne les trois premières questions, la solution est dans l'énoncé. Les questions 4 et 5 sont alors assez triviales et ne manifesteront que le fait que l'élève aura bien su lire les trois premières questions (même s'il n'a pas su les traiter) et aura bien compris l'ensemble du problème.
La tâche se réduit essentiellement à un exercice de lecture d'un texte mathématique de nature démonstrative. Cela ne signifie pas pour autant qu'il s'agisse d'une tâche facile.
Pour certains élèves, il pourrait même être plus difficile de suivre cette démonstration et d'en valider point par point les éléments que de trouver par lui même une démarche efficace dans le cas où le problème serait présenté sous forme « ouvert pour la démarche ». La question se limite alors à :
« Sur quelle ligne et sur quelle colonne se trouve le nombre 2 005 ? »

Il serait bien intéressant de comparer les comportements des élèves selon qu'ils sont confrontés au problème « ouvert pour la démarche » ou au problème « lecture de texte mathématique ».
Dans le cas « ouvert pour la démarche » :
En utilisant alors les notations de l'énoncé la conjecture $b_n = n^2$ est évidente et la démonstration en est facile. $u_n = 2n - 1$ est tout aussi évident, comme est évident $a_{n+1} = b_{n+1}$. Et il n'est pas nécessaire d'étudier la suite a_n !
Il vient donc que la ligne n commence à $(n-1)^2 + 1$ et se termine par n^2. Il suffit donc d'encadrer 2 005 par les carrés de deux entiers consécutifs pour répondre à la question.
Bien sûr ce qui précède est assez inutile pour l'analyse de la tâche. L'élève qui s'engagerait dans une démonstration personnelle ferait un « hors sujet », risquerait de perdre du temps et aurait du mal à se raccrocher à l'enchaînement d'arguments qui lui est imposé.

Analyse des résultats

Les résultats ne sont pas significatifs, la question n'a été abordée que par 350 élèves, c'est celle qui est considérée comme la moins importante par les professeurs qui n'en espèrent pas une forte réussite.
Seuls les deux premiers items ont quelque succès : moins de la moitié de ceux qui ont compris que le nombre de termes de chaque ligne est une suite arithmétique sont capables de donner son expression en fonction de n. On peut constater qu'il n'y a pour ainsi dire aucune réponse aux items des questions 4 et 5 qui peuvent se résoudre sans la précédente.
Nous avons proposé ce problème sous forme ouverte dans des classes de S, mais aussi de L, il s'est révélé stimulant et riche.

E.4 Conclusion

En conclusion, les exercices repris de l'étude 1993 gardent des résultats stables. La nouveauté du programme, définition de la limite, n'est majoritairement pas acquise et les représentations mentales fausses l'emportent, et nous n'avons même pas osé tester de démonstrations manipulant cette définition (unicité de la limite et théorème des gendarmes). Il faut noter que ce chapitre est repoussé le plus souvent en fin d'année. Effectivement, à la lecture du tableau ci-dessous les professeurs considèrent en majorité que leurs élèves sont encore peu préparés à ces questions auxquelles ils attachent pourtant une grande importance : ils attendent une réussite convenable sur les trois énoncés basiques alors qu'en fait elle est faible sauf pour la suite arithmétique. Il est clair que le temps consacré à l'acquisition de cette notion est notoirement insuffisant.

Classement des questions par les professeurs					
Suites		ANA100Q	ANA114	ANA115	ANA116Q
Degré de préparation	Enseignement terminé	25 %	45 %	36 %	42 %
	Enseignement non terminé	16 %	14 %	28 %	11 %
	Non abordé	58 %	41 %	33 %	46 %
Importance attribuée à la question	Essentielle	52 %	71 %	48 %	62 %
	Importante	44 %	26 %	36 %	33 %
	Secondaire	4 %	3 %	15 %	4 %
Réussite attendue		46 %	57 %	35 %	65 %
Réussite (conjointe) observée		8 %	17 %	0 %	42 %

Une brochure de Roger CUPPENS

DÉCOUVRIR LES GÉOMÉTRIES NON EUCLIDIENNES EN JOUANT AVEC CABRI-GÉOMÈTRE II

2 Tomes – N° APMEP 160-161

Cette brochure applique aux géométries non euclidiennes la méthode de Roger Cuppens a utilisé précédemment en géométrie euclidienne et géométrie projective : découvrir, avec l'outil informatique des propriétés des figures géométriques, laissant, éventuellement à d'autres le soin de démontrer les propriétés – la construction d'une figure et la « découverte » de ses propriétés ne fournissant pas toujours (loin de là) une idée de démonstration.

Vous trouverez l'exposé des géométries non-euclidiennes, analogies, cousinages, différences, avec la géométrie euclidienne.
Le tout :

- permet de revisiter la géométrie euclidienne et de dégager ses traits majeurs,
- ravit de nouveaux paysages et de nouvelles prises de conscience.

Prix adhérent : chaque tome seul : **7 €** ; Les deux tomes ensemble : **10 €.**

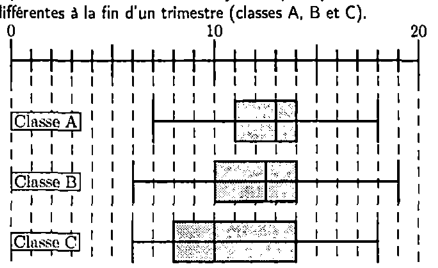
Chapitre 3

Statistique et probabilités

Plan d'étude

A Statistique

Les boîtes statistiques ci-dessous illustrent les moyennes qu'un professeur a attribuées aux élèves de trois classes différentes à la fin d'un trimestre (classes A, B et C).



En observant les boîtes on peut affirmer que :				
a	La classe C contient beaucoup plus d'élèves que la classe A.	V	F	Jnsp
b	Dans chacune des trois classes, les $\frac{3}{4}$ des élèves ont une moyenne inférieure ou égale à 14.	V	F	Jnsp
c	Dans la classe B, la moitié des élèves a une moyenne appartenant à [10 ; 14].	V	F	Jnsp
d	Dans la classe C, la moitié des élèves a une moyenne inférieure ou égale à 10.	V	F	Jnsp
e	La classe B a une meilleure moyenne que la classe C.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	41 %
01	a) 1, 0, ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	66 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	62 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	48 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	47 %
05	e) 1, 0, ou 2	idem	15 %
06		Réussite à l'ensemble	5 %
07		Question exclue	58 %
08		Question non abordée	1 %

STA100Q

Le premier exercice consistait à extraire (ou non) des renseignements de trois diagrammes en boîtes : c'est la nouveauté essentielle de ce programme et nous avons voulu la tester.
A posteriori nous regrettons le libellé de l'énoncé : au lieu de parler de « notes », nous avons utilisé le mot « moyenne » qui prend donc dans l'exercice deux sens différents : c'est à la fois le caractère étudié et un indicateur de ce caractère. C'est sans doute ce qui explique le mauvais résultat à l'item e : « la classe B a une meilleure moyenne que la classe C ». La médiane de la classe B est nettement supérieure à celle de la classe C, ce qui peut justifier une réponse « Vrai », si le mot moyenne est compris comme le caractère étudié.
62 % des enseignants ont éliminé la question : c'est beaucoup ! Elle figure d'ailleurs parmi les six jugées les moins importantes. Pourtant elle ne rebute pas les élèves, puisque presque tous l'ont

abordée, la moitié d'entre eux dit que le diagramme en boîtes n'apporte aucun renseignement sur l'effectif, 17 % semblent avoir compris qu'il n'en apporte pas non plus sur la moyenne. Les élèves ne semblent pas encore très familiarisés avec cette représentation statistique : 36 % répondent correctement à au moins trois des quatre premiers items, ce qui n'est guère mieux que ce que produirait le hasard !

STA104

On veut simuler une promenade aléatoire sur les sommets d'un carré $ABCD$.

Un « déplacement élémentaire » se fera le long d'un côté du carré, d'un sommet à un sommet voisin, et on choisit au hasard à partir de chaque sommet un des deux « déplacements élémentaires » possibles. Par exemple, à partir du sommet B, les deux déplacements élémentaires possibles sont $B \to C$ et $B \to A$

Le point de départ d'une promenade aléatoire est toujours D.

Exemple de promenade aléatoire de longueur 4 partant de D et arrivant à B :

$$D \to C \to B \to C \to B$$

I) a) Trouver deux méthodes différentes pour générer une promenade aléatoire de longueur 5 partant de D en utilisant la touche random de votre calculatrice.

I) b) Si l'on suppose que la touche random de votre calculatrice vous renvoie le nombre 0,943 597 402 5, quelles sont les promenades obtenues par chacune de vos deux méthodes ? *Votre méthode peut ne pas utiliser tous les chiffres.*

II) Un jeu consiste à faire une promenade aléatoire de longueur 3 à partir de D.
Une partie est gagnante si la promenade arrive en A.

a) Est-ce possible ?

b) La promenade peut-elle se terminer en B ?, en C ? en A ?

c) Voici 10 nombres fournis par la touche random d'une calculatrice :
0,908 318 861 1 ; 0,339 362 525 4 ; 0,146 687 829 2 ; 0,733 812 311 2 ;
0,043 991 987 5 ; 0,200 340 261 8 ; 0,995 466 341 1 ; 0,798 070 100 9 ;
0,405 809 641 8 ; 0,514 701 950 5

Choisir une des méthodes imaginées en I), l'adapter à la longueur 3 et fabriquer ainsi 10 parties.
Quels sont les points d'arrivée de chacune de ces dix promenades ? Combien sont gagnantes ?

d) On suppose que les déplacements élémentaires à partir d'un sommet quelconque sont équiprobables. Quelle est la probabilité de gagner ?

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	44 %
01	I) a) RE	Les deux méthodes proposées sont correctes et différentes (elles ne génèrent pas toujours le même chemin)	13 %
02	I) a) RP	Une seule méthode correcte	10 %
03	I) a) Démarche	La parité a été utilisée	17 %
04	I) a) Démarche	La comparaison à 5 a été utilisée	13 %
05	I) b) RE	Une des méthodes trouvée en I a) est correctement utilisée	16 %
06	I) b) RE	La seconde méthode proposée en I a), si elle existe, est correctement utilisée	10 %
07	II) a) RE	Réponse exacte et justifiée	47 %
08	II) b) RE	Le chemin ne peut se terminer que en A ou en C	52 %
09	II) c) RE	Application correcte de l'une des méthodes trouvée en I (et adaptée), sans erreur	11 %
10	II) c) RP	Application correcte de l'une des méthodes trouvée en I (et adaptée), avec 1, 2, ou 3 erreurs	4 %
11	II) d) RE	$\frac{1}{2}$	12 %
12	II) d) Démarche	Utilisation d'un arbre	9 %
13	II) d) Démarche	Utilisation d'un arbre ou d'un système d'énumération des cas possibles	7 %
14	II) d) Démarche	Utilisation de la symétrie de la situation	2 %
15		Question exclue	45 %
16		Question non abordée	11 %

Dans cette activité de type « recherche », on teste diverses compétences récemment introduites dans les programmes : simuler un lancer de pièces à l'aide de la fonction aléatoire « random » de la calculatrice, traduire une suite finie de lancers par une « promenade aléatoire » sur un carré, dénombrer les trajets de longueur 3 reliant deux sommets fixés d'un carré.

Dans la première partie il est fait appel à la créativité des élèves qui ne peut fonctionner que s'ils ont déjà pratiqué cette démarche en classe.

La seconde partie commence par une étude des fins de promenades possibles à partir d'un sommet fixé : elle demande seulement une lecture attentive du texte, près de la moitié des élèves qui ont abordé ce problème ont répondu correctement, mais rares sont ceux qui ont su exploiter la série aléatoire proposée. Si très peu ont abouti à la probabilité de gagner, un quart a envisagé une démarche plausible.

Les résultats très modestes montrent que de nombreux enseignants n'ont pas encore eu le temps d'aborder le chapitre « statistiques probabilités », en particulier les simulations, au moment de la passation de ces épreuves. Le sujet a été écarté par la moitié et parmi toutes les questions de l'évaluation c'est celle qui est jugée la moins importante.

Notons que les nouveaux modèles de calculatrice proposent des fonctions plus sophistiquées pour simuler une situation aléatoire, voire des animations complètes sur le sujet. Sous cette forme notre énoncé paraît déjà obsolète.

B Probabilités

On lance deux fois de suite un dé équilibré à six faces.				
a	La probabilité d'obtenir un « double », c'est-à-dire deux fois la même face, est égale à $\frac{2}{7}$.	V	F	Jnsp
b	La probabilité que la somme des deux faces obtenues soit 5 est égale à $\frac{1}{9}$.	V	F	Jnsp
c	La probabilité que le produit des faces obtenues soit pair est égale à $\frac{3}{4}$.	V	F	Jnsp
d	La probabilité qu'au moins une des faces soit paire est égale à $\frac{1}{2}$.	V	F	Jnsp

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	25 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	79 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	57 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	45 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	39 %
05		Réussite à l'ensemble	19 %
06		Question exclue	75 %
07		Question non abordée	0 %

STA101Q

C'est un exercice de probabilités concernant le lancer de deux dés, la question est éliminée par les trois quarts des enseignants, or tous les élèves à qui la question est proposée tentent d'y répondre. On voit, sur quelques brouillons, l'ébauche d'un tableau ou d'un arbre.

Les deux dernières questions sont les plus mal réussies Les élèves ont-ils remarqué que les deux événements sont identiques ? Pas tous, ils sont près d'un tiers à avoir donné la même réponse aux deux items,

- soit « Vrai » aux deux, et on peut suspecter des carences en logique : on sait que la lecture de « au moins un » provoque toujours des erreurs.
- soit un peu moins souvent « Faux » aux deux, la difficulté peut être alors d'ordre arithmétique : à quelle condition un produit est-il pair ?

J'ai dans ma poche une pièce de 1 €, une pièce de 2 €, une pièce de 50 c et une pièce de 20 c.

Je tire de ma poche deux pièces au hasard. Soit X la somme obtenue.
On admet que le tirage des différentes pièces est équiprobable.

1) Déterminer la loi de probabilité de X ;

2) Calculer l'espérance de X.

Explications et réponses :

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	16 %
01	1) RE	$x_i =$: 0,70 ; 1,20 ; 1,50 ; 2,20 ; 2,50 ; 3 — $p(X = x_i) =$: $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$	37 %
02	1) RP	Les diverses valeurs de X ont été trouvées	38 %
03	1) Démarche	Démarche systématique : utilisation d'un arbre ou d'un tableau	37 %
04	2) RE	$E(X) = 1{,}85$ €	29 %
05	2) Démarche	Utilisation d'une formule correcte que le résultat soit juste ou non	46 %
06		Question exclue	82 %
07		Question non abordée	3 %
08		Réussite conjointe	25 %

STA103

Il s'agissait, ici, de donner une loi de probabilité et de calculer l'espérance de cette loi, cette question n'a été proposée qu'à 20 % des élèves. Parmi eux 60 % utilisent une démarche efficace soit qu'ils aboutissent à la réponse complète, soit qu'ils produisent un arbre ou un tableau. Un quart seulement arrive à la bonne réponse à l'aide d'un arbre ou d'un tableau : il y a d'autres démarches efficaces.

Au moins la moitié des élèves connaît la formule de l'espérance, et 80 % de ceux qui ont trouvé la loi donnent la valeur exacte de l'espérance.

Cet exercice traditionnel dans le contenu et dans la forme est le mieux réussi de ce domaine.

C Conclusion

Ce domaine est encore peu prisé des professeurs de Première S qui continuent à privilégier l'analyse. Parmi les dix questions jugées les plus importantes ne figure aucune question du domaine Statistique et Probabilité, alors qu'il y en a deux parmi les dix jugées les moins importantes. Les professeurs, pour chacune de ces questions, estiment leurs élèves mal préparés.

Chapitre 4

Les professeurs qui ont participé dans leurs classes à EVAPM 2005 de Première S ont écrit...

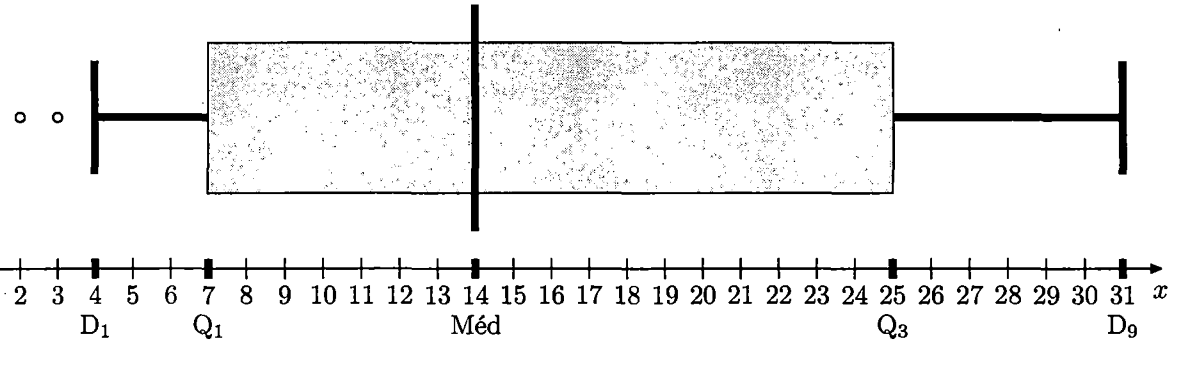
Sommaire

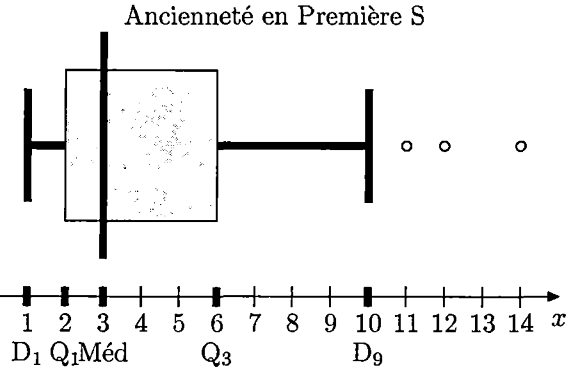
A Qui sont « ils » ?

Les professeurs

Plus de la moitié enseignent depuis plus de vingt-cinq ans dont treize ou plus en lycée ; en revanche, la moitié d'entre eux travaillent depuis moins de trois années consécutives en Première S. La majorité de l'échantillon est expérimentée et pratique un roulement dans l'attribution des classes. Les deux tiers ont aussi une Seconde et 10 % une TS : ils se répartissent également dans les autres sections.

Ancienneté en lycée





B Leurs classes

Près de la moitié des classes ont un effectif de 30 à 34, une sur vingt dépasse 35. L'important taux de classes à moins de 24 élèves (30 %) s'explique par les choix de réductions d'heures de dédoublement : deux classes à 33 et une à 24 permet d'économiser une heure en math, et davantage dans les disciplines expérimentales.
Le nombre de Premières S représente environ 35 % du nombre de Premières d'un établissement. D'une année sur l'autre ce nombre augmente ou diminue d'une unité.
Presque tous les élèves reçoivent cinq heures d'enseignement, 4 % une heure de plus, les professeurs ont un horaire lié à l'effectif, quelques uns bénéficient de dédoublements avec des effectifs inférieurs à 20.
Un établissement sur cinq dispose de moyens supplémentaires par classe ou groupe de classes, une heure de soutien soit hebdomadaire ou globalisée de 3 séances par an et par classe à une toutes les trois semaines, ou d'une heure de module en plus ou parfois d'un atelier le samedi matin pour les volontaires.

C Leurs conditions matérielles

Une salle spécifique math : elle existe dans moins d'un établissement sur deux et n'est accessible pour la Première S qu'à 30 % des collègues. Elle est équipée de rétro-projecteur (40 %), vidéo-projecteur (36 %) ou d'un ordinateur avec grand écran (17 %), calculatrice rétro-projetable(26 %).

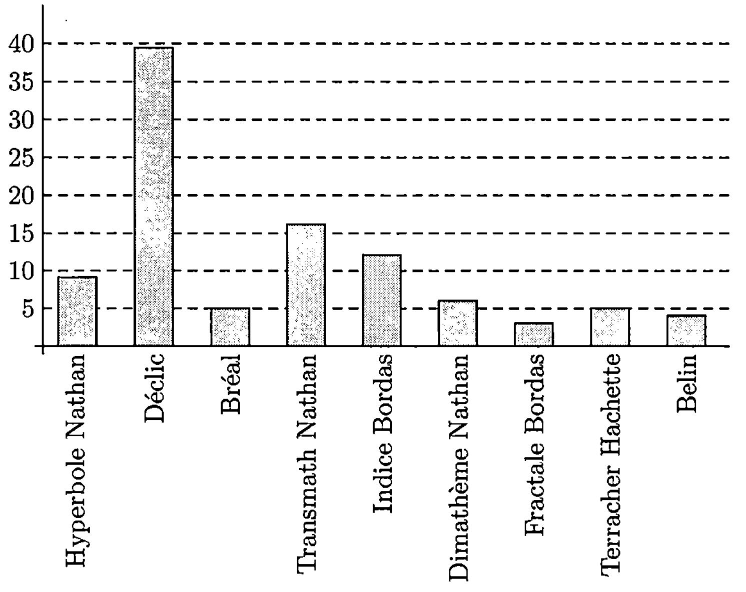
Salle TICE : dans un quart des lycées, on trouve une salle informatique pour les math accessible moins d'une fois par semaine, ailleurs on trouve une salle non spécialisée où deux tiers des collègues peuvent aller une fois par semaine.

Les logiciels : en géométrie, Geoplan et Geospace équipent un tiers des établissements, Cabri un quart, en calcul formel 12 % disposent de Derive, quelques uns de Maple, un quart d'un traceur de courbes.

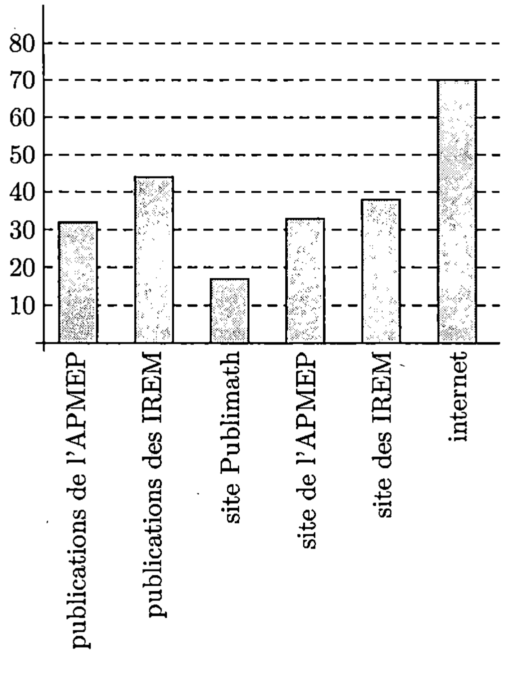
Documentation : les CDI offrent des ouvrages de mathématiques destinés aux élèves partout, aux professeurs dans 80 % des cas. Tous ont accès à l'internet pour un usage professionnel et peuvent faire les photocopies qui leur sont nécessaires.

D Quels outils pédagogiques utilisent-ils dans leur enseignement ?

– Au sujet des manuels
Les enseignants semblent globalement satisfaits des manuels, qu'ils aient ou non participé à ce choix. La plupart d'entre eux l'utilisent pour préparer leurs cours, seuls 12 % ne l'utilisent jamais.
34 % l'utilisent systématiquement pour les exercices en classe ou à la maison, 46 % l'utilisent souvent.
Voici les manuels choisis :



L'utilisation des productions « papiers » de l'APMEP et des IREM et des sites internet :



Les sites utilisés sont surtout les sites académiques, les sites de collègues, les sites proposant des annales. Certaines consultations sur l'internet sont destinées aux TPE, ou à l'histoire des mathématiques.

- Les calculatrices
  Dans 83 % des lycées aucune marque de calculatrice n'est imposée, 87 % des professeurs laissent la liberté du choix de la calculatrice dans leur classe. 93 % en montre le fonctionnement tout au long de l'année.
- L'informatique
  77 % des enseignants trouvent que le programme n'est pas clair au sujet des compétences que les élèves doivent acquérir en informatique, Un tiers d'entre eux pensent que ceux-ci doivent savoir utiliser un tableur et un logiciel de géométrie. L'opinion ci-dessous relevée dans un questionnaire reflète bien celles des enseignants interrogés :
  « Celles suggérées par le programme me semblent convenir. Mais, j'aimerais qu'on m'indique comment en 5 heures par semaine on arrive à faire tout le programme, des exercices de base, des exercices d'approfondissement, des devoirs surveillés, des devoirs à la maison, des corrections et toutes les activités informatiques avec 35 élèves issus de classe de Seconde actuelles qui donnent l'impression de n'avoir jamais eu d'entraînement mathématique ».
  « Les TPE me semblaient être un excellent moyen d'utiliser l'informatique, or ils disparaissent en Terminale (je n'ai encadré des TPE qu'en TS). »
  50 % des enseignants utilisent des logiciels, tous citent un tableur (essentiellement Excel), un logiciel de géométrie (surtout Geoplanw), on trouve quelques traceurs de courbe, les autres logiciels cités le sont par un ou deux enseignants chaque fois.

E Ce qu'ils pensent des contenus du programme

Certains professeurs ne se lancent pas dans une réponse à la question à réponse ouverte : « Quelle partie du programme aimeraient-ils supprimer ? », cela demande une réflexion globale non seulement sur le programme de Première S mais sur l'architecture générale de l'enseignement des mathématiques au lycée. Cependant 61 % des professeurs (78 sur 128) jugent nécessaire de donner un avis.
Les uns disent leur perplexité (« Je ne sais pas »), ou ne font qu'une demande quantitative (« au moins 2 chapitres »), les autres mentionnent les autres niveaux du lycée, soit pour demander que des modifications éventuelles se fassent en cohérence avec le programme de Terminale, soit pour proposer de « muscler » le programme de Seconde afin d'alléger celui de Première S.
15 % des professeurs qui rédigent une réponse ne souhaitent supprimer aucun chapitre, mais cette réponse s'accompagne presque toujours d'une demande d'augmentation de l'horaire. (« J'aimerais surtout avoir plus d'heures car c'est la course pour terminer le programme et nous n'avons pas le temps de faire beaucoup d'exercices. »)
Ce type de réponse est à rapprocher de celles apportées à la question précédente : sur 108 réponses lisiblement exprimées, 105 jugent le programme « trop long ».
57 professeurs sur les 78 qui répondent à cette question citent expressément des chapitres à supprimer. Les chapitres écartés sont nombreux et variés, mais les réponses révèlent quelques régularités :

- Le chapitre le plus souvent rejeté est le chapitre « statistique » : 35 fois. Le chapitre sur les probabilités n'est cité que 4 fois, avec en outre une mention spécifique de la notion de variable aléatoire, cité 2 fois. Quelques professeurs voudraient aussi supprimer la question des simulations. Les deux exercices de statistique figurent parmi les onze jugés les moins importants.
- **En analyse,** les questions rejetées sont « les généralités sur les fonctions », ce qui paraît regrouper la composition des fonctions (en particulier le sens de variation d'une fonction composée), et les représentations graphiques des « fonctions associées » (définies par : $f(ax)$,

$af(x)$, $f(x)+a$, ...). La dérivée n'est jamais mentionnée, sauf pour écarter la notion d' « approximation affine », la notion de limite très rarement et plutôt pour les suites que pour les fonctions. Ici encore la liste des onze questions « les moins importantes » confirment ces informations : elle inclut un énoncé sur les fonctions associées, un sur les variations d'une fonction composée, un sur l'approximation affine tangente.

- **En géométrie**, deux chapitres apparaissent clairement : les transformations (« translations et homothéties », ou seulement « transformations de l'espace ») et la géométrie dans l'espace, soit qu'on veuille supprimer tout travail sur l'espace, soit qu'on précise « équations de cylindres ou de cônes », ou « sections planes de cube et de tétraèdre ». Les autres notions citées, nettement moins souvent, sont les coordonnées polaires (trois fois), le produit scalaire (deux fois), ou telle ou telle application (trois fois). Il est à noter que le barycentre n'est jamais cité et la trigonométrie une fois seulement. Les deux questions sur la section d'un cube par un plan sont parmi les onze de la fameuse liste « noire » ainsi que les deux recherches d'ensemble de points.

Ces réponses appellent deux commentaires : les notions proposées sont souvent des points particuliers qui ne diminuent que peu le volume global du programme (« le théorème de la médiane », « le sens de variation d'une fonction composée ») et ce sont presque toujours des « nouveautés » du programme de Première S. Peu de professeurs osent citer des parts importantes du programme, et les seuls « gros » chapitres cités sont alors Statistique/ Géométrie dans l'espace/ Transformations géométriques / Probabilités.

L'analyse statistique sur l'importance accordée aux divers énoncés montre que presque tous les exercices avec prise d'initiative (six sur les sept de type C) sont classés parmi les moins importants. C'est compréhensible : ils ne testent pas des compétences de base du programme, mais font appel à des compétences transversales, plus globales et plus éloignées du B-A-BA quotidien déjà bien difficile à mettre en place.
La liste des dix questions jugées les plus importantes contient les grands classiques du programme de Première S : second degré, calcul de dérivée et application à l'étude des variations et à la recherche d'une tangente, nature d'une suite (arithmétique ou géométrique), construction d'un barycentre.
Aucune des nouveautés de ce programme n'en fait partie, alors que les élèves semblent bien réagir à plusieurs d'entre elles telles la géométrie dans l'espace ou la statistique.

Narrations de recherche

une co-édition APMEP – IREM de Montpellier

prix public : 13 €
prix adhérent : 9 €

Cette brochure rédigée par le groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier, est la synthèse des travaux de recherche conduits depuis une dizaine d'années sur les narrations de recherche.
Elle repose sur de nombreuses expérimentations dans les classes de collèges et de lycées.

Ce travail propose une réflexion sur la pratique des narrations de recherche.

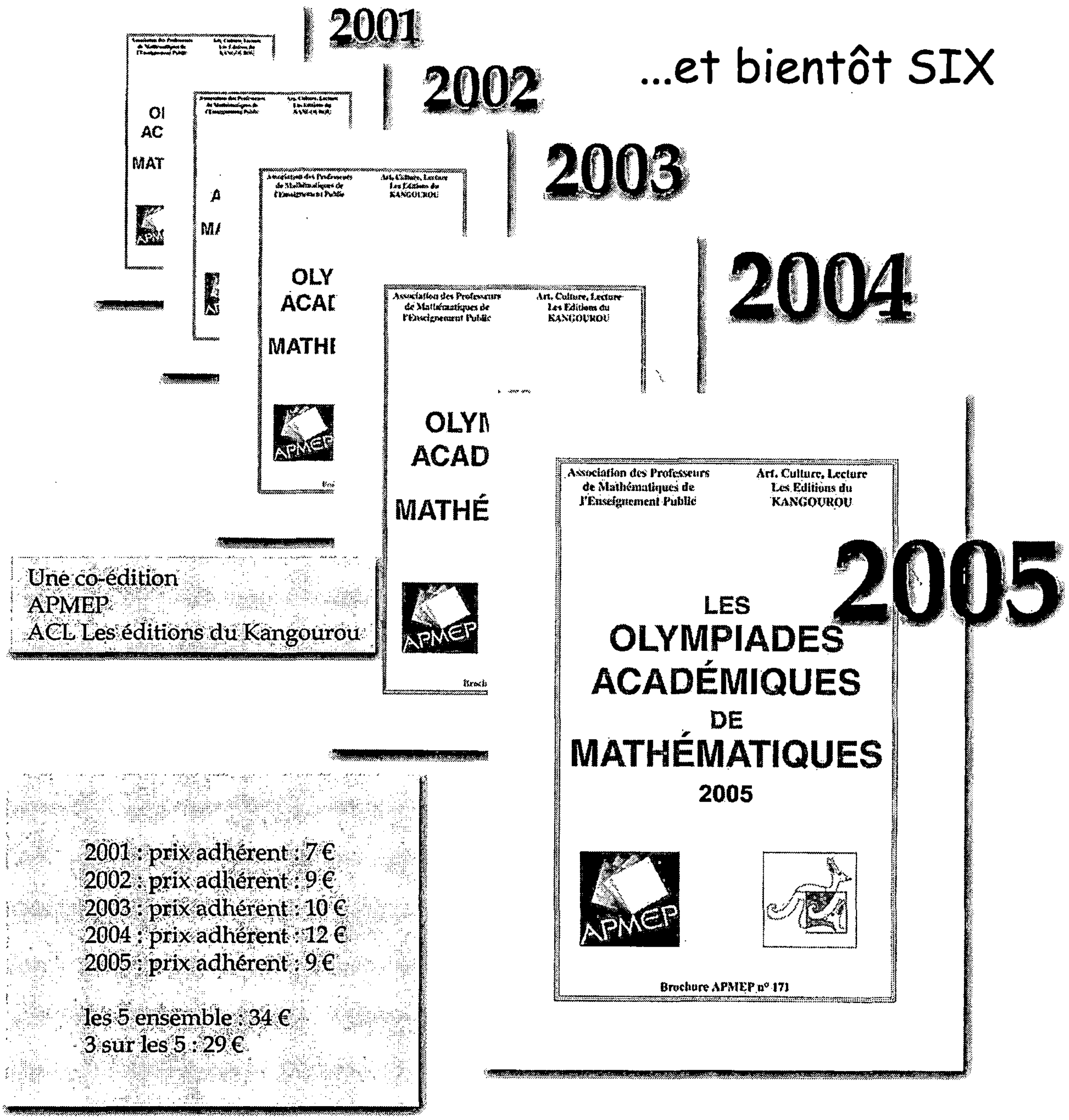
Quelques éléments de cette brochure :

- ☞ Qu'entendons-nous par « narration de recherche » ?
- ☞ Où, quand et comment sont nées les narrations de recherche ?
- ☞ De la narration de recherche comme objet d'étude.
- ☞ Modalités de mise en œuvre.
- ☞ Exemples de narrations de recherche
- ☞ Incidences sur les pratiques, réinvestissements, prolongements.

Quatrième partie

Analyses statistiques des résultats

Déjà CINQ ans d'Olympiades...



Déjà cinq années d'Olympiades publiées (et bientôt paraîtront les Olympiades 2006).
De très nombreux exercices, accessibles, pour certains dès le collège, mais essentiellement destinés à des élèves de premières... et pourquoi pas de terminales ?
...avec parfois plusieurs propositions de solutions pour un exercice. Des commentaires et, dans certains cas, des propositions de solutions utilisant les calculatrices.

Chapitre 5

Présentation des données statistiques

Sommaire

A Introduction

A.1 Informations sur l'évaluation

Par rapport aux études EVAPM précédentes, les études EVAPM 2005 ont innové de diverses façons :

- Elles se sont voulues d'ampleur modeste pour permettre des traitements assez rapides et pour pouvoir mener de front une étude en Sixième et une étude en Première. De ce fait, elles ont dû renoncer à faire porter l'évaluation sur l'ensemble des contenus et des compétences visés par le programme. Un recouvrement assez important des objectifs du programme a cependant été assuré, suffisant pour que les synthèses statistiques présentées dans ce chapitre aient du sens.
- Elles ont voulu fournir aux enseignants des résultats utilisables, pour eux-mêmes et avec leurs élèves, dès le troisième trimestre de l'année de l'évaluation. Cela a conduit à faire passer les épreuves en fin de second trimestre pour que les résultats soient entre les mains

des enseignants dès la rentrée des congés de printemps. Jusqu'à présent, les passations d'épreuves avaient lieu en fin d'année et les résultats n'étaient disponibles qu'au cours du premier trimestre de l'année scolaire suivante, à un moment où les enseignants n'avaient plus les mêmes élèves en charge. Ces changements rendent certaines interprétations délicates, en particulier les comparaisons que nous souhaitons faire avec les résultats des études précédentes.

L'ampleur modeste de l'étude Première S se caractérise aussi par le nombre assez faible de classes inscrites : 430 classes inscrites contre 770 classes de série S pour l'étude EVAPM Première 1993 (1 550 classes de Première toutes séries confondues). Elles se caractérisent aussi par le nombre relativement faible de classes qui ont pu faire l'objet d'un traitement complet. Les études qui suivent portent en fait sur 162 classes, totalisant 4 933 élèves. Il s'agit des classes, et des élèves, qui ont passé deux épreuves et pour lesquelles nous avons reçu, en temps utile, l'ensemble des données nécessaires aux traitements.

Rappelons que l'évaluation proprement dite était constituée de six épreuves et que chaque élève a passé deux de ces épreuves. Les enseignants avaient la possibilité de choisir les épreuves, ce qui a introduit un biais, difficilement mesurable, mais qu'il convient de garder présent à l'esprit.

A.2 Présentation des analyses statistiques

Notre plan d'évaluation a été conçu de façon à permettre des analyses de divers types : par thème, par domaine, en fonction des niveaux de complexité, des types de compétences... Il permet aussi de différencier l'étude selon divers critères : âge, sexe, orientation scolaire, taille de la classe...

Compte tenu des conditions de l'étude, rappelées ci-dessus, la passation n'a pas été équilibrée entre les épreuves (par exemple, les résultats de l'épreuve A portent sur 2 887 élèves, tandis que ceux de l'épreuve C1 ne portent que sur 519 élèves). Ce fait, ajouté au caractère volontaire de l'inscription à l'étude et de l'affectation non aléatoire des épreuves aux élèves, fait que l'on ne peut qu'avancer un intervalle de confiance pour les résultats calculés. Pour étendre ces résultats à l'ensemble de la population des élèves des classes de Première S, nous admettrons que la fourchette d'encadrement des taux présentés est d'environ $\pm 3\,\%$; mais cela est davantage basé sur l'expérience acquise en vingt ans d'études EVAPM que sur un calcul rigoureux.

Rappelons encore que notre souci n'est pas d'avoir des taux précis à 1 ou 2 % près. Pour les conclusions que nous souhaitons pouvoir tirer de nos études, des valeurs approchées à 3 ou 4 % près sont largement suffisantes. Nous cherchons en effet à obtenir des indicateurs et non des mesures précises. Si un exercice est réussi par 60 % des élèves de l'échantillon, cela signifie (du moins, nous l'admettons) qu'il serait réussi, dans l'ensemble de la population des élèves de Première S, par un pourcentage d'élèves compris entre 55 % et 65 % (en élargissant encore un peu notre intervalle de confiance). Cela nous renseigne assez bien sur la capacité des élèves à traiter la question comme sur la difficulté de la question pour les élèves, tels qu'ils sont. On tirerait des conclusions de même type pour une question pour laquelle le taux observé de réussite serait, par exemple, de 20 %.

En fait, toutes les études, qu'elles soient internationales ou nationales, génèrent des biais. Le biais le plus important étant d'ailleurs, en général, passé sous silence : il s'agit du biais introduit par la qualité des questions elles-mêmes. Biais difficile à contrôler et auquel nous n'échappons évidemment pas. De ce fait, les pourcentages de réussite observés pour une question renseignent autant sur la question elle-même que sur les compétences des élèves. Seule une analyse qualitative du type de celle qui est faite dans les autres chapitres de cette brochure permet de faire la part des choses.

Pour éviter de laisser croire que nous donnons dans le « tout mesure », rappelons encore que la préparation des analyses présentées dans cette brochure a fait une large place à l'étude qualitative des résultats (examen systématique d'échantillons de copies d'élèves).

B Le contexte de l'évaluation et son évolution

Le tableau ci-dessous présente le suivi de quelques indicateurs, d'EVAPM Première 1993 à EVAPM Première 2005.

	EVAPM Première S 2005	EVAPM Première S 1993
Nombre d'heures élèves en mathématiques (moyenne)	**5**	6
Nombre d'heures professeur, en mathématiques et par classe (moyenne)	**6**	NR
Nombre moyen d'élèves par classe	**30,4**	30,8
Pourcentage de garçons	**53,8 %** (54,5 %)	54 %
Pourcentage de filles	**46,2 %** (45,5 %)	46 %
Élèves d'âge « normal » (nés en 1988 pour EVAPM05)	**76,9 %**	60 %
Redoublants en cours	**8,4 %** (8,1 %)	8 %
Passage prévu en Terminale	**83,3 %**	74,5 %
Moyenne scolaire annuelle en mathématiques (moyenne des moyennes)	**10,50**	10,16

Nombres entre parenthèses : *statistiques nationales (source DEP)*

D'une façon générale, on constate que les valeurs prises par ces indicateurs restent assez stables dans le temps. On notera cependant un abaissement sensible de l'âge moyen des élèves, dû à la diminution des redoublements aussi bien à l'école primaire qu'au collège.

À propos du passage en Terminale, il faut souligner que le pourcentage indiqué pour 2005 (83,3 %) reflète les suggestions des enseignants à la fin du second trimestre en 2005 et avant les conseils de classe pour les autres années. Dans la pratique, les taux réels sont supérieurs. Par exemple le taux de redoublants en cours dans notre échantillon n'est que de 8,4 %, ce qui correspond assez bien aux statistiques nationales (DEP) qui donnent un taux de redoublement de 8,1 % en 2004, pour l'ensemble des Premières, avec une décroissance régulière de 13,1 % en 1993 à 8,1 % en 2004.

On notera enfin que les notes scolaires continuent à augmenter (il s'agit, rappelons-le de la moyenne des notes de mathématiques communiquée par les enseignants).

Par rapport aux observations que nous avions faites il y a douze ans, les élèves de Première S sont donc plus jeunes, moins souvent redoublants ou menacés de l'être, et ont de meilleures notes de mathématiques. Ce dernier point montre qu'il est de plus en plus faux de penser que les mathématiques constituent une discipline sélective mettant en échec une partie importante des élèves. Comme nous le verrons plus loin, cela ne signifie pas pour autant que les acquis des élèves soient supérieurs à ce qu'ils étaient précédemment.

C Résultats statistiques globaux

C.1 Scores par épreuves

Le tableau suivant présente les résultats épreuve par épreuve. L'intérêt n'est que de mettre en évidence l'équilibre relatif des difficultés.

EVAPM PREMIÈRE 2005 — scores par épreuves

Épreuve	A1	A2	B1	B2	C1	C2
Nombre d'élèves pris en compte	2 887	2 543	2 670	2 425	519	552
Score moyen de l'épreuve : tous items réussite	63 %	61 %	55 %	42 %	33 %	14 %
écart-type	*18 %*	*19 %*	*23 %*	*20 %*	*24 %*	*18 %*
Score moyen de l'épreuve : réussites conjointes	37 %	28 %				
écart-type	*24 %*	*18 %*				

Les épreuves jumelles A1 et A2 (en QCM) sont de difficultés proches ; c'est un peu moins vrai en ce qui concerne les épreuves B1 et B2 et ça l'est encore moins pour les épreuves-thèmes C1 et C2.
En ce qui concerne les épreuves A1 et A2, le score moyen de réussite aux items élémentaires (de nature dichotomiques) est un indicateur peu satisfaisant. En effet, il prend en compte de la même façon les résultats exacts obtenus par choix forcé, ou par hasard, et ceux correspondant à une vraie maîtrise de la question (même si l'on sait que nos élèves ne répondent que rarement au hasard). Nous préférons donc nous fier aux scores moyens [1] des réussites conjointes [2]. Chaque réussite conjointe à un QCM est en effet un signe de maîtrise de l'ensemble de la question.
Cela nous permet de dire que le taux moyen de réussite aux questions posées par EVAPM 2005 est de l'ordre de 36 %, ou encore, que la distance est assez grande entre les compétences observées chez les élèves et les attentes que l'équipe EVAPM a déduites de l'analyse du programme. Jusque-là toutefois, rien de nouveau : une telle distance a toujours été observée dans le cadre des études EVAPM.

C.2 Scores par domaines

Pour l'analyse, les questions de l'évaluation ont été regroupées en cinq domaines :
- Analyse, sauf les questions relatives aux fonctions ne faisant pas appel aux notions de limite et de dérivée ;
- Fonctions (hors analyse) et algèbre ;
- Géométrie plane ;
- Géométrie de l'espace ;
- Statistiques et probabilités.

[1] Voir page vi la définition de « score moyen ».
[2] Voir page vi la définition de « réussite conjointe ».

EVAPM PREMIÈRE S 2005 — Bilan par domaine		
Ensemble	Nombre d'items	118
	Score moyen	36 %
	Écart-type	*26 %*
Analyse sauf FON	Nombre d'items	65
	Score moyen	35 %
	Écart-type	*26 %*
Fonctions et algèbre sans ANA	Nombre d'items	12
	Score moyen	39 %
	Écart-type	*19 %*
Géométrie sauf Espace	Nombre d'items	23
	Score moyen	46 %
	Écart-type	*26 %*
Géométrie Espace	Nombre d'items	7
	Score moyen	29 %
	Écart-type	*24 %*
Statistiques Probabilités	Nombre d'items	11
	Score moyen	23 %
	Écart-type	*16 %*

À l'observation du tableau donnant les scores moyens de réussite par domaine, on serait tenté de dire que les élèves sont meilleurs en géométrie que dans le domaine numérique, par exemple, ce qui n'aurait guère de sens. Le tableau montre cependant que les élèves sont nettement plus à l'aise pour traiter les questions de géométrie qui leur sont posées, que les questions d'analyse.
Cela signifie que, si l'on juge que notre évaluation traduit correctement les attentes du programme, et si, dans ce cas, on ne veut pas aller vers une réduction de fait de ces exigences, il est nécessaire de faire porter davantage l'effort sur les domaines qui obtiennent des résultats plus faibles, sans pour autant diminuer l'effort fait en géométrie. Cela semble relever de la quadrature du cercle, du moins si certaines conditions de nature contextuelles ne sont pas améliorées. Mais nous ne prétendons pas donner ici des solutions mais seulement présenter un état des lieux et, si nécessaire, soulever des problèmes.

C.3 Classification des questions

Pour tenir compte de la complexité des traitements sollicités (complexité dite cognitive), nous utilisons une taxonomie dont les grandes catégories sont les suivantes (on trouvera sur le site de l'APMEP une présentation complète de la taxonomie) :

A : Connaissance et reconnaissance ;

B : Compréhension ;

C : Application ;

D : Créativité ;

E : Jugement.

Cette taxonomie est hiérarchisée. Ainsi le niveau C (application) suppose la connaissance et la reconnaissance des objets concernés (niveau A) ainsi que la compréhension des relations et des procédures impliquées. De ce fait, une question faisant appel à des procédures supposées routinières sera classée en A et non en C.
Compte tenu du nombre assez faible des questions de l'étude relevant des catégories D et E, les questions correspondantes ont été regroupées dans la catégorie TAXODE.
Les niveaux A, B, C constituent les variables notées respectivement TAXOA, TAXOB et TAXOC. Une autre classification des questions concerne les niveaux des compétences tel qu'ils sont définis dans les études PISA, et que précise le tableau suivant :

Niveaux de compétence : définitions du cadre de référence des évaluations internationales PISA		
1	**Reproduction**	Les compétences classées dans ce groupe impliquent essentiellement la reproduction de connaissances déjà bien exercées
2	**Connexions** (mathématisation simple)	Les compétences du groupe connexions sont dans le prolongement de celles du groupe reproduction, dans la mesure où elles servent à résoudre des problèmes qui ne sont plus de simples routines, mais qui impliquent à nouveau un cadre familier ou quasi-familier.
3	**Réflexion** (mathématisation complexe)	Les activités cognitives associées à ce groupe demandent aux élèves de faire preuve d'une démarche mentale réfléchie lors du choix et de l'utilisation de procédures pour résoudre un problème. Elles sont en rapport avec les capacités auxquelles les élèves font appel pour planifier des stratégies de solution et les appliquer dans des situations-problèmes qui contiennent plus d'éléments que celles du groupe connexions, et qui sont plus « originales » (ou peu familières).

Une présentation plus complète de ces niveaux de compétence peut être téléchargée sur le site de l'APMEP — Observatoire EVAPM).
Dans les tableaux, les variables correspondantes sont nommées, respectivement, COMP1, COMP2 et COMP3.

C.4 Scores selon les niveaux taxonomiques et les classes de compétence

Dans les tableaux suivants, nous avons regroupé les questions de géométrie dans la catégorie GEO et dans la catégorie NUM les questions des domaines numérique et d'analyse. Le nombre relativement peu élevé d'items disponibles ne permettant pas de constituer des regroupements plus fins.
Le tableau suivant donne les moyennes des scores de réussite aux questions selon le domaine concerné, selon leur niveau taxonomique et selon leur classe de compétence.

	ENSEMBLE	NUM	GEO	TAXOA	TAXOB	TAXOC	TAXODE	COMP1	COMP2	COMP3
Moyenne des scores	36 %	36 %	41 %	51 %	54 %	39 %	10 %	45 %	30 %	14 %

De façon classique, et attendue, les scores de réussite décroissent au fur et à mesure que les niveaux taxonomiques s'élèvent. La moyenne des taux de réussite des items classés A (connaissance et reconnaissance) est de 51 %, tandis que la moyenne des taux de réussite des items classés D ou E n'est que de 10 %. Or, c'est dans cette dernière catégorie que sont classées les questions faisant appel à l'autonomie et à l'esprit d'initiative de l'élève. Il reste sans doute beaucoup à faire pour aider au développement des compétences de ce niveau.
La répartition par classes de compétences (classes PISA) conduit aux mêmes conclusions. À ceci près que les études internationales portent de plus en plus sur les niveaux 2 et 3 des compétences, ce qui n'est pas de nature à favoriser la réussite de nos élèves.

D Comparaisons internes à l'étude

Pour permettre des comparaisons, en particulier entre les scores d'élèves n'ayant pas passé les mêmes épreuves, les scores obtenus à EVAPM, ainsi que les valeurs prises par d'autres variables associées, ont été normalisés. Les distributions des scores sont donc ramenées à une distribution de moyenne égale à 0 et d'écart-type égal à 1. L'importance des échantillons étudiés autorise en général cette manipulation. On fait cependant l'hypothèse que les élèves seraient placés de la même façon sur l'échelle normée réduite quelles que soient les épreuves qu'ils auraient passées (et l'on sait que cette hypothèse n'est qu'imparfaitement vérifiée).
Ces scores réduits ont permis de calculer des indices, eux mêmes réduits, pour chaque variable étudiée ; seule la variable MOY_valeurs (moyenne des notes scolaires) n'est pas réduite.
En plus des variables déjà décrites, on trouve dans le tableau la variable MOY (moyenne scolaire) : il s'agit de la moyenne de mathématiques des deux premiers trimestres, communiquée par les enseignants.
Pour cette variable, les valeurs normalisées sont destinées à permettre la comparaison avec les autres variables de l'étude, mais les valeurs brutes (dernière colonne) sont, évidemment plus parlantes.
Les valeurs normalisées montrent, par exemple, que les élèves en retard (nés en 1986 ou 1987) ont des notes scolaires plus basses que ce que laisseraient attendre les scores à EVAPM. *A contrario,* les élèves en avance (nés en 1989) semblent favorisés par l'évaluation des enseignants.

Résultats normalisés (sauf la dernière colonne)

		TOUT	NUM	GEO	TAXOA	TAXOB	TAXOC	TAXDE	COMP1	COMP2	COMP3	MOY_réduit	MOY_valeurs
TOUS	100 %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,5
Garçons	53,8 %	0,09	0,07	0,08	0,10	0,08	0,06	0,04	0,06	0,11	0,06	–0,01	10,5
Filles	46,2 %	–0,10	–0,07	–0,09	–0,12	–0,09	–0,06	–0,04	–0,06	–0,12	–0,07	0,01	10,5
Nés en 1986	1 %	–0,15	–0,18	–0,11	–0,10	–0,09	–0,13	–0,58	–0,10	–0,09	–0,54	–0,33	9,48
Nés en 1987	16 %	–0,08	–0,05	–0,10	0,01	–0,07	–0,06	–0,09	–0,08	–0,05	–0,03	–0,18	9,95
Nés en 1988	77 %	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,02	0,00	0,00	–0,03	0,01	10,5
Nés en 1989	6 %	0,21	0,17	0,07	–0,06	0,08	0,22	0,12	0,21	0,13	0,05	0,35	11,5
En cours de redoublement	8 %	0,10	0,11	0,04	0,09	0,08	0,06	–0,03	0,07	0,10	0,14	0,26	11,3
Redoublement prévu	14 %	–0,63	–0,58	–0,39	–0,17	–0,43	–0,56	–0,27	–0,57	–0,45	–0,30	–1,13	7,11
Nombre d'items concernés		116	76	29	2	23	60	31	29	70	17		

Lecture du tableau : par exemple : colonne TOUT (i.e. tous items) :
- La moyenne des scores de tous les élèves est 0 (ce qui traduit simplement le fait que les scores ont été normalisés.
- Les garçons ont alors un score moyen de 0,09, c'est à dire 9 centièmes d'écart-type au dessus de la moyenne dans une distribution de moyenne 0 et d'écart-type 1.

– Les filles ont, elles, un score moyen de −0,10, c'est-à-dire 10 centièmes d'écart-type au-dessous de la moyenne dans une distribution de moyenne 0 et d'écart-type 1.

On retrouve dans ce tableau le fait que les élèves « à l'heure » ont des résultats supérieurs à ceux des élèves ayant un an ou deux de retard. Le tableau ci-dessous, précise les différences en termes de taux de réussite.

	Pourcentage moyen de réussite à l'ensemble des questions
Ensemble des élèves	36 %
Élèves en avance (nés après 1988)	39 %
Élèves à l'heure (nés en 1988)	36 %
Élèves en retard (nés avant 1988)	34 %

La différence des moyennes des scores enregistrés entre le groupe des élèves « en avance » et le groupe des élèves « en retard » est de moins de 5 %. Cette différence est faible par rapport à ce que l'on peut observer à d'autres niveaux scolaires (dans les mêmes conditions de calcul, elle est de 14 % en Sixième — EVAPM 2005). Cela signifie que l'ensemble des élèves de Première S forme un ensemble assez homogène (ce qui, bien sûr, ne signifie pas que toutes les classes soient homogènes).

Sauf en ce qui concerne la variable sexe, on s'aperçoit que le domaine numérique creuse davantage l'écart entre les diverses catégories d'élèves que le domaine géométrique : écart entre les élèves d'âge normal et les élèves en retard, entre les non-redoublant et les redoublants, entre ceux dont le redoublement futur est annoncé et les autres... Tout se passe donc comme si les difficultés rencontrées dans le domaine numérique (NUM) (qui, rappelons-le, inclut les questions d'analyse) étaient plus discriminantes que celles qui sont rencontrées en géométrie plane (GEO).

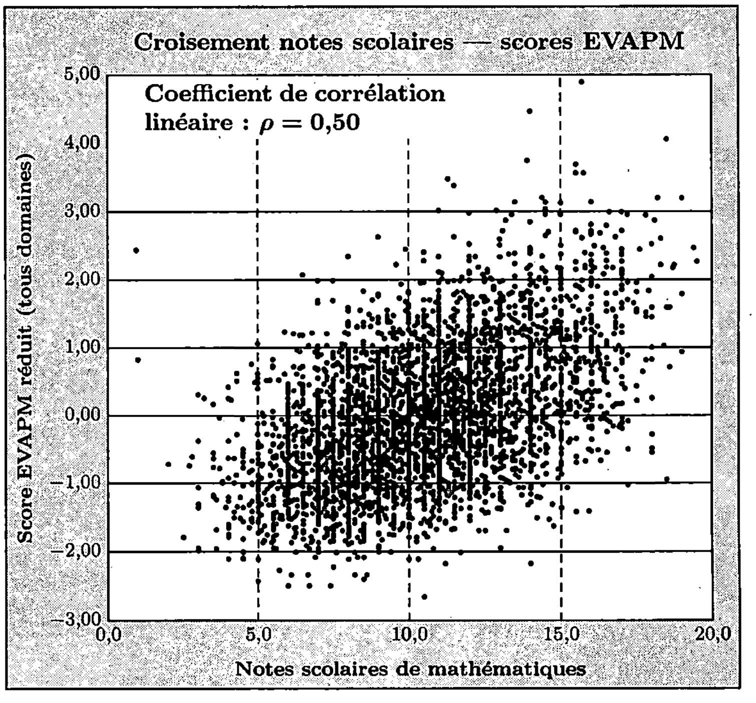
En ce qui concerne la différence garçons-filles, nous retrouvons ce qui est une constante dans les études EVAPM comme dans les études internationales, à savoir que les garçons réussissent, selon les cas, légèrement mieux, ou nettement mieux que les filles. La différence est de 4,5 % de taux de réussite moyen sur l'ensemble des questions, ce qui est statistiquement significatif. Cette différence est d'autant plus importante qu'elle porte sur des taux relativement bas. Par rapport au score moyen de 33,5 % enregistré par les filles, le score moyen des garçons est plus élevé de près de 15 %. Cette différence est explicable, au moins en partie, par les projets d'orientation différents des filles et des garçons : taux moindre d'orientation en Terminale S, et taux moindre de « spécialité Maths » chez les filles que chez les garçons.

Par contre, comme cela a été observé à d'autres niveaux scolaires, et cela devrait intéresser les sociologues, l'évaluation des enseignants ne rend pas compte de ces différences (parfois même, elle les inversent (cf. EVAPM Sixième 2005).

	Pourcentage moyen de réussite à l'ensemble des questions	Moyenne des notes scolaires (maths)
Ensemble des élèves	36 %	10,5
Garçons	38 %	10,5
Filles	33,5 %	10,5

E Relation avec les notes scolaires

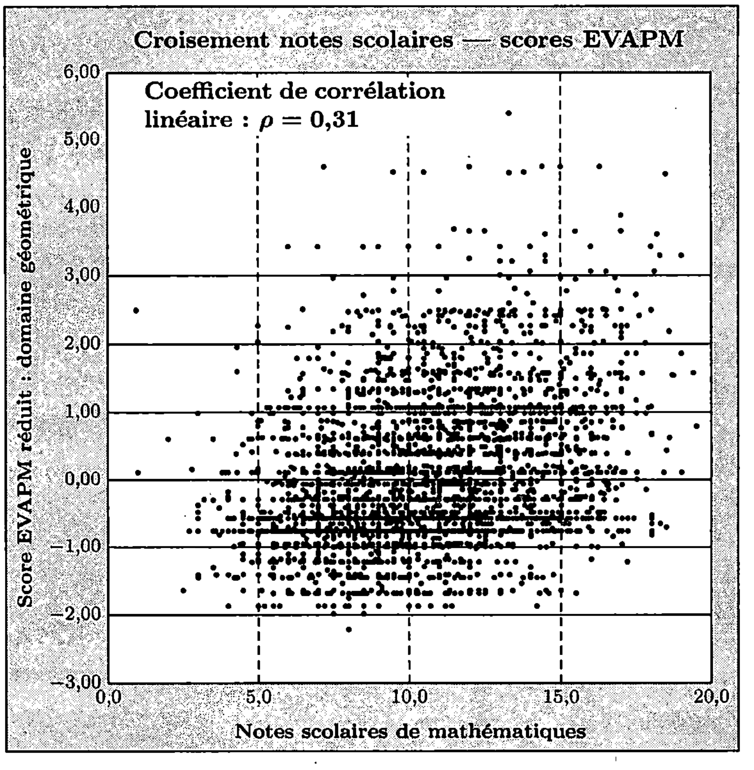
Les professeurs des classes participant à l'étude nous ont donc communiqué les notes scolaires de leurs élèves (moyennes d'année en mathématiques).
On sait que tous les enseignants n'ont pas la même échelle de notation et il est clair que cet indicateur est délicat à utiliser lorsqu'il s'agit de comparer des élèves ayant des professeurs différents.
Toutefois, dans la mesure où nous travaillons avec les notes d'un assez grand nombre de professeurs, on peut considérer que des compensations s'effectuent et que l'indicateur peut être pris en compte au moins pour traduire la façon dont les enseignants jugent leurs élèves.



La figure illustre la corrélation entre la note annuelle (sur 20) et le score global aux épreuves EVAPM (score réduit). Le coefficient de corrélation, 0,50, est plus faible que ce que nous obtenons habituellement (par exemple, 0,61 pour EVAPM Première 1993, ou encore 0,67 pour EVAPM Sixième 2005). Cela semble signifier que notre évaluation se serait éloignée des pratiques des enseignants, de façon plus importante que lors des études précédentes.

Nous avons affaire à deux « mesures » indépendantes, qui, bien évidemment, ne mesurent pas la même chose. Chacune des deux a vocation à rendre compte du « niveau » des élèves, mais chacune des deux laisse échapper des éléments de compétence et, sans doute, en valorise exagérément d'autres. Aucune des deux mesures ne peut prétendre à une supériorité absolue sur l'autre.

L'indicateur EVAPM a l'avantage d'une relative objectivité (un instrument unique est utilisé), l'indicateur « note du professeur » a l'avantage de la prise en compte, tout au long de l'année, d'éléments de jugements qu'EVAPM, par son caractère ponctuel et extérieur à la vie de la classe (au contrat didactique), n'est pas en mesure de prendre en compte.



Bien sûr il est plus facile (et plus rigoureux) de travailler avec l'indicateur EVAPM. C'est ce que nous allons faire essentiellement dans la suite de ce chapitre. Toutefois, les remarques qui précèdent sont de nature à préciser le domaine de validité de nos observations et de nos conclusions.
Le tableau suivant présente en particulier les corrélations observées entre les scores EVAPM et la moyenne des notes scolaires, ainsi qu'avec le score de l'évaluation de début d'année. Nous retrouvons la valeur de la corrélation entre le score EVAPM global et cette moyenne annuelle, mais nous pouvons aussi y lire les corrélations par domaine, par thème, par type de compétence et par niveau taxonomique.

Corrélations des scores EVAPM avec les résultats scolaires

Corrélation des scores EVAPM avec :		La moyenne scolaire
Ensemble		0,50
Par domaine		
GEO	Domaine géométrique	0,30
NUM	Domaine numérique	0,46
Par type de compétence		
Compétences 1		0,44
Compétences 2		0,38
Compétences 3		0,34
Par niveau taxonomique		
A	Connaissance et reconnaissance	0,22
B	Compréhension	0,32
C	Application	0,43
DE	Créativité & Jugement	0,30

Toutes ces corrélations sont faibles, voire très faibles. Plus on s'éloigne dans les niveaux de compétence et plus cette corrélation diminue. Elle n'est que de 0,34 en ce qui concerne l'évaluation des compétences de type 3. Elle n'est que de 0,30 en ce qui concerne l'évaluation du domaine géométrique.
Il est donc clair que nous n'évaluons pas la même chose que les enseignants. Si l'évaluation que font les enseignants dans leurs classes était parfaitement valide par rapport à l'ensemble des objectifs du programme, cela voudrait dire que notre évaluation ne le serait pas.
Sans pouvoir réfuter totalement l'idée que notre évaluation pourrait présenter quelques défauts de validité, notre sentiment est plutôt que les enseignants ne parviennent pas à couvrir l'ensemble des objectifs du programme et que, compte tenu des difficultés rencontrées par les élèves, ils portent davantage leurs évaluations sur les objectifs du domaine numérique d'une part et sur les compétences de type 1 (reproduction) d'autre part.
Cela va d'ailleurs dans le sens de ce que disent les enseignants concernant leurs difficultés d'enseignement, compte tenu de l'ambition du programme, de l'état de préparation de leurs élèves et des moyens horaires qui leur sont alloués.
La faible corrélation des notes scolaires avec les niveaux A et B de la taxonomie semble montrer que, dans leurs évaluations, les enseignants prennent peu en compte des connaissances et des

éléments de compréhension interrogés de façon isolée. Elles ne seraient prises en compte que lorsqu'elles interviennent de façon intégrée dans des applications (niveau C de la taxonomie). Ce fait n'est pas vraiment de nature à nous surprendre au niveau des classes de Première scientifiques.

Le tableau suivant présente d'autres types de corrélations.

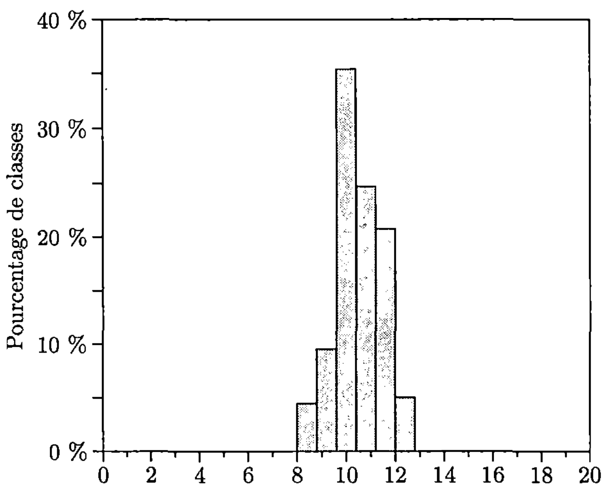
Autres corrélations

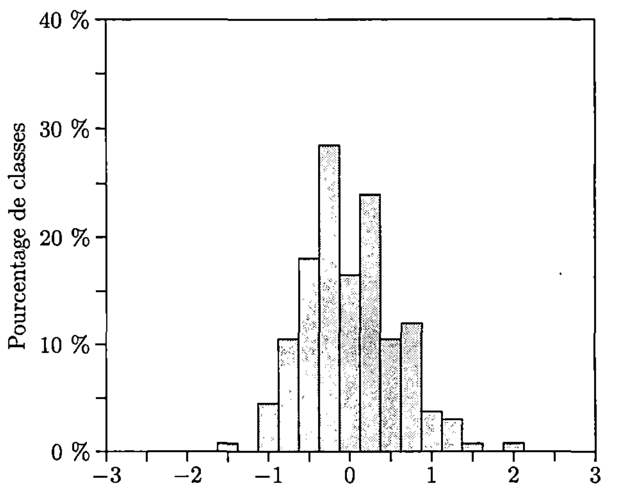
Croisement des domaines	
Domaine numérique × Domaine géométrique	0,26
Par type de compétence	
Compétences niveau 1 × Compétences niveau 2	0,45

Comme pour les études précédentes, le tableau met en évidence des corrélations assez faibles entre les domaines de l'évaluation et entre les types de compétences.

F Distribution des résultats des classes

L'hétérogénéité intra-classes est assez connue ; l'hétérogénéité inter-classes sans doute un peu moins.
Les histogrammes ci-dessous montrent que cette dispersion est importante. Nous utilisons ici les moyennes des classes.





Les dispersions sont de même ampleur dans les deux cas. On note que l'ampleur de la dispersion des notes scolaires est moins importante que celle des scores moyens à EVAPM. De plus, les moyennes de classe sont très rarement inférieures à 10.
Cela illustre le fait, bien connu, de l'adaptation de la notation des enseignants au niveau réel de leur classe.

Le tableau ci-dessous précise les dispersions selon les différentes variables de l'étude (écart-type des scores moyens des classes aux épreuves EVAPM).
Sauf pour la moyenne scolaire MOY_valeurs, les calculs sont faits à partir des variables normalisées. Ainsi, alors que la distribution de l'ensemble des scores des élèves a pour moyenne 0 et pour écart-type 1, les moyennes des classes ont une distribution de moyenne 0 et d'écart-type 0,56.
Si les classes étaient constituées au hasard sur l'ensemble de la population, cet écart-type ne serait que de 0,18 $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

	ENSEMBLE	NUM	GEO	TAXOA	TAXOB	TAXOC	TAXODE	COMP1	COMP2	COMP3	MOY_valeurs	MOY_réduit
Moyenne des moyennes des classes	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	−0,02	10,47	−0,01
Écart-type des moyennes des classes	0,56	0,54	0,47	0,58	0,42	0,57	0,48	0,55	0,49	0,35	1,19	0,40
Moyenne des écarts-type des classes	0,83	0,84	0,87	0,82	0,90	0,82	0,81	0,84	0,88	0,87	2,85	0,94

Nous avons écrit plus haut que, dans leur ensemble, les élèves de Première S semblaient former un groupe plus homogène que ce que nous avons l'habitude de trouver dans nos études.
Le tableau, comme l'histogramme, montre cependant que la dispersion inter-classes est assez grande. La troisième ligne du tableau présente les moyennes des écarts-type des classes. Par exemple, alors que la distribution de l'ensemble des scores des élèves a pour moyenne 0 et pour écart-type 1, la moyenne des écarts-type des classes est de 0,83.
Si les classes étaient constituées au hasard sur l'ensemble de la population, l'espérance de cette moyenne serait encore 0,18 (environ). Les dispersions intra-classes sont donc importantes. Notons que la dispersion observée pour EVAPM (0,83) est du même ordre que celle des notes scolaires (0,94). Dans les classes, l'évaluation des enseignants produit un étalement important des notes des élèves, étalement que nous retrouvons à peu près dans notre évaluation indépendante. L'hétérogénéité interne aux classes, souvent dénoncée par les enseignants, n'est sans doute pas qu'un fantasme.
L'écart-type des moyennes des classes de la variable MOY_réduit est plus faible (0,40) que la valeur correspondante pour les scores EVAPM (0,56). On retrouve le fait, signalé plus haut, de l'adaptation de l'évaluation des enseignants au niveau de leur classe.
Le tableau met aussi en évidence le fait que les diverses variables de l'étude se comportent de façon semblable en ce qui concerne les dispersions inter-classes d'une part et intra-classes d'autre part.

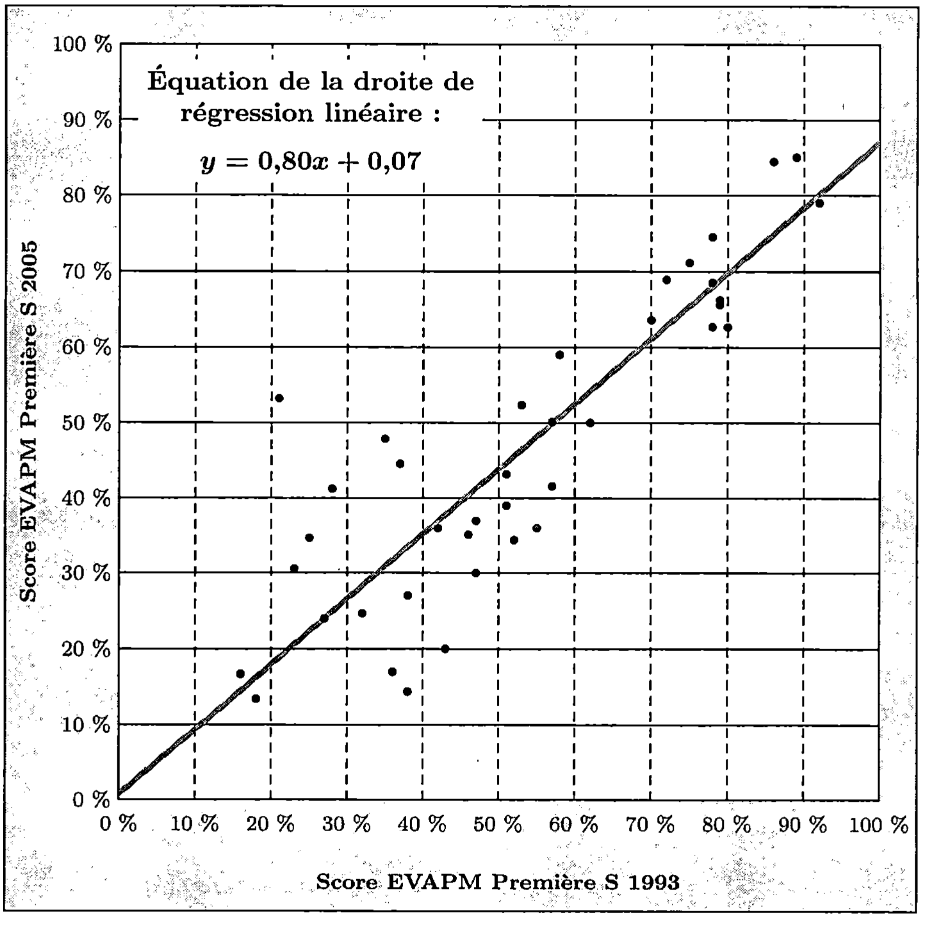
G Comparaisons avec des études antérieures

Sur les 38 comparaisons possibles avec l'étude EVAPM Première 1993 (items identiques), la différence n'est positive que dans 8 cas (en faveur de l'étude 2005).
Le tableau ci-contre montre que, dans tous les cas, les comparaisons par domaine et par étude conduisent à des différences négatives de l'ordre de 6 à 9 %, selon les domaines.
Le fait que, en 2005, l'étude ait été faite en avril, avant les congés de printemps et non, comme pour l'étude de 1993 en mai ou début juin, ne suffit certainement pas à expliquer ces différences.
En effet, les professeurs qui n'avaient pas encore vu telle ou telle notion ont en général dispensé leurs élèves de traiter les questions pouvant se rapporter à ces questions.

EVAPM PREMIÈRE S 2005 Comparaisons avec EVAPM PREMIÈRE S 1993		
Ensemble	Nombre d'items	38
	Différence moyenne	−6 %
Analyse sauf FON	Nombre d'items	29
	Différence moyenne	−8 %
Fonctions et algèbre sauf ANA	Nombre d'items	3
	Différence moyenne	−9 %
Géométrie sauf Espace	Nombre d'items	5
	Différence moyenne	6 %
Géométrie Espace	Nombre d'items	31
	Différence moyenne	−8 %
Statistiques Probabilités	Nombre d'items	2
	Différence moyenne	−7 %

Les résultats d'une question donnée ne sont calculés que par rapport aux élèves qui n'ont pas été dispensés de la question.
De ce fait, pour beaucoup d'élèves, les épreuves ont été plutôt moins chargées que lors des études précédentes. À niveau de compétence égale, on pouvait donc s'attendre à des réussites plus fréquentes (les élèves ont été moins gênés par le temps que lors des études précédentes). De plus, la proximité des apprentissages aurait dû favoriser la réussite à certaines questions.

Dans le graphique ci-dessous, chaque point représente une question reprise de l'étude de 1993, les taux de réussite de cette question aux deux études apparaissant en abscisse et en ordonnée.



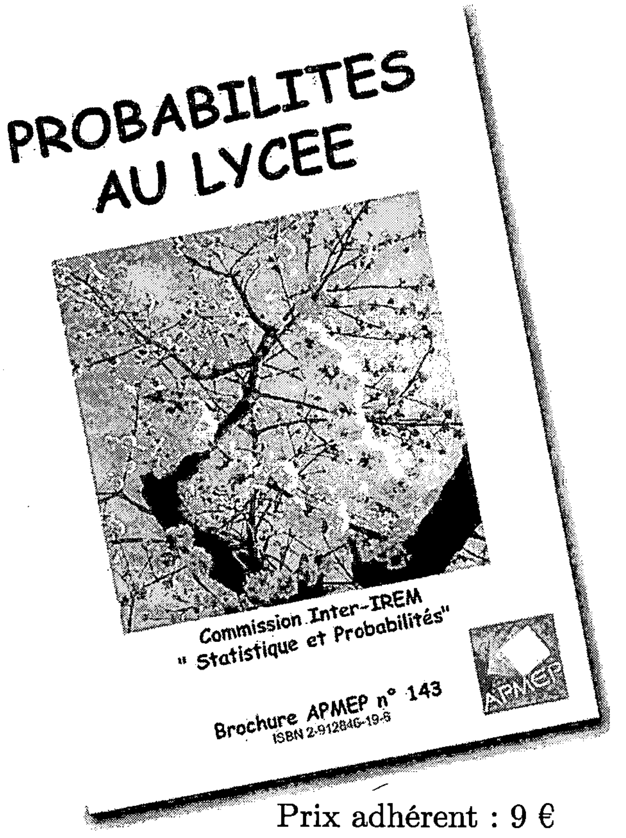
Nous observons une très forte corrélation ($\rho = 0{,}91$) entre les résultats de 1993 et ceux de 2005.
Cette forte corrélation n'est pas nouvelle dans nos études. Elle n'en est pas moins remarquable. Les programmes peuvent changer, la motivation des élèves, les pratiques pédagogiques et les contextes peuvent changer, les difficultés des questions, les unes par rapport aux autres restent stables. Restent stables aussi les difficultés d'apprentissage et la résistance aux concepts. Dans ces conditions et dans la mesure où les résultats des élèves diminuent, ce sont évidemment les difficultés d'enseignement qui augmentent.

Seuls six items enregistrent des taux de réussite supérieurs en 2005 à ce qu'ils étaient en 1993. Quatre sont des items de géométrie et deux d'analyse.
Les deux items d'analyse correspondent à une justification d'une question d'asymptote (question ANA113), ce qui semble indiquer que cette notion a fait son entrée dans les pratiques d'enseignement en Première S. Nous avions signalé en 1993 qu'elle était à la limite du programme de l'époque.
Les quatre items de géométrie appartiennent à la question GEA105 qui est une question de géométrie analytique. Il n'est pas possible de généraliser à partir de ce seul cas, mais il n'est pas impossible que le niveau des élèves ait progressé dans ce domaine.
Pour prolonger la réflexion de façon plus qualitative sur l'évolution des compétences des élèves entre 1993 et maintenant, le lecteur trouvera dans le catalogue des questions, présenté dans cette brochure, les questions elles-mêmes avec les taux de réussite enregistrés lors des diverses passations.

H Conclusion

L'analyse statistique globale va dans le sens des craintes qui s'expriment souvent en ce qui concerne la baisse des savoirs et savoir faire acquis par les élèves à un niveau scolaire donné.
Ce constat n'est pas propre à la classe de Première S. Nous l'avons déjà fait en début de Première S en 2000 et en fin de Seconde en 2003.
Lorsque les comparaisons sont possibles ces baisses sont patentes, ce qui ne signifie pas que les élèves ne savent plus rien. Pour l'interprétation, il faudrait aussi tenir compte de la diminution de l'âge moyen des élèves. Une proportion non négligeable d'élèves qui se seraient encore trouvés en Seconde en 1993 se trouvent maintenant en Première S et, peut-être, réussiraient-ils mieux que douze ans plus tôt.
Pour les questions nouvelles, les réussites observées ne sont pas telles que l'on puisse assurer que de nouvelles compétences sont acquises qui compenseraient les baisses par ailleurs observées. Des inquiétudes, fortes, voire très fortes, s'expriment chez les enseignants et dans la communauté mathématique, inquiétudes que notre étude ne peut contredire.
Une étude comme la nôtre ne peut suffire à conclure, mais nous pensons apporter des éléments objectifs dans un débat dont l'importance n'échappe à personne.

Une autre brochure de la commission Inter-IREM “Statistique et Probabilités”



Prix adhérent : 9 €

Coordinatrice :
Brigitte Chaput

Auteurs :

Bernard Dantal
Jean-Claude Girard
Jean-Pierre Grange
Michel Henry
Bernard Parzysz
Hubert Raymondaud

Cet ouvrage, fruit des travaux de la Commission Inter-IREM “ *Statistique et Probabilités* ” reprend la deuxième partie intitulée “matière à enseignement” du livre *Enseigner les probabilités au lycée* actualisée en tenant compte des nouveaux programmes des lycées des années 2000.

Ce livre est composé d’articles qui peuvent être abordés dans un ordre quelconque.

Les articles apportent un certain éclairage sur les questions que les enseignants se posent quand ils désirent que les notions abordées en classe prennent du sens pour leurs élèves.

Cinquième partie

Annexes

Annexe I

Liste des capacités

EVAPM PREMIÈRE S 2005. **Thème Géométrie.**	**Code 2005**	**Exigi-bilité**	**Questions disponibles**
1 - Sections planes			
Sections planes d'un cube, d'un tétraèdre.	G01		GEE100Q, GEE101, GEE102Q, GEE103Q, GEE104
2 - Repérage Repérage polaire dans le plan et trigonométrie ; mesures des angles orientés, mesure principale, relation de Chasles, lignes trigonométriques des angles associés.	G02		GEA101Q, GEA104, GES102Q
Repérage cartésien dans l'espace.	G03		GEA111Q
Distance entre deux points en repère orthonormal.	G04		ANA102, GES100Q
3 - Géométrie vectorielle			
Calcul vectoriel dans l'espace.	G05		GEA105, GES100Q
Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace.	G06		GEA103, GEA106, GEA107, GEA108, GES100Q
Associativité du barycentre.	G07		GEA103, GEA107, GEA108
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	G08		GEA100, GEA102Q
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	G09		FON101, GEA110
4 - Transformations			
Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	G10		GES103
Lieux géométriques dans le plan.	G11		GEA102Q

EVAPM PREMIÈRE S 2005. **Thème Analyse.**	**Code 2005**	**Exigibilité**	**Questions disponibles**
1 - Généralités sur les fonctions			
Opérations sur les fonctions : $u+v$, λu, uv, $\frac{u}{v}$, $u \circ v$.	A01		FON100, FON105
Définition d'une fonction polynôme et de son degré.	A02		NAL100Q
Sens de variation et représentation graphique d'une fonction de la forme $u+\lambda$, λu, la fonction u étant connue.	A03		
Sens de variation de $u \circ v$, u et v étant monotones.	A04		ANA102, FON102, FON105
Résolution de l'équation du second degré.	A05		FON103, FON103Q, FON104Q
Étude du signe d'un trinôme.	A06		FON103, FON103Q, FON104Q
2 - Dérivation			
Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point)	A07		ANA105Q, ANA108, ANA109, ANA110
Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0.	A08		ANA106Q
Fonction dérivée.	A09		ANA102, ANA105Q
Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable.	A10a		ANA105Q, ANA111, ANA118
Approximation affine associée de la fonction.	A10b		ANA107Q
Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \cos(x)$ et $x \mapsto \sin(x)$.	A11		ANA102, ANA112, ANA118
Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax+b)$.	A12		ANA103Q, ANA109, ANA110, ANA111, ANA112
Lien entre signe de la dérivée et variations.	A13		ANA102, ANA105Q, ANA111
3 - Comportement asymptotique de certaines fonctions			
Asymptotes verticales, horizontales ou obliques	A14		ANA104Q, ANA113
4 - Suites			
Modes de générations d'une suite numérique.	A15		ANA115
Suite croissante, suite décroissante.	A16		ANA101Q
Suites arithmétiques et suites géométriques.	A17		ANA101Q, ANA114, ANA115, ANA116Q, ANA117

EVAPM PREMIÈRE S 2005. **Thème Analyse.**	**Code 2005**	**Exigi-bilité**	**Questions disponibles**
Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples.	A18		
Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition.	A19		ANA100Q
Limite d'une suite géométrique.	A20		ANA101Q

EVAPM PREMIÈRE S 2005. **Thème Statistique.**	**Code 2005**	**Exigi-bilité**	**Questions disponibles**
Variance et écart-type.	S01		
Diagramme en boîte ; intervalle interquartile.	S02		STA100Q
Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données.	S03		

EVAPM PREMIÈRE S 2005. **Thème Probabilités.**	**Code 2005**	**Exigi-bilité**	**Questions disponibles**
Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité.	P01		
Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements.	P02		STA101Q
Cas de l'équiprobabilité.	P03		STA101Q, STA103
Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type.	P04		STA102Q
Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).	P05		STA104

APMEP

l'Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
26 rue Duméril – 75013 PARIS
Tél. 01 43 31 34 05 – fax : 01 42 17 08 77 – mel : apmep@apmep.asso
Site : http://www.apmep.asso.fr

Fondée en 1910, toujours dynamique, l'APMEP, c'est :

- **Une réflexion collective** sur le métier d'enseignant de mathéma-tiques et les conditions de son exercice, de la maternelle à l'université, notamment en collège et lycée ;
- **des interventions suivies** sur l'actualité et des projets à moyen terme ;
- **des textes de base** (chartes, problématiques, prospective bac, ...) pour les objectifs à long terme ;
- **un observatoire** (EVAPM) de l'impact des programmes du second degré ;
- **des publications de référence** pour apprendre, enseigner, apprendre à enseigner les mathématiques (Bulletin Vert, Plot, Brochures,...) ;
- **une revue pour les « débutants » : PLOT** ;
- **une information rapide des adhérents** : le BGV, un site Internet, Publimath ; ...
- **des instances élues** définissant ses positions ;
- **une organisation décentralisée** en « Régionales » qui ont leurs activités propres et sont des relais entre l'organisation nationale et les adhérents de tous horizons.

L'APMEP agit

- en réunissant en commissions et groupes de travail, sur des thèmes variés, permettant de mettre en commun leur expérience et d'élaborer critiques et propositions
- en adoptant sa ligne d'action en accord avec ses adhérents ;
- en la défendant auprès de toutes les instances concernées.

L'APMEP propose ainsi :

- des choix et des pistes d'action ;
- des outils pour renforcer l'efficacité de l'enseignement de cette discipline.

L'APMEP organise des :

- journées nationales, chaque année sur un site et un thème différents :
  - 2000 : Nice, *Maths en Méditerranée*
  - 2001 : Lille, *Maths au carrefour de l'Europe*
  - 2002 : Rennes, *Images des maths, maths des images*
  - 2003 : Pau : *Mathématiques de la Terre aux étoiles*
  - 2004 : Orléans, *Mathématiques et environnement*
  - 2005 : Caen, *Math ématiques à la mode de ...*
  - 2006 : Clermont Ferrand, *les mathématiques, un volcan actif ?*
- rencontres régionales ;
- séminaires et des « universités d'été ».

En adhérant à l'APMEP, vous pourrez :

- participer à la vie de l'association et à la définition des positions qu'elle défend ;
- contribuer à ses productions, les soutenir par la cotisation et toute implication plus poussée ;
- recevoir chez vous les informations d'actualité sur les mathématiques et leur enseignement ;
- **bénéficier de réductions importantes sur toutes les brochures qu'elle propose.**

Annexe II

Les questions et leurs résultats

EVAPM PREMIÈRE 2005
Catalogue des questions posées

Question	Nombre d'items	Items pris en compte dans les scores	Capacité	Capacité	Capacité	Capacité	Capacité	Complexité	Classe	Temps
ANA100Q	4	1	A19					B2	1	5
ANA102	10	1	G04	A04	A09	A11	A13	C2	3	15
ANA103Q	4	1	A12					C1	1	5
ANA104Q-Partie 1	4	1	A14					A4	1	4
ANA104Q-Partie 2	4	1	A14					C2	2	4
ANA105Q	5	1	A07	A09	A10a	A13		C1	2	6
ANA106Q	4	1	A08					B2	1	4
ANA107Q	5	1	A10b					C1	1	4
ANA108	3	2	A07					C1	1	5
ANA110	5	3	A07	A12				B5	1	6
ANA111	11	11	A10a	A12	A13			C1	2	8
ANA113	6	6	A14					B6	2	5
ANA114	14	14	A17					C1	2	15
ANA115	15	15	A15	A17				D1	2	20
ANA116Q	8	1	A17					C1	2	5
ANA117	4	1	A17					C1	2	10
ANA118	6	3	A10a	A11				D1	3	10
FON100	3	3	A01#					C2	2	5
FON102	5	1	A04					C1	2	7
FON103	7	4	A05	A06				B6	2	6
FON104Q-Partie 1	4	1	A05	A06				C2	2	4
FON104Q-Partie 2	4	1	A05	A06				C3	2	2
FON104Q-Partie 3	4	1	A05	A06				C4	2	4
GEA100	6	6	G08					B3	1	10
GEA101Q	5	1	G02					C1	1	6
GEA104	6	4	G02					C2	2	15
GEA105	4	4	G05					C1	1	5
GEA106	6	1	G06					C1	2	10
GEA109	4	2	G02					D1	3	10
GEA111Q	4	1	G03					C1	1	10
GEE102Q	8	1	G01					A1	1	8
GEE103Q	4	1	G01					B5	2	5
GEE104	10	4	G01					D1	3	20
GES102Q	4	1	G02					C1	1	8
GES103	3	3	G10					C1	1	10
NAL100Q	4	1	A03#					C1	1	4
STA100Q	5	1	S02					B3	1	3
STA101Q	4	1	P02	P03				C1	2	12
STA103	5	2	P03					C1	2	10
STA104	14	7	P05					D2	3	20

: compétence voisine

Total : 37 questions — 235 items

Les pages qui suivent constituent le catalogue de toutes les questions posées dans l'opération EVAPM Première 2005, ainsi que leurs résultats.
Dans le cas où une question a été posée dans une évaluation antérieure, les résultats obtenus dans celle-ci sont également indiqués.

Légende

RE signifie **R**éponse **E**xacte ;

RP signifie **R**éponse **P**artielle ;

NR signifie **N**on **R**enseigné (c'est le cas pour certains items dans des évaluations antérieures) ;

la colonne **Bonnes rép.** dans les résultats des QCM doit se comprendre ainsi :
- pour les items de QCM, il s'agit du pourcentage de réponses exactes ;
- pour les autres items (« Question exclue », « Question non abordée », « L'élève a abordé la question »), il s'agit du pourcentage de code 1.

Voir également l'avertissement page vi concernant la lecture des résultats.

Question ANA100Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

Sachant que la suite (u_n) converge vers 5, on est sûr que :				
a	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $[4\ ;\ 5]$.	V	F	Jnsp
b	Tous les termes de la suite (u_n) sont différents de 5.	V	F	Jnsp
c	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) appartiennent à l'intervalle $]4{,}9\ ;\ 5{,}2[$.	V	F	Jnsp
d	À partir d'un certain rang, tous les termes de la suite (u_n) sont supérieurs à 4.	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	43 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	56 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	34 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	38 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	69 %
05		Réussite à l'ensemble	8 %
06		Question exclue	57 %
07		Question non abordée	0 %

Question ANA102 Effectif pris en compte: 519

Énoncé

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\right)$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x}$ et A le point de coordonnées $(1,0)$. Quel est le point de $\mathscr{C}$ le plus proche de A ?

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	62 %
01	RE	Conclusion correcte, c'est le point de $\mathscr{C}$ qui a pour abscisse $\frac{1}{2}$	7 %
02	RP	Code 0 à l'item précédent mais l'élève a trouvé que le minimum correspondait à $x=\frac{1}{2}$	7 %
03	Démarche	$AM=\sqrt{(x-1)^2+x}$	5 %
04	Démarche	L'élève définit une fonction g par : $g(x)=\sqrt{(x-1)^2+x}$	1 %
05	Démarche	L'élève définit une fonction h par : $h(x)=(x-1)^2+x$	3 %
06	Démarche	Calcul correct de la dérivée de h : $h'(x)=2x-1$	1 %
07	Démarche	Calcul correct de la dérivée de g : $g'(x)=\dfrac{2x-1}{2\sqrt{(x-1)^2+x}}$	0 %
08	Démarche	Utilisation de la composée (ou indication allant dans ce sens) $f\circ h$ pour l'étude des variations	0 %
09	Démarche	L'élève s'est trompé mais étudie les variations d'une fonction	2 %
10	Démarche	L'élève essaie de trouver la solution à partir d'un dessin	33 %
11		Question exclue	18 %
12		Question non abordée	20 %

Question ANA103Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x-3}{x^3+1}$.				
a	$f'(x) = \dfrac{1}{3x^2}$	V	F	Jnsp
b	$f'(x) = \dfrac{-2x^3+9x^2+1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp
c	$f'(x) = \dfrac{4x^3-9x^2+1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp
d	$f'(x) = \dfrac{2x^3-9x^2-1}{(x^3+1)^2}$	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	83 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	75 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	82 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	77 %
05		Réussite à l'ensemble	59 %
06		Question exclue	1 %
07		Question non abordée	0 %

Question ANA104Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé

Dans le tableau de gauche il s'agit de calculer des limites. On pourra utiliser les résultats du tableau de gauche pour traiter les questions du tableau de droite.

Le nombre 0 est la valeur de la limite en $+\infty$ de :				
a	$\dfrac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$\dfrac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$\dfrac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$\dfrac{3}{x-1}$	V	F	Jnsp

La droite (δ) d'équation $y = 2x+1$ est asymptote à la courbe représentative des fonctions définies sur $]4\,;\,+\infty[$ par :				
a	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{3}{x-2}$	V	F	Jnsp
b	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{4x}{x-3}$	V	F	Jnsp
c	$x \longmapsto 2x+1-\dfrac{3x}{x^2+1}$	V	F	Jnsp
d	$x \longmapsto \dfrac{2x^2-x+2}{x-1}$	V	F	Jnsp

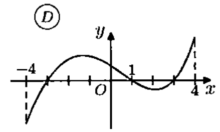
Résultats

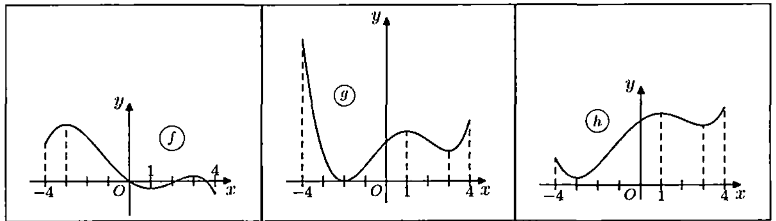
Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	83 %
01	Gauche a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	84 %
02	Gauche b) 1, 0 ou 2	idem	75 %
03	Gauche c) 1, 0 ou 2	idem	54 %
04	Gauche d) 1, 0 ou 2	idem	83 %
05	Droite a) 1, 0 ou 2	idem	59 %
06	Droite b) 1, 0 ou 2	idem	52 %
07	Droite c) 1, 0 ou 2	idem	42 %
08	Droite d) 1, 0 ou 2	idem	28 %
09		Réussite à l'ensemble	10 %
10		Question exclue	16 %
11		Question non abordée	1 %
12		Réussite à la partie 1	41 %
13		Réussite à la partie 2	12 %

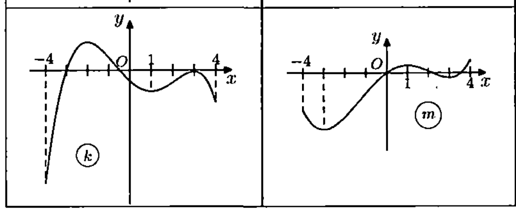
Question ANA105Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé

Soit D la fonction dont la courbe représentative sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$ est dessinée ci-contre.
On propose ci-dessous les courbes représentatives de cinq fonctions : f, g, h, k, m.
On cherche celles pour lesquelles D peut être la fonction dérivée.







D peut être la dérivée de :				
a	f	V	F	Jnsp
b	g	V	F	Jnsp
c	h	V	F	Jnsp
d	k	V	F	Jnsp
e	m	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	96 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	65 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	66 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	53 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	66 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	54 %
06		Réussite à l'ensemble	34 %
07		Question exclue	0 %
08		Question non abordée	4 %

Question ANA106Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé

f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$; $f(0) = 4$				
a	$f'(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-4}{x}$	V	F	Jnsp
b	$f'(0) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-4}{x}$	V	F	Jnsp
c	$f'(0) = \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$	V	F	Jnsp
d	$f'(4) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-4}{x}$	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	92 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	44 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	36 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	38 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	50 %
05		Réussite à l'ensemble	15 %
06		Question exclue	2 %
07		Question non abordée	7 %

Question ANA107Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 3x^2 + 1$. h est un nombre voisin de 0.

La meilleure approximation affine de $f(1+h)$ est :				
a	$6h$	V	F	Jnsp
b	$6h+4$	V	F	Jnsp
c	$6(h-1)+4$	V	F	Jnsp
d	$3(1+h)^2+1$	V	F	Jnsp
e	$7h+4$	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	93 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	76 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	26 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	70 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	31 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	72 %
06		Réussite à l'ensemble	15 %
07		Question exclue	5 %
08		Question non abordée	2 %

Question ANA108 Effectif pris en compte : 2 425

Énoncé

$(\mathscr{C})$ est la courbe représentative, dans le repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La droite (d) est la tangente à cette courbe au point $A(6\ ;\ 2)$.

Déterminer graphiquement une valeur approchée de $f'(6)$.

Explications :

....

....

....

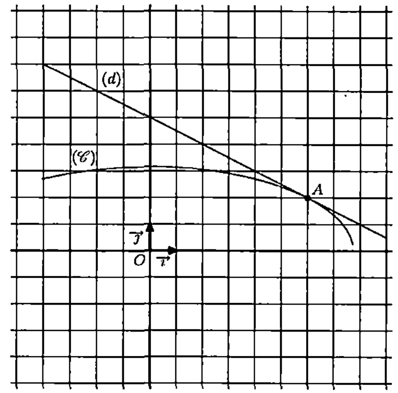
....

....

....

....

Réponse : ....



Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	60 %
01	RE	$-\frac{1}{2}$ (ou $-0{,}5$)	24 %
02	Démarche	Démarche montrant que l'élève fait le lien entre le nombre dérivé et le coefficient directeur de la tangente	35 %
03	Erreur	L'élève a cherché la pente de la droite mais n'a rien trouvé ou a trouvé un résultat faux	13 %
04		Question exclue	9 %
05		Question non abordée	31 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	15 %	27 %	21 %	11 %	04 %	11 %	05 %
02	22 %	37 %	30 %	16 %	13 %	17 %	9 %
03	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR

Question ANA110 Effectif pris en compte : 2 670

Énoncé

On considère la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 1$.

a) Calculer la dérivée de la fonction f.

....

b) En déduire $f'(1)$.

....

c) Dans le graphique ci-contre, laquelle des cinq droites tracées est la tangente à la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ au point d'abscisse 1 ?

Justification :

....

....

....

....

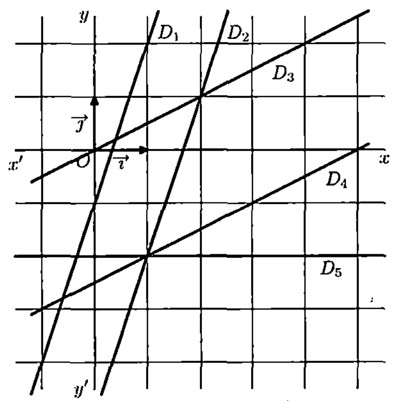
....

....

....

....

....



Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	a) RE	$\frac{15}{2}x^2 - 7x$	85 %
02	b) RE	$f'(1) = \frac{1}{2}$	84 %
03	c) RE	D_4	43 %
04	c) Démarche	Choix d'une droite de coefficient directeur $\frac{1}{2}$ (D_3)	38 %
05	c) Erreur	D_5 (tangente horizontale)	8 %
06		Question exclue	0 %
07		Question non abordée	1 %
08		Réussite conjointe	40 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	77 %	89 %	86 %	82 %	75 %	70 %	53 %
02	73 %	86 %	84 %	77 %	70 %	65 %	48 %
03	33 %	51 %	34 %	28 %	21 %	29 %	11 %
04	39 %	55 %	46 %	36 %	28 %	35 %	17 %
05	15 %	18 %	20 %	17 %	17 %	11 %	07 %

Question ANA111 Effectif pris en compte : 2 425

Énoncé

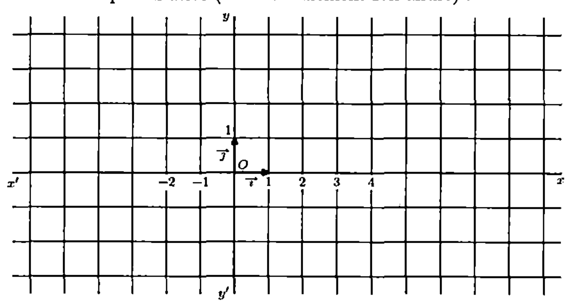
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 1}$.

On appelle $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f :

b) Étudier les variations et dresser un tableau de variation de la fonction f :

c) Ébaucher la courbe représentative (donner seulement son allure) :



d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1 :

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	97 %
01	a) RE	$f'(x) = \dfrac{6x}{(x^2+1)^2}$	66 %
02	a)	Précision du fait que f' est définie sur $\mathbb{R}$	13 %
03	a) Démarche	Utilisation d'une formule correcte, même si erreur de calcul	79 %
04	b) RE	Décroissante sur $\mathbb{R}_-$, croissante sur $\mathbb{R}_+$, même si ces résultats n'apparaissent pas dans un tableau	66 %
05	b) RE	Limite à l'infini = 1 dans les deux cas	14 %
06	c)	Ébauche correcte. Seules la forme générale, la symétrie approximative, et l'indication de l'asymptote horizontale ($y = 1$) sont attendues	20 %
07	c)	Ébauche correcte sans indication d'asymptote	48 %
08	c)	$f(0) = -2$	63 %
09	d) RE	$y = \dfrac{3}{2}x - 2$ ou toute forme équivalente	27 %
10	d) RE	Le coefficient directeur de la tangente est égal à $\dfrac{3}{2}$	34 %
11	d) Démarche	Démarche correcte pour le calcul de l'équation même si erreur de calcul	42 %
12		Question exclue	0 %
13		Question non abordée	2 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Tous	1re S	1re E
01	79 %	79 %	87 %
02	18 %	18 %	10 %
03	92 %	92 %	96 %
04	79 %	79 %	83 %
05	38 %	38 %	37 %
06	58 %	58 %	54 %
07	NR	NR	NR
08	78 %	78 %	77 %
09	38 %	38 %	45 %
10	52 %	52 %	58 %
11	58 %	57 %	60 %

Question ANA113 Effectif pris en compte: 2 425

Énoncé

Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$

a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ?

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ?

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	a) RE	$+\infty$	71 %
02	a) Démarche	Justification correcte de la limite (par somme)	52 %
03	a) RE	L'axe des y est asymptote verticale	45 %
04	b) RE	0	69 %
05	b) Démarche	Justification correcte de la limite	53 %
06	b) RE	La droite d'équation $y = x$ est asymptote oblique	17 %
07		Question exclue	16 %
08		Question non abordée	3 %
09		Réussite conjointe	8 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Tous	1re S	1re E
01	75 %	75 %	81 %
02	53 %	53 %	60 %
03	37 %	37 %	44 %
04	79 %	78 %	83 %
05	21 %	21 %	25 %
06	16 %	16 %	21 %

Question ANA114 Effectif pris en compte : 2 425

Énoncé

Pour chacune des suites définies ci-dessous, dire si elle est arithmétique (A), géométrique (G), ni l'une ni l'autre (N) et justifier chaque réponse.

		Nature	Justification
1	$u_n = 2^n + 1$		....
2	$u_n = \dfrac{1}{2^n}$		....
3	$u_n = -(n+3)$		....
4	$u_n = -2n+3$		....
5	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + n$		....
6	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2 + u_n$		....
7	$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -3u_n$		....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	57 %
01	1) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	44 %
02	1)	Justification correcte	21 %
03	2) RE	Géométrique	64 %
04	2)	Justification correcte	30 %
05	3) RE	Arithmétique	67 %
06	3)	Justification correcte	36 %
07	4) RE	Arithmétique	65 %
08	4)	Justification correcte	37 %
09	5) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	44 %
10	5)	Justification correcte	17 %
11	6) RE	Arithmétique	66 %
12	6)	Justification correcte	39 %
13	7) RE	Géométrique	59 %
14	7)	Justification correcte	36 %
15		Question exclue	40 %
16		Question non abordée	3 %
17		Réussite conjointe	5 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	1re S
01	1) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	43 %
02	1)	Justification correcte	NR
03	2) RE	Géométrique	47 %
04	2)	Justification correcte	NR
05	3) RE	Arithmétique	55 %
06	3)	Justification correcte	NR
07	4) RE	Arithmétique	47 %
08	4)	Justification correcte	NR
09	5) RE	Ni arithmétique, ni géométrique	36 %
10	5)	Justification correcte	NR
11	6) RE	Arithmétique	51 %
12	6)	Justification correcte	NR
13	7) RE	Géométrique	42 %
14	7)	Justification correcte	NR
15		Les réponses justes sont correctement justifiées. Attention, pour certains items, la justification peut se limiter à l'observation de trois termes consécutifs	15 %
16		Rédaction correcte pour les cas traités	22 %

Question ANA115 Effectif pris en compte : 552

Énoncé

La pyramide ci-dessous est formée des entiers consécutifs.
À chaque étage on ajoute une case à gauche et à droite.

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16

1. Quels sont les nombres qui forment la dixième ligne ?

L'objectif de ce problème est de trouver une méthode permettant de connaître la position de n'importe quel nombre entier dans cette pyramide.

Notations :
On numérote les lignes de haut en bas. On numérote les colonnes de gauche à droite ligne par ligne. Le terme de la 4^e^ ligne et de la 2^e^ colonne est 11.
On appelle u_n le nombre de termes de la n-ième ligne : $u_1 = 1$, $u_2 = 3$.
On appelle a_n le premier terme de la n-ième ligne : $a_1 = 1$, $a_2 = 2$.
On appelle b_n le dernier terme de la n-ième ligne : $b_1 = 1$, $b_2 = 4$.

2. Étude de la suite $(u_n)_{n>0}$

   Montrer que la suite (u_n) est arithmétique. En déduire u_n en fonction de n.

3. Étude de la suite $(a_n)_{n>0}$ et de la suite $(b_n)_{n>0}$

   a) Montrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$:

      i) $b_n = a_n + 2(n-1)$,

      ii) $a_{n+1} = a_n + 2n - 1 = b_n + 1$.

   b) En déduire $b_{n+1} = b_n + 2n + 1$, puis $b_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$.

   c) En déduire b_n en fonction de n, puis a_n.

4.

   a) Quel terme se trouve sur la 10^e^ ligne à la 7^e^ colonne ?

   b) Quel terme se trouve sur la 99^e^ ligne à la 100^e^ colonne ? Expliquez.

5.

   a) Déterminer un entier p tel que $p^2 + 1 \leqslant 2\,005 \leqslant (p+1)^2$.

   b) En déduire l'entier n pour lequel $a_n \leqslant 2\,005 \leqslant b_n$. Sur quelle ligne se trouve 2 005 ? Dans quelle colonne ?

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	66 %
01	1. RE	La 10^e^ ligne commence par 82 et finit par 100	42 %
02	2. RE	La suite (u_n) est la suite des entiers impairs ou est une suite arithmétique de raison 2	53 %
03	2. RE	$u_n = 2n - 1$	19 %
04	3. a) i) RE	$b_n = a_n + 2(n-1)$	8 %
05	3. a) ii) RE	$a_{n+1} = a_n + 2n - 1 = b_n + 1$	7 %
06	3. b) RE	$b_{n+1} = b_n + 2n + 1$	11 %
07	3. b) RE	$b_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$	1 %
08	3. c) Démarche	Formule de la somme d'une suite arithmétique	2 %
09	3. c) RE	$b_n = n^2$	3 %
10	3. c) RE	$a_n = (n-1)^2 + 1$ ou $a_{n+1} = n^2 + 1$	3 %
11	4. a) RE	88	17 %
12	4. b) RE	9 704	2 %
13	4. b) RE	Explication correcte	1 %
14	5. a) RE	44	4 %
15	5. b) RE	$2\,005 = 44^2 + 69$: 45^e^ ligne, 69^e^ colonne	0 %
16		Question exclue	29 %
17		Question non abordée	5 %

Question ANA116Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé

On considère une suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0.

On connaît deux termes de la suite (u_n) : $\boldsymbol{u_{10} = 256}$ et $\boldsymbol{u_{15} = 276}$.

1. La raison de la suite (u_n) est :				
a	5	V	F	Jnsp
b	2	V	F	Jnsp
c	4	V	F	Jnsp
d	10	V	F	Jnsp

2. Le premier terme u_0 de la suite (u_n) est :				
a	12	V	F	Jnsp
b	206	V	F	Jnsp
c	220	V	F	Jnsp
d	216	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	96 %
01	1. a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	77 %
02	1. b) 1, 0 ou 2	idem	79 %
03	1. c) 1, 0 ou 2	idem	79 %
04	1. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
05	2. a) 1, 0 ou 2	idem	78 %
06	2. b) 1, 0 ou 2	idem	73 %
07	2. c) 1, 0 ou 2	idem	76 %
08	2. d) 1, 0 ou 2	idem	73 %
09		Réussite à l'ensemble	42 %
10		Question exclue	0 %
11		Question non abordée	4 %
12		Réussite à la partie 1	75 %
13		Réussite à la partie 2	69 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Codification	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	1. a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
02	1. b) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
03	1. c) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
04	1. d) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
05	2. a) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
06	2. b) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
07	2. c) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
08	2. d) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
09		Réussite à la partie 1	68 %	78 %	70 %	64 %	66 %	67 %	53 %
10		Réussite à la partie 2	61 %	72 %	66 %	57 %	61 %	57 %	44 %

Question ANA117 Effectif pris en compte: 2 425

Énoncé

Lors d'une production, une substance est lavée plusieurs fois pour retirer les impuretés.
À chaque lavage, 1,7 % de la masse disparaît.
Quel pourcentage de la masse de départ, à 0,1 % près, reste-t-il après 25 lavages ?

....

....

....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	69 %
01	RE	65,1 % ou équivalent	9 %
02	Démarche	L'élève a mis en évidence le coefficient multiplicateur 0,983, que le résultat soit exact ou non	15 %
03	Erreur	Démarche de départ correcte montrant une bonne compréhension de la question mais erreur avant d'aboutir : utilisation d'un coefficient erroné ou arrêt avant ou après 25 lavages	8 %
04	Erreur	Modélisation par une suite arithmétique	30 %
05		Question exclue	17 %
06		Question non abordée	14 %

Résultats de la passation de 1993

NB : en 1993, la question était posé sous forme QCM.

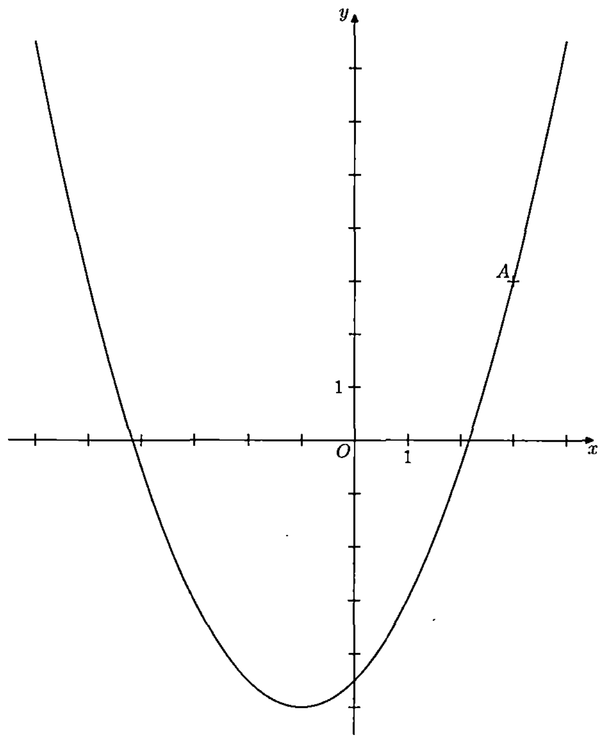
Item	Identification	Codification	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	RE	65,1 % ou équivalent	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
02	Démarche	L'élève a mis en évidence le coefficient multiplicateur 0,983, que le résultat soit exact ou non	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
03	Erreur	Démarche de départ correcte montrant une bonne compréhension de la question mais erreur avant d'aboutir : utilisation d'un coefficient erroné ou arrêt avant ou après 25 lavages	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
04	Erreur	Modélisation par une suite arithmétique	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
05		Question en QCM	14 %	23 %	16 %	11 %	05 %	11 %	08 %

Question ANA118 Effectif pris en compte : 552

Énoncé

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2}$.
Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.

1. Donner une équation de la tangente $(\mathscr{D})$ à la courbe représentant f au point A d'abscisse 3 ;
2. Donner une autre fonction trinôme du second degré dont la courbe représentative est tangente en A à $(\mathscr{D})$. Tracer sa courbe représentative sur le graphique ci-dessous.



Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	1. RE	Équation correcte de $(\mathscr{D})$: $y = 4(x-3)+3 = 4x-9$	55 %
02	1. Démarche	Démarche correcte, mais erreur de calcul	11 %
03	2. RE	Fonction proposée correcte	7 %
04	2. RE	Tracé correct	5 %
05	2. Démarche	$g(x) = ax^2 + bx + c$; $g(3) = f(3)$; $g'(3) = f'(3)$	8 %
06	2. Démarche	Le trinôme $g(x) - 4x - 9$ a une racine double égale à 3	0 %
07		Question exclue	7 %
08		Question non abordée	11 %

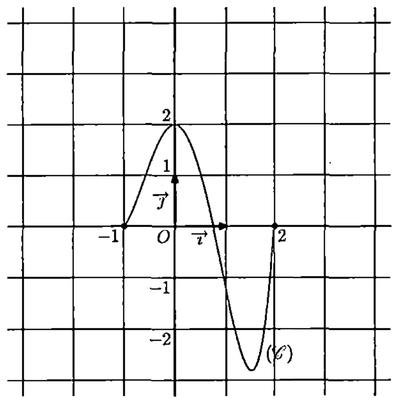
Question FON100 Effectif pris en compte : 2 425

Énoncé

Dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on a tracé la courbe $(\mathscr{C})$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1~;~2]$.
On considère la fonction g définie, lorsque cela est possible, par :

$$g(x) = f(x-2)$$

Tracer, dans le même repère, la représentation graphique de la fonction g.



Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
....
....
....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	RE	Représentation correcte de g	25 %
02	Démarche	Ébauche, même partielle, d'une courbe translatée de la courbe donnée, même si la translation n'est pas faite dans la bonne direction	63 %
03	RE	Ensemble de définition de g : $[1~;~4]$	24 %
04		Question exclue	5 %
05		Question non abordée	13 %
06		Réussite conjointe	17 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Tous	1re S	1re E	1re F
01	RE	Représentation correcte de g	27 %	32 %	32 %	09 %
02	Démarche	Ébauche, même partielle, d'une courbe translatée de la courbe donnée, même si la translation n'est pas faite dans la bonne direction	75 %	80 %	78 %	56 %
03	RE	Ensemble de définition de g : $[1~;~4]$	24 %	27 %	27 %	09 %

Question FON103 Effectif pris en compte : 2 670

Énoncé

La parabole représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ passe par les point $A(-1~;~3)$ et a pour sommet $S(2~;~5)$.
Répondre aux questions suivantes, en justifiant les résultats.

1) Quel est le signe de a ?
2) Quel est le signe de c ?
3) Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
4) Quelle est l'abscisse du deuxième point de la parabole qui a pour ordonnée 3 ?

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	89 %
01	1) RE	$a < 0$ (justifié ou non)	58 %
02	2) RE	$c > 0$ (justifié ou non)	54 %
03	3) RE	2 solutions (justifié ou non)	55 %
04	4) RE	$x_B = 5$ (justifié ou non)	33 %
05	Démarche	Utilisation pertinente d'un graphique, même avec des erreurs d'interprétation	35 %
06	Démarche	Utilisation pertinente d'un calcul, même avec des erreurs	16 %
07	Démarche	Utilisation pertinente d'un tableau de variation, même avec des erreurs	5 %
08		Question exclue	1 %
09		Question non abordée	10 %
10		Réussite conjointe	20 %
11		Démarche	47 %

Question FON102 Effectif pris en compte : 2 670

Énoncé

On donne ci dessous le tableau de variation de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$. En déduire, en justifiant la réponse, le tableau de variation de la fonction $f \circ g$ sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Justifications :

....

....

....

....

....

....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	70 %
01	RE	Tableau de variation de $f \circ g$ correct (avec ou sans justification)	12 %
02	Justification	Comme g croît sur $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$ et prend sur cet intervalle des valeurs négatives et que f décroît sur $]-\infty, 0]$, $f \circ g$ décroît sur $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$	6 %
03	Justification	Comme g croît sur $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ et prend sur cet intervalle des valeurs positives et que f croît sur $[0, +\infty[$, $f \circ g$ croît sur $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$	6 %
04	Erreur	L'élève donne le même tableau que celui de f (mêmes intervalles)	22 %
05	Erreur	L'élève a traité $g \circ f$	7 %
06		Question exclue	6 %
07		Question non abordée	24 %

Question FON104Q Effectif pris en compte : 2 887

Énoncé

On considère le trinôme $T(x) = 6x^2 + 5x - 25$

1. $T(x)$ s'annule en				
a	$\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
b	$\frac{3}{5}$	V	F	Jnsp
c	$-\frac{5}{3}$	V	F	Jnsp
d	$\frac{5}{2}$	V	F	Jnsp

2. $T(x)$ est négatif dans l'intervalle				
a	$\left[-\frac{5}{2} ; -\frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
b	$\left[-\frac{5}{2} ; \frac{5}{3}\right]$	V	F	Jnsp
c	$[-2 ; 1]$	V	F	Jnsp
d	$[3 ; 8]$	V	F	Jnsp

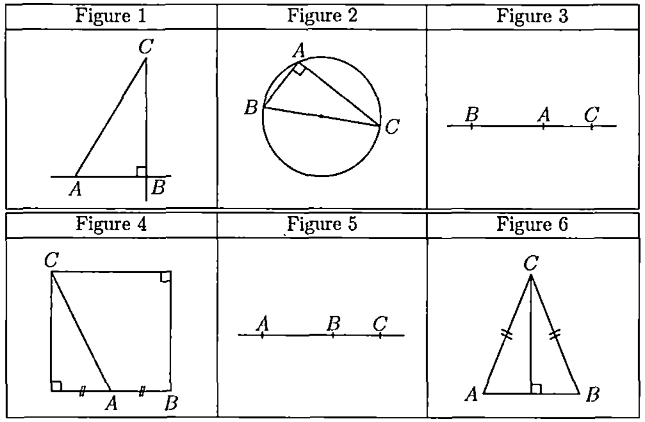
3. Le minimum de $T(x)$ est				
a	$-\frac{175}{8}$	V	F	Jnsp
b	$-\frac{625}{24}$	V	F	Jnsp
c	-25	V	F	Jnsp
d	$\frac{275}{4}$	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	98 %
01	1. a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	77 %
02	1. b) 1, 0 ou 2	idem	87 %
03	1. c) 1, 0 ou 2	idem	74 %
04	1. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
05	2. a) 1, 0 ou 2	idem	39 %
06	2. b) 1, 0 ou 2	idem	59 %
07	2. c) 1, 0 ou 2	idem	45 %
08	2. d) 1, 0 ou 2	idem	78 %
09	3. a) 1, 0 ou 2	idem	53 %
10	3. b) 1, 0 ou 2	idem	24 %
11	3. c) 1, 0 ou 2	idem	44 %
12	3. d) 1, 0 ou 2	idem	58 %
13		Réussite à l'ensemble	5 %
14		Question exclue	0 %
15		Question non abordée	2 %
16		Réussite à la partie 1	58 %
17		Réussite à la partie 2	19 %
18		Réussite à la partie 3	19 %

Question GEA100 Effectif pris en compte: 2 670

Énoncé



Dans chacune des situations ci-dessus (figures 1 à 6), on a calculé le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.
Pour chacune des égalités obtenues, indiquer le numéro de la figure correspondante.

		Figure n°			Figure n°
a)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB^2$	....	d)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$	....
b)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC$	....	e)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}AB^2$	....
c)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB^2$	....	f)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB.AC$	....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	90 %
01	a) RE	Figure 1	76 %
02	b) RE	Figure 5	86 %
03	c) RE	Figure 4	77 %
04	d) RE	Figure 2	84 %
05	e) RE	Figure 6	80 %
06	f) RE	Figure 3	86 %
07		Question exclue	9 %
08		Question non abordée	1 %
09		Réussite conjointe	66 %

Question GEA101Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé

Dans un repère orthonormal, le point M a pour coordonnées cartésiennes $\left(\frac{5}{2}; -\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$.

***M* a pour coordonnées polaires :**				
a	$r = \frac{5}{2},\ \theta = -\frac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
b	$r = 5,\ \theta = -\frac{\pi}{6}$.	V	F	Jnsp
c	$r = 5,\ \theta = -\frac{\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
d	$r = -5,\ \theta = \frac{2\pi}{3}$.	V	F	Jnsp
e	$r = 5,\ \theta = \frac{5\pi}{3}$.	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	92 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	63 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	61 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	47 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	63 %
05	e) 1, 0 ou 2	idem	36 %
06		Réussite à l'ensemble	22 %
07		Question exclue	4 %
08		Question non abordée	4 %

Question GEA104 Effectif pris en compte : 519

Énoncé

Représenter ci-dessous en couleur les ensembles E, F, G et H définis comme suit :

Figure 1 : E est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r,θ) vérifient : $2 \leqslant r \leqslant 4$;

Figure 2 : F est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r,θ) vérifient : $\theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 3 : G est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r,θ) vérifient : $\left(\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ et $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque) ;

Figure 4 : H est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées polaires (r,θ) vérifient : $\left(\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$ ou $(r \leqslant 2)$ (où k est un entier relatif quelconque).

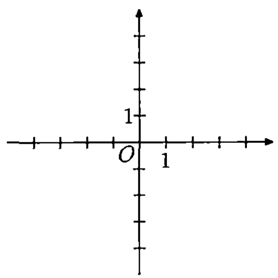


Figure 1

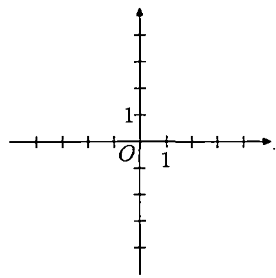


Figure 2

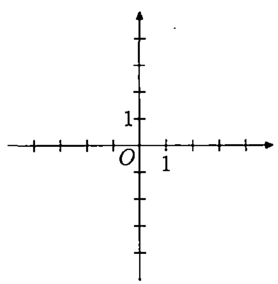


Figure 3

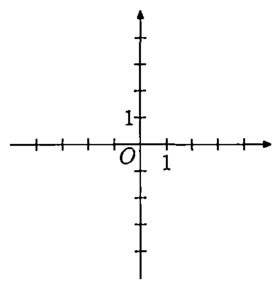


Figure 4

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	91 %
01	Figure 1 RE	Représentation correcte	75 %
02	Figure 2 RE	Représentation correcte	52 %
03	Figure 2 RP	Erreur sur l'angle mais l'élève a tracé une demi-droite d'origine O	14 %
04	Figure 3 RE	Représentation correcte	48 %
05	Figure 4 RE	Représentation correcte	33 %
06	Figures 3 ou 4	Erreur : confusion manifeste sur les connecteurs logiques « et » et « ou »	17 %
07		Question exclue	2 %
08		Question non abordée	6 %
09		Réussite conjointe	25 %

Question GEA105 Effectif pris en compte : 2 670

Énoncé

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on considère les points

$$R(2\ ;\ 3\ ;\ -5),\ S(1\ ;\ 5\ ;\ 0),\ U(0\ ;\ -7\ ;\ -5) \text{ et } V(4\ ;\ -1\ ;\ -15).$$

Le point U appartient-il à la droite (RS) ? Et le point V ? Justifier chacune des réponses.

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	49 %
01	RE	Démonstration correcte de $U \notin (RS)$	35 %
02	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	48 %
03	RE	Démonstration correcte de $V \in (RS)$	31 %
04	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	41 %
05		Question exclue	34 %
06		Question non abordée	17 %
07		Réussite conjointe	27 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	1re S	1re E
01	RE	Démonstration correcte de $U \notin (RS)$	25 %	10 %
02	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	35 %	21 %
03	RE	Démonstration correcte de $V \in (RS)$	23 %	13 %
04	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	28 %	16 %

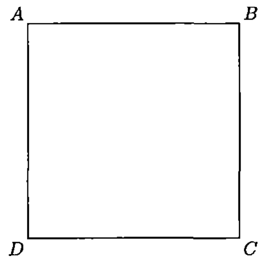
Résultats de la passation de 1999 en Terminale S

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Tle S
01	RE	Démonstration correcte de $U \notin (RS)$	43 %
02	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	38 %
03	RE	Démonstration correcte de $V \in (RS)$	NR
04	Démarche	Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	NR

Question GEA106 Effectif pris en compte : 2 670

Énoncé

A, B, C, D sont les sommets d'un carré.
Construire le barycentre G du système de points pondérés :
$\{(A\ ;\ 1), (B\ ;\ 3), (C\ ;\ -1), (D\ ;\ 1)\}$.



Explications ou calculs si nécessaire

....

....

....

....

....

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	79 %
01	RE	Barycentre bien placé (milieu de $[AB]$), quelle que soit la démarche	35 %
02	Démarche	Construction d'au moins un barycentre partiel	41 %
03	Démarche	Utilisation de l'associativité même si le résultat final est faux	35 %
04	Démarche	Écriture de la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$	22 %
05	Démarche	Utilisation d'un repère et coordonnées du barycentre	1 %
06	Démarche	Utilisation du calcul vectoriel (transformation d'expressions), même si le résultat final est faux	36 %
07		Question exclue	8 %
08		Question non abordée	13 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Tous	1re S	1re E	1re F
01	RE	Barycentre bien placé (milieu de $[AB]$), quelle que soit la démarche	38 %	46 %	47 %	07 %
02	Démarche	Construction d'au moins un barycentre partiel	28 %	33 %	27 %	13 %
03	Démarche	Utilisation de l'associativité même si le résultat final est faux	25 %	29 %	27 %	09 %
04	Démarche	Écriture de la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$	43 %	53 %	27 %	13 %
05	Démarche	Utilisation d'un repère et coordonnées du barycentre	NR	NR	NR	NR
06	Démarche	Utilisation du calcul vectoriel (transformation d'expressions), même si le résultat final est faux	48 %	57 %	57 %	14 %

Question GEA109 Effectif pris en compte : 519

Énoncé

Étant donné un triangle ABC non aplati :

1. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.
2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}$ des points M du plan tels que le vecteur $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ soit orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AC}$. Faire une figure et représenter l'ensemble trouvé.

Résultats

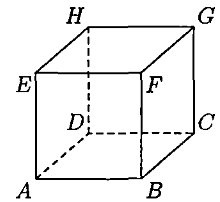
Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	63 %
01	1. RE	Réponse et construction exactes	14 %
02	1. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le milieu de $[AB]$	21 %
03	2. RE	Réponse et construction exactes	6 %
04	2. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le barycentre de $\{(A\,;1)\,;(B\,;2)\}$	11 %
05		Question exclue	17 %
06		Question non abordée	20 %

Résultats de la passation de 1999 en Terminale S

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Tle S
01	1. RE	Réponse et construction exactes	23 %
02	1. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le milieu de $[AB]$	NR
03	2. RE	Réponse et construction exactes	NR
04	2. Démarche	Démarche faisant intervenir d'abord le barycentre de $\{(A\,;1)\,;(B\,;2)\}$	NR

Question GEA111Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé



$ABCDEFGH$ est un cube.

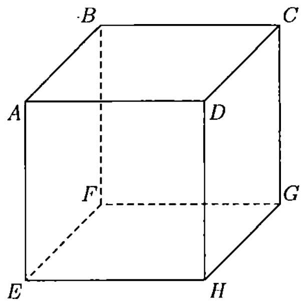
Dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{AE})$, I est le point de $[DC]$ tel que $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$, J le point de $[BC]$ tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.				
a	Les coordonnées de I sont $\left(1\,;\frac{1}{4}\,;0\right)$.	V	F	Jnsp
b	Le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées $\left(\frac{3}{4}\,;-\frac{1}{4}\,;0\right)$.	V	F	Jnsp
c	Le milieu de $[HF]$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$.	V	F	Jnsp
d	Le centre de gravité de (AFH) a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\,;\frac{2}{3}\right)$.	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	85 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	82 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	70 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	81 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	50 %
05		Réussite à l'ensemble	32 %
06		Question exclue	14 %
07		Question non abordée	0 %

Question GEE102Q Effectif pris en compte: 2 887

Énoncé



La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$

Vrai ou Faux ?				
a	La droite (AF) est parallèle à la droite (BG)	V	F	Jnsp
b	La droite (FE) est orthogonale à la droite (GC)	V	F	Jnsp
c	La droite (FE) coupe la droite (GC)	V	F	Jnsp
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (FE)	V	F	Jnsp
e	La droite (AF) est parallèle au plan (ACH)	V	F	Jnsp
f	La droite (EF) est parallèle au plan (ABG)	V	F	Jnsp
g	La droite (EF) est parallèle au plan (ADC)	V	F	Jnsp
h	La droite (EF) est parallèle au plan (BCG)	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	91 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	83 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	82 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	84 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	97 %
05	e) 1, 0, ou 2	idem	81 %
06	f) 1, 0, ou 2	idem	61 %
07	g) 1, 0, ou 2	idem	90 %
08	h) 1, 0, ou 2	idem	85 %
09		Réussite à l'ensemble	34 %
10		Question exclue	8 %
11		Question non abordée	1 %
12		Réussite à la partie 1	64 %
13		Réussite à la partie 2	50 %

Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Codification	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
02	b) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
03	c) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
04	d) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
05	e) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
06	f) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
07	g) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
08	h) 1, 0, ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
09		Réussite à la partie 1	49 %	70 %	60 %	40 %	36 %	61 %	21 %
10		Réussite à la partie 2	44 %	57 %	61 %	33 %	35 %	55 %	25 %

Question GEE103Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

Un plan (P) coupe un cube de façon que la section soit un triangle IJK.				
a	IJK peut être isocèle	V	F	Jnsp
b	IJK peut être équilatéral	V	F	Jnsp
c	IJK peut être rectangle	V	F	Jnsp
d	$\widehat{IJK}$ peut être obtus	V	F	Jnsp

Résultats

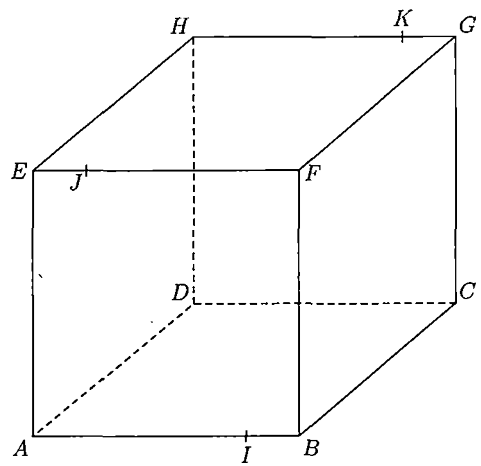
Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	90 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	92 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	62 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	36 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	68 %
05		Réussite à l'ensemble	22 %
06		Question exclue	9 %
07		Question non abordée	0 %

Question GEE104 Effectif pris en compte : 552

Énoncé

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 10 cm. Les points I, J et K sont respectivement sur les arêtes $[AB]$, $[EF]$ et $[HG]$; $IB = EJ = KG = 2$ cm.

1. Sur la figure ci-dessous, construire la section du cube avec le plan IJK.
   Laisser les traits de construction visibles.
2. Sur une feuille séparée, construire cette section en vraie grandeur.



Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	99 %
01	1. RE	Section correctement tracée	43 %
02	1. RE	Justification correcte d'un tracé correct	18 %
03	1. RP	Section non correctement tracée, mais segments $[IJ]$ et $[KJ]$ tracés	50 %
04	1. RP	Section non correctement tracée, mais un pentagone est tracé	4 %
05	2. RE	Section correctement tracée	3 %
06	2. RE	Justification correcte d'un tracé correct	2 %
07	2. RP	Section non correctement tracée, mais triangle IJK tracé en vraie grandeur	2 %
08	2. RP	Section non correctement tracée, mais l'élève a tracé un pentagone composé d'un triangle isocèle et d'un trapèze isocèle	7 %
09	2. Erreur	Tracé, correct ou non, s'appuyant sur des calculs de longueur	10 %
10	2. Erreur	Mesures prises directement sur le dessin du cube en perspective	20 %
11		Question exclue	1 %
12		Question non abordée	1 %

E Géométrie synthétique

Question GES102Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

Si le réel α vérifie : $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$ et $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$, alors :				
a	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$	V	F	Jnsp
b	$\cos(2\alpha) = -\frac{7}{25}$	V	F	Jnsp
c	$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10}$	V	F	Jnsp
d	$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4-3\sqrt{3}}{10}$	V	F	Jnsp

Résultats

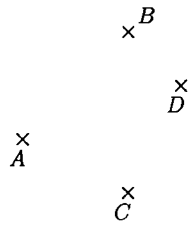
Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	81 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	62 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	36 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	55 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	34 %
05		Réussite à l'ensemble	16 %
06		Question exclue	18 %
07		Question non abordée	1 %

Question GES103 Effectif pris en compte: 2 425

Énoncé

Quatre points A, B, C et D étant donnés, soit M, N, P et Q les points tels que :
- M et N sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1,5 ;
- P et Q sont les images respectives de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1,5.

1. Placer les points M, N, P et Q sur la figure ci-contre.
2. Démontrer que $PMNQ$ est un parallélogramme.



Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	18 %
01	1. RE	Figure correcte	58 %
02	2. RE	Démonstration complète et correcte	8 %
03	2. Démarche	Utilisation des propriétés de l'homothétie, de Thalès ou de la similitude pour démontrer au moins une relation utile (y compris un parallélisme de droites)	25 %
04		Question exclue	79 %
05		Question non abordée	3 %

Résultats de la passation de 1991 en Seconde

NB : en 1991, la figure était donnée.

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
01	1. RE	Figure correcte	NR
02	2. RE	Démonstration complète et correcte	17 %
03	2. Démarche	Utilisation des propriétés de l'homothétie, de Thalès ou de la similitude pour démontrer au moins une relation utile (y compris un parallélisme de droites)	33 %

Résultats de la passation de 1993

NB : en 1993, la figure était donnée.

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Tous	1re S	1re E
01	1. RE	Figure correcte	NR	NR	NR
02	2. RE	Démonstration complète et correcte	46 %	46 %	43 %
03	2. Démarche	Utilisation des propriétés de l'homothétie, de Thalès ou de la similitude pour démontrer au moins une relation utile (y compris un parallélisme de droites)	76 %	77 %	70 %

Question NAL100Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

L'expression $(x+1)^3 + x^2 - 1$, où x désigne un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :				
a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp
b	$(x+1)^2(x-1)$	V	F	Jnsp
c	$x(x-1)(x-3)$	V	F	Jnsp
d	$x(x+1)(x+3)$	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	95 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	79 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	76 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	76 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	58 %
05		Réussite à l'ensemble	50 %
06		Question exclue	4 %
07		Question non abordée	1 %

Résultats de la passation de 1991 en Seconde

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	NR
02	b) 1, 0 ou 2	idem	NR
03	c) 1, 0 ou 2	idem	NR
04	d) 1, 0 ou 2	idem	NR
05		Réussite à l'ensemble	20 %

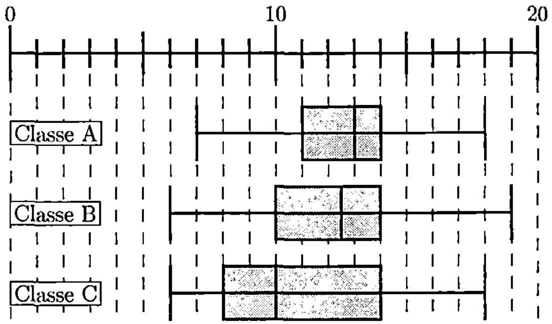
Résultats de la passation de 1993

Item	Identification	Codification	Tous	1re S	1re E	1re B	1re A_1	1re F	1re G
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
02	b) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
03	c) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
04	d) 1, 0 ou 2	idem	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
05		Réussite à l'ensemble	41 %	62 %	62 %	31 %	27 %	31 %	24 %

Question STA100Q Effectif pris en compte : 2 887

Énoncé

Les boîtes statistiques ci-dessous illustrent les moyennes qu'un professeur a attribuées aux élèves de trois classes différentes à la fin d'un trimestre (classes A, B et C).



En observant les boîtes on peut affirmer que :				
a	La classe C contient beaucoup plus d'élèves que la classe A.	V	F	Jnsp
b	Dans chacune des trois classes, les $\frac{3}{4}$ des élèves ont une moyenne inférieure ou égale à 14.	V	F	Jnsp
c	Dans la classe B, la moitié des élèves a une moyenne appartenant à [10 ; 14].	V	F	Jnsp
d	Dans la classe C, la moitié des élèves a une moyenne inférieure ou égale à 10.	V	F	Jnsp
e	La classe B a une meilleure moyenne que la classe C.	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	41 %
01	a) 1, 0, ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp	66 %
02	b) 1, 0, ou 2	idem	62 %
03	c) 1, 0, ou 2	idem	48 %
04	d) 1, 0, ou 2	idem	47 %
05	e) 1, 0, ou 2	idem	15 %
06		Réussite à l'ensemble	5 %
07		Question exclue	58 %
08		Question non abordée	1 %

Question STA101Q Effectif pris en compte: 2 543

Énoncé

On lance deux fois de suite un dé équilibré à six faces.				
a	La probabilité d'obtenir un « double », c'est-à-dire deux fois la même face, est égale à $\frac{2}{7}$.	V	F	Jnsp
b	La probabilité que la somme des deux faces obtenues soit 5 est égale à $\frac{1}{9}$.	V	F	Jnsp
c	La probabilité que le produit des faces obtenues soit pair est égale à $\frac{3}{4}$.	V	F	Jnsp
d	La probabilité qu'au moins une des faces soit paire est égale à $\frac{1}{2}$.	V	F	Jnsp

Résultats

Item	Identification	Codification	Bonnes rép.
A		L'élève a abordé la question	25 %
01	a) 1, 0 ou 2	1 si l'élève a entouré V, 0 si l'élève a entouré F, 2 si l'élève a entouré Jnsp.	79 %
02	b) 1, 0 ou 2	idem	57 %
03	c) 1, 0 ou 2	idem	45 %
04	d) 1, 0 ou 2	idem	39 %
05		Réussite à l'ensemble	19 %
06		Question exclue	75 %
07		Question non abordée	0 %

Question STA103 Effectif pris en compte: 2 670

Énoncé

J'ai dans ma poche une pièce de 1 €, une pièce de 2 €, une pièce de 50 c et une pièce de 20 c.

Je tire de ma poche deux pièces au hasard. Soit X la somme obtenue.
On admet que le tirage des différentes pièces est équiprobable.

1) Déterminer la loi de probabilité de X ;

2) Calculer l'espérance de X.

Explications et réponses :

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	16 %
01	1) RE	$x_i =$: 0,70 ; 1,20 ; 1,50 ; 2,20 ; 2,50 ; 3 — $p(X = x_i) =$: $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$	37 %
02	1) RP	Les diverses valeurs de X ont été trouvées	38 %
03	1) Démarche	Démarche systématique : utilisation d'un arbre ou d'un tableau	37 %
04	2) RE	$E(X) = 1{,}85$ €	29 %
05	2) Démarche	Utilisation d'une formule correcte que le résultat soit juste ou non	46 %
06		Question exclue	82 %
07		Question non abordée	3 %
08		Réussite conjointe	25 %

Question STA104 Effectif pris en compte : 519

Énoncé

On veut simuler une promenade aléatoire sur les sommets d'un carré $ABCD$.

Un « déplacement élémentaire » se fera le long d'un côté du carré, d'un sommet à un sommet voisin, et on choisit au hasard à partir de chaque sommet un des deux « déplacements élémentaires » possibles. Par exemple, à partir du sommet B, les deux déplacements élémentaires possibles sont $B \to C$ et $B \to A$

Le point de départ d'une promenade aléatoire est toujours D.

Exemple de promenade aléatoire de longueur 4 partant de D et arrivant à B :

$$D \to C \to B \to C \to B$$

I) a) Trouver deux méthodes différentes pour générer une promenade aléatoire de longueur 5 partant de D en utilisant la touche random de votre calculatrice.

I) b) Si l'on suppose que la touche random de votre calculatrice vous renvoie le nombre 0,943 597 402 5, quelles sont les promenades obtenues par chacune de vos deux méthodes? *Votre méthode peut ne pas utiliser tous les chiffres.*

II) Un jeu consiste à faire une promenade aléatoire de longueur 3 à partir de D.
Une partie est gagnante si la promenade arrive en A.

a) Est-ce possible?

b) La promenade peut-elle se terminer en B?, en C? en A?

c) Voici 10 nombres fournis par la touche random d'une calculatrice :
0,908 318 861 1; 0,339 362 525 4; 0,146 687 829 2; 0,733 812 311 2;
0,043 991 987 5; 0,200 340 261 8; 0,995 466 341 1; 0,798 070 100 9;
0,405 809 641 8; 0,514 701 950 5

Choisir une des méthodes imaginées en I), l'adapter à la longueur 3 et fabriquer ainsi 10 parties.

Quels sont les points d'arrivée de chacune de ces dix promenades? Combien sont gagnantes?

d) On suppose que les déplacements élémentaires à partir d'un sommet quelconque sont équiprobables. Quelle est la probabilité de gagner?

Résultats

Item	Identification	Condition d'attribution du code 1	Code 1
A		L'élève a abordé la question	44 %
01	I) a) RE	Les deux méthodes proposées sont correctes et différentes (elles ne génèrent pas toujours le même chemin)	13 %
02	I) a) RP	Une seule méthode correcte	10 %
03	I) a) Démarche	La parité a été utilisée	17 %
04	I) a) Démarche	La comparaison à 5 a été utilisée	13 %
05	I) b) RE	Une des méthodes trouvée en I a) est correctement utilisée	16 %
06	I) b) RE	La seconde méthode proposée en I a), si elle existe, est correctement utilisée	10 %
07	II) a) RE	Réponse exacte et justifiée	47 %
08	II) b) RE	Le chemin ne peut se terminer que en A ou en C	52 %
09	II) c) RE	Application correcte de l'une des méthodes trouvée en I (et adaptée), sans erreur	11 %
10	II) c) RP	Application correcte de l'une des méthodes trouvée en I (et adaptée), avec 1, 2, ou 3 erreurs	4 %
11	II) d) RE	$\frac{1}{2}$	12 %
12	II) d) Démarche	Utilisation d'un arbre	9 %
13	II) d) Démarche	Utilisation d'un arbre ou d'un système d'énumération des cas possibles	7 %
14	II) d) Démarche	Utilisation de la symétrie de la situation	2 %
15		Question exclue	45 %
16		Question non abordée	11 %

La question précédente (STA104) reprenait, en la modifiant, la question STA004 de l'étude Seconde 2003. Voici la question STA004.

Question STA004 Effectif pris en compte : 191

Énoncé

On veut simuler, à partir de données obtenues avec la touche random de la calculatrice, une promenade aléatoire sur les sommets d'un carré ABCD.

Un « déplacement élémentaire » se fera le long d'un côté du carré, d'un sommet à un sommet voisin, et on choisit au hasard à partir de chaque sommet un des deux « déplacements élémentaires » possibles. Par exemple, à partir du sommet B, les deux déplacements élémentaires possibles sont B-C et B-A

Le point de départ d'une promenade aléatoire est toujours D.

Exemple de promenade aléatoire de longueur 4 partant de D et arrivant à B. : D-C-B-C-B

I) La touche random de la calculatrice a fourni le nombre : 0,943 597 402 5
Trouver deux méthodes différentes pour générer à l'aide de ce nombre une promenade aléatoire de longueur 5 partant de D.
Décrire chaque méthode et construire la promenade correspondante.
Votre méthode peut ne pas utiliser tous les chiffres.

II) Un jeu consiste à faire une promenade aléatoire de longueur 5 à partir de D.
Une partie est gagnante si la promenade arrive en A.
a) Est-ce possible ?
b) Voici 10 nombres fournis par la touche random d'une calculatrice :
0,908 318 861 1 0,339 362 525 4 0,146 687 829 2 0,733 812 311 2
0,043 991 987 5 0,200 340 261 8 0,995 466 341 1 0,798 070 100 9
0,405 809 641 8 0,514 701 950 5

Choisissez une des modélisations imaginées en I) et fabriquez ainsi 10 parties.
Combien sont gagnantes ?
c) Cette manipulation vous conduit peut-être à une conjecture intéressante.
Laquelle ?
Une conjecture est une propriété que l'on pense vraie sans l'avoir démontrée.

Résultats

Item	Identification	Conditions d'attributions du code 1	Ensemble	Garçons	Filles	Orientat. S	Orientat. ES
A		L'élève a abordé la question	50 %	50 %	57 %	62 %	52 %
01	I) R.E.	Les deux méthodes proposées sont correctes et différentes (elles ne génèrent pas toujours le même chemin.	14 %	16 %	16 %	21 %	14 %
02	I) R.P	Une seule méthode correcte.	12 %	16 %	12 %	21 %	5 %
03	I) Démarche	La parité a été utilisée.	20 %	24 %	23 %	31 %	10 %
04	I) Démarche	La comparaison à 5 a été utilisée.	14 %	19 %	14 %	16 %	5 %
05	II) a) R.E.	Réponse exacte.	34 %	34 %	38 %	51 %	33 %
06	II) a) R.E.	La réponse est justifiée par un exemple.	16 %	20 %	16 %	33 %	14 %
07	II).b) R.E.	Application correcte de l'algorithme, sans erreur.	7 %	10 %	5 %	15 %	5 %
08	II) b) R.P.	Application correcte de l'algorithme, avec 1, 2, ou 3 erreurs.	3 %	6 %	2 %	7 %	0 %
09	II) c) R.E.	Conjecture : on arrive forcément en A ou en C.	1 %	1 %	0 %	2 %	0 %
10	Démarche	Conjecture exacte sur les probabilités d'arriver en A ou en C.	2 %	3 %	2 %	5 %	0 %
11	Démarche	Découverte d'un algorithme permettant de prévoir rapidement le point d'arrivée.	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Cette brochure a été achevée d'imprimer en octobre 2006.
Dépôt légal : quatrième trimestre 2006.
Imprimerie Corlet Numérique
ISBN : 2-912846-53-6
N° d'imprimeur : 34837

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
APMEP

Enquêtes régulières

sur des effets du système d'enseignement des mathématiques

SUIVI des compétences des élèves et des opinions et conceptions des enseignants

Banque de données EVAPM

à la disposition des chercheurs

Les données statistiques relatives à 150 épreuves et à des milliers d'items sont organisées de façon à permettre de nombreux traitements

Dans le cadre de cette banque est aussi assurée la conservation d'un ensemble de documents papier concernant un nombre très important d'élèves

Production de documents
Les brochures EVAPM

(3 000 pages en 12 brochures publiées de 1987 à 1997)

Base de données d'évaluation EVAPMIB

Base informatisée évolutive

Plusieurs milliers de questions d'évaluation utilisées dans des évaluations françaises et étrangères, référencées et accompagnées d'analyses didactiques

Banque d'épreuves

à la disposition des enseignants de Mathématiques

150 épreuves d'évaluation étalonnées et analysées

Niveaux Sixième à Première

EVAPM - Recherche

Insertion dans les enquêtes de questions provenant de la Recherche

Apport à la Recherche des questions soulevées par **EVAPM**

Traitements de données et mise au point de méthodologies complémentaires de traitements de données

Structuration des champs conceptuels

Analyse didactique des questions d'évaluation

Interface avec d'autres équipes de recherche

INRP

Groupement national d'équipes de recherche en didactique des mathématiques et des sciences

Réseau des IREM

Inspection Générale de Mathématiques
Direction des Lycées et Collèges
Conseil National des Programmes
Direction de l'Évaluation et de la Prospective

L'observatoire EVAPM

Organigramme général