Aix Marseille Vert

Bulletin de la régionale APMEP d'Aix-Marseille

Magazine trimestriel paraissant quatre fois par an
N°10 (Janvier, Février, Mars 2003)

a p m e p

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Siège de l'Association :
A.P.M.E.P. Régionale d'Aix-Marseille
Université de Provence UFR MIM
3, Place Victor Hugo
13331 MARSEILLE Cedex 3
Tél : 04 91 10 61 06
Fax : 04 91 10 61 24

Comité de rédaction du bulletin de la régionale
Direction de la publication : André Bonnet
Rédaction et réception des articles : Yvon Poitevineau

AIX MARSEILLE VERT
Bulletin de la régionale A.P.M.E.P. d'Aix-Marseille
Imprimé au siège de l'Association
N° ISSN : 0756-8991
Dépôt légal : Janvier 2000

Éditorial

L'ennui à l'école

CATHERINE DUFOSSE

Le Conseil National des Programmes, anciennement présidé par Luc Ferry, a organisé au mois de janvier un colloque sur l'ennui à l'Ecole.

Les mauvaises langues diront que le sujet avait surtout été dicté par le souci de ne pas aborder ce qui fâche□ les questions d'horaires et de programmes, la question du recrutement et de la formation des enseignants, l'avenir du collège, toutes les vraies questions étaient ainsi passées sous silence, et l'on a pu disserter pendant une journée, ameuter les journalistes, faire voir le Ministre, (il est décoratif, n'est-ce-pas□), bref, prouver que le gouvernement s'intéresse violemment l'Ecole, sans rien dire ni faire de décisif.

D'autres mauvaises langues vous diront que le ministre a inauguré la journée en citant Maurras et Barrès pour bien prouver à ceux qui en doutaient encore que même s'il avait héroïquement supporté un ministre socialiste, sa vraie patrie était bien la droite.

Mais laissons les mauvaises langues et parlons du sujet□ il a son intérêt dans l'Ecole d'aujourd'hui, y compris pour les professeurs de mathématiques que nous sommes□ un petit exemple d'abord□ mes filles ont eu à l'école primaire un maître bourré de qualités mais qui ne connaissait rien en Mathématiques. Résultat, les exercices de mathématiques se restreignaient le plus souvent à faire des opérations, des dizaines de soustraction et de multiplications. Il m'a donné un jour l'autorisation d'intervenir dans sa classe, et j'ai simplement demandé aux élèves de trouver un nombre qui, multiplié par lui-même, donnerait deux□ les enfants sont bon public□ Ils ont multiplié pendant une heure et demie, mais cette fois avec passion□ ils ont inventé la dichotomie, et ils ont trouvé plusieurs décimales de racine de deux, pleins d'excitation, sûrs d'arriver au bout en voyant le but se rapprocher. Ce maître était plein d'inventivité en français, où il était bien formé, mais faute de culture scientifique suffisante, il était incapable d'intéresser ses élèves aux mathématiques. J'espère qu'il aura réutilisé mon astuce pour faire faire des multiplications à ses élèves avec une vraie motivation□

Je veux bien croire que l'ennui à l'école soit question de public ou d'époque, mais il me paraît évident que c'est en premier lieu une question de formation des maîtres. Nous avons tous dans nos besaces quelque belle histoire, quelque joli problème, qui va provoquer dans la classe ce silence attentif et passionné ou cette pluie de questions, même des plus rétifs, qui fait notre joie□ mais nous savons bien que ce sont presque toujours des points très "□ulturels□, des mises en relation de sujets différents, des exemples d'application des mathématiques, des questions qui ne sont pas forcément scolaires mais qui sont de vraies questions. Il faut avoir travaillé et réfléchi pour intéresser une classe.

Ce n'est pas de la démagogie que de vouloir lutter contre l'ennui□nous avons tout à y gagner en efficacité, car un élève qui dort n'apprend pas grand-chose. Nous avons tout à y gagner aussi sur le fond, c'est-à-dire sur la qualité de notre enseignement□cela nous oblige à une quête de sens, à une justification des outils que nous proposons, à un souci de leur utilité (utilité pour comprendre, utilité pour agir, pour plagier Jean Dhombres) Cet effort enrichit nécessairement un cours de maths, lui donne vie et substance. Il n'est jamais terminé. Les TPE m'ont donné ces temps-ci de bien jolies pistes, et le nouveau programme de Terminale S propose aussi des exemples très réussis□la loi de Hardy-Weinberg, détaillée dans le document d'accompagnement, par exemple, est un exemple passionnant d'utilisation des probabilités conditionnelles. Il montre à merveille comment l'outil mathématique permet de pousser au bout de sa logique une hypothèse scientifique (ici l'équiprobabilité du partage des chromosomes) pour obtenir toutes ses conséquences (ici la stabilité de la répartition dans la population d'une variabilité génétique.)

Notre public a changé, il est moins docile et plus exigeant, mais jusqu'à un certain point, c'est peut-être une chance, après tout□ça oblige à la curiosité, ça nous préserve de … l'ennui□

L'ORIENTATION SCIENTIFIQUE

JEAN-LOUIS PIEDNOIR

La baisse des orientations vers des études scientifiques ou industrielles est actuellement une cause d'inquiètude. Le précédent ministre a demandé à deux personnalités□M. OURISSON, chimiste et M.PORCHET, biologiste, des rapports sur la question. Dans le passé, des politiques volontaristes ont été menées pour développer l'orientation scientifique□ on peut citer la réforme de 1902, qui voulait réaliser dans l'enseignement secondaire la parité humanités/culture scientifique. Dans la présente note, on analysera la politique volontariste impulsée à partir de 1982 par Claude PAIR, directeur des lycées, poursuivie par ses successeurs, avec sur le terrain l'action menée par Jean-Louis OVAERT, puis les conséquences de la rénovation pédagogique des lycées, avec la création de la terminale S et l'état actuel de l'orientation scientifique et industrielle. Une synthèse critique des propositions des auteurs des différents rapports sera proposée.

Dans diverses publications, on trouve des statistiques illustrant le phénomène. Leurs comparaisons sont souvent difficiles, car la base statistique change d'un tableau à l'autre. Dans la présente étude, on prendra comme base de référence les jeunes admis en Seconde générale et technologique, entrant en Ière puis Terminale dans une filière générale ou technologique ou rejoignant une filière technologique après un BEP via la première d'adaptation. Le devenir des jeunes passant par la voie professionnelle□ BEP + Baccalauréat professionnel, est très différent et mérite une étude à part.

<u>La période 1982 / 1992</u>

<u>1°) Le contexte</u>

Le début de la période est caractérisé par une véritable explosion scolaire. Une demande spontanée de scolarisation exprimée par les familles fait voler en éclats les prévisions faites avant 1981 par les services du ministère. Tout est à revoir à la hausse□nombre de classes, importance des recrutements de professeurs à opérer. Le slogan «□80% d'une génération au niveau du baccalauréat□» est lancé en 1984, en même temps que la création du baccalauréat professionnel.

Durant la période, les effectifs des classes de Ière générale et technologique passent de 269 000 à 414 000, soit 54% d'augmentation, d'où une croissance annuelle moyenne de 4,4%, ce qui est considérable. Ces nouveaux lycéens se seraient orientés, les années précédentes, en lycée professionnel. Les effectifs de ce dernier fléchissent mais ne s'effondrent pas□ ils scolarisent, en fin de période, des élèves qui, autrefois, quittaient le système éducatif et qui étaient, le plus souvent, issus des milieux sociaux les plus défavorisés de la société. La croissance du nombre moyen de part de bourse par lycéen professionnel illustre ce phénomène.

La demande sociale a été stimulée par le chômage croissant qui touchait particulièrement les jeunes générations. Un diplôme était vu, pour un nombre de plus en plus grand de familles, comme une assurance antichômage. Le discours officiel sur la nécessaire requalification de la population active entretient le phénomène qui a des causes objectives.

Cette croissance des effectifs comportait un risque□que les jeunes désertent massivement les filières réputées les plus difficiles ou plus austères, comme C, D, E ou F. De plus, on constatait à l'époque un déséquilibre entre les effectifs des séries C et D qui se traduisait par des orientations scientifiques ne correspondant pas aux besoins de la société□trop d'étudiants en biologie, pas assez en mathématiques ou en physique.

2°) La politique volontariste

Claude PAIR, directeur des lycées, fixe trois objectifs□

- ouverture de sections S en Ière
- croissance de la filière E
- rééquilibrage du rapport des effectifs entre les Terminales C et D.

Pour les atteindre, on se donne des moyens□

- un discours ferme et sans ambiguïté vis à vis des chefs d'établissements, qui sera assumé de 1982 à 1988, au delà donc des alternances politiques□,
- des crédits et des postes spécifiques sont attribués aux proviseurs développant l'orientation en Ière S et en Ière E□,
- une action de conviction est menée sur le terrain par J.L. OVAERT□on mobilise le corps des IA-IPR□,on agit sur les sujets du baccalauréat.

Cette dernière action est illustrée par l'utilisation de l'argument suivant□on ne peut attirer les élèves vers la Terminale C quand une des disciplines principales de la série (les mathématiques) voit sa moyenne être au Baccalauréat C inférieure aux moyennes de la même discipline dans les autres séries.

3°) Les résultats

Les résultats de la politique menée sont loin d'être négligeables. En Ière, la part de marché des séries S et E passe de 34 à 37% sur la période. En particulier, la série E est en pleine ascension, passant de 2,9% des bacheliers à 3,1% (et même 3,4% en 1993).

Cela est obtenu en même temps que la croissance des effectifs de Ière se fait. Rappelons qu'ils passent de 268 700 élèves à 413 800 en France métropolitaine. C'est sur le rééquilibrage des effectifs entre les séries C et D que le résultat est le plus spectaculaire, le rapport des effectifs□ C/ C+D passe de 0,38 à 0,51, quasiment du tiers à la moitié, conformément à l'objectif affiché.

On peut noter que les résultats obtenus dans les filière scientifiques ne s'effectuent pas au détriment des séries littéraires. La Ière A passe de 15% à 14,6% des effectifs. Par contre, en Terminale littéraire, la série A1, avec ses 5 heures de mathématiques par semaine, voit ses effectifs croître (au détriment de A2 et A3). Le rapport des effectifs A1/A passe de 0,39 à 0,46 (culmine à 0,48 en 1994).

4)° Le lycée en question

La structure des séries du lycée est objet de débat dès 1984. Les ministres CHEVENEMENT, MONORY, feront élaborer des projets de réforme qui seront victimes des alternances politiques. Dans certains milieux, on critique le fonctionnement de l'orientation, davantage déterminée par des considérations de prestige social que par les goûts et aptitudes. En particulier la série C regroupe beaucoup d'élèves ayant de bons résultats, et donc issus, en majorité, de milieux sociaux favorisés. La présence de 30% de bacheliers C dans les hypokhagnes (soit 1 000 élèves en France□) est dénoncée comme un scandale. Des biologistes se plaignent d'avoir, dans la série D, des élèves qui ont choisi D par défaut. La responsable de la situation est la discipline mathématique, facteur de sélection et hégémonique.

En 1989, le comité des programmes présente une nouvelle architecture des séries, avec la création d'une série S regroupant les anciennes séries C, D et E. Après de nombreuses discussions, le projet chemine sous les ministres JOSPIN, LANG, BAYROU. La nouvelle structure rentre en application en 1993. L'essentiel du projet de départ est retenu. L'instauration d'une spécialité avec un horaire de deux heures/semaine vient apporter une certaine diversification des choix possibles.

Curieusement, lors des discussions sur la mise en place de la nouvelle structure, aucun bilan n'a été tiré de la politique menée antérieurement et les conséquences sur l'orientation des élèves n'ont pas été abordées sérieusement. On peut noter que les séries technologiques ont été maintenues en dehors de la réforme, sauf en ce qui concerne leur dénomination (STI – STL)

<u>La période 1993 / 2002</u>

<u>1°) Les élèves et leur orientation au lycée</u>

Trois phénomènes influent sur le nombre d'élèves en formation et leur répartition dans les diverses filières des lycées et des lycées professionnels : le nombre des naissances 17 ans auparavant (phénomène démographique), la fin de la demande spontanée de poursuite d'études (phénomène sociologique), la réforme des études en lycée (phénomène scolaire).

Le nombre des naissances varie assez fortement entre 1976 et 1986. Si on note les extrêmes locaux, les fluctuations sont résumées dans le tableau ci-dessous indiquant le nombre de naissances en milliers :

1976	1981	1983	1986
715	808	756	782

Il faut avoir ces chiffres en tête pour interpréter correctement le nombre de bacheliers 18 ans après. Concrètement, on s'aperçoit que la proportion de jeunes d'une génération titulaires d'un Baccalauréat général ou technologique reste relativement fixe dans la période, autour de 54%. Cela illustre le phénomène sociologique mentionné plus haut. En 2001 / 2002, avec le regain d'intérêt pour les lycées professionnels, le ratio précédent est en baisse. Il est trop tôt pour savoir s'il s'agit d'un phénomène durable ou non.

La réforme des études au lycée est arrivée en classe Terminale en 1994. Elle a profondément changé le visage des sections générales, les sections technologiques secondaires se contentant de changer de nom. Cela a eu des incidences sur le choix des filières par les élèves. On prendra pour base les effectifs des classes conduisant aux Baccalauréats généraux et technologiques. Présentons d'abord les « parts de marché » des différents Baccalauréats parmi les bacheliers des années de référence : les données sont résumées dans le tableau ci-dessous :

<u>Répartition en % des bacheliers</u>

	1990	1995	2001
A puis L	17,7	16,8	13,9
B puis ES	16,6	18	18,6
C,D,E puis S	34,1	32,7	31,1

F puis STI	7,5	8,3	8,8
G puis STT	19,9	18,6	19,2
Autres (SMS…)	4,2	5,7	8,4
--			
TOTAL	100	100	100
--			
Nb de bacheliers en milliers	366,7	425,3	406,3

Le premier examen du tableau permet de dégager de grandes tendances :

- - diminution importante du nombre de littéraires ;
- - tassement du nombre de scientifiques ;
- - accroissement en ES et dans les filières « autres » où le Baccalauréat SMS se taille la part du lion.

Il est difficile de déterminer les causes de ces phénomènes, de déterminer ce qui tient à des tendances de fond de la société, ce qui provient des modifications de l'offre scolaire. Certains observateurs calculant le ratio en Ière ou en Terminale élèves scientifiques / élèves des sections générales, observent que celui-ci, sur la longue période, se situe autour de 51 ou 52% et concluent que l'impact sur l'orientation de la rénovation pédagogiques des lycées est faible. C'est oublier que la baisse importante des effectifs en section littéraire abaisse la part des élèves suivant des études générales dans le second cycle long. Il est probable que des élèves qui auraient choisi la section A avant la réforme se soit, pour une part, orientés en ES, pour une autre part en STT, voire en SMS.

En ce qui concerne les études scientifiques, la rénovation du second cycle s'est traduite par une baisse des effectifs. En 1992, il y avait 13 500 élèves en Ière E et 133 400 en Ière S. En 1994, la Ière S -TI accueillait 10 800 élèves et la Ière S- SVT 107 800. La chute est brutale

En deux ans, les orientations scientifiques sont passées de 36,5% à 33%, soit une chute de 3,5 points représentant une baisse de 28 000 élèves sur les 37 000 en moins que les classes de Ière enregistraient. Après ce décrochement, lié à la réforme des lycées, une certaine récupération s'observe entre 1997 et 2000.En 2001 un nouveau fléchissement de l'orientation scientifique est perceptible. Il n'est pas exagéré de dire que la réforme des lycées a effacé les efforts faits les années précédentes pour développer les notions scientifiques.

Mais l'évolution des orientations scientifiques varie d'une académie à l'autre. Le poids des scientifiques parmi les élèves de Ière générale varie de 46,3% à Amiens à 54,3% à Lille en 1999. Quand on examine le passé, on observe que, de ce point de vue, des académies progressent, d'autres régressent. Il serait intéressant de voir si des politiques rectorales actives peuvent expliquer ces variations.

A l'intérieur de la section S, le choix de la spécialité est important pour déterminer les orientations post-baccalauréat (cf. ci-dessous). Or, le poids des mathématiques ne cesse de baisser. Comparons les choix des spécialités en S -SVT et S -TI en % des élèves :

	Spécialité	**1994**	**1999**
S- SVT	math	38	34
	Physique	24	30
	SVT	34	36
S -TI	math	43	29
	physique	21	17

Il existe des enseignements de mathématiques en section L et en section ES. En L, l'ex A1 faisait, en1993, avant sa suppression, 48% des effectifs de la série A. En 1998, dernière année de la spécialité mathématique dans la filière L, celle-ci faisait 23% des effectifs de la filière L. Il est à peu près certain que la fin de l'ex A1 et de ses héritiers explique largement la baisse très forte des effectifs de littéraires. En Terminale ES, la spécialité mathématiques a également fléchi, passant de 49% des effectifs en 1994 à 42% en 1998.

2°) Les poursuites d'études après le Baccalauréat

Si l'orientation vers les études scientifiques a faibli dans les lycées, la désaffection relative des jeunes pour les études scientifiques après le Baccalauréat s'explique essentiellement par le choix des études après obtention du diplôme. Le tableau ci-dessous donne la ventilation des inscrits en première année d'enseignement supérieur pour trois années de référence

Flux d'entrée en Ière année d'enseignement supérieur, en %

	1990	1995	2001
Droit	8,8	8,7	7,2
Sc.Eco	8,6	7	6,6
Lettres	21,2	23,8	22
Sciences	13,6	13,5	10,5
STAPS	0,5	1,3	2,7
Santé	4,2	5	4,4
IUT	8,4	10,6	11,3
CPGE	8,7	8,2	8,3
STS	26	23,6	27,2

--			
TOTAL	100	100	100
Nb d'inscrits en milliers	401,3	470,3	430,7

Outre l'engouement pour les activités physiques et sportives, ce tableau montre le recul de l'orientation scientifique. La montée des formations supérieures courtes (IUT + STS) est frappante, mais leur croissance n'est pas dans les secteurs industriels, sauf en informatique. La baisse des effectifs touche surtout les DEUG et, dans une moindre mesure, les classes préparatoires scientifiques. Elle est principalement due au moindre choix par les bacheliers scientifiques ou industriels (S + STI) des filières de même nature dans l'enseignement supérieur. Le tableau ci-dessous fait le point de l'évolution

Poursuite d'études des bacheliers S + STI (en %)

		1995	2000
études scientifiques ou industrielles		86,3	76,8
dont	DEUG	32,5	24,4
	I U T	11,2	12,8
	CPGE Sc1	13,8	12,4
	STS Second.	15,3	14,9
	Autre scientifique	13,5	12,3

Le désengagement des élèves ayant un Baccalauréat S (éventuellement STI) des études scientifiques est frappant. Cela a une influence sur les effectifs d'élèves en premier cycle. Le tableau qui suit donne les effectifs d'étudiants en premier cycle en milliers

Effectifs des premiers cycles scientifiques en milliers

		1995	2000
DEUG		150	119
dont	physique	46	24
	SVT	54	39
	S I	8	11
	Informatique	0,4	1,3
Santé		56	47
IUT scientifique		55	62
CPGE scientifique		48	44
STS secondaires		87	90
Ecoles d'ingénieurs		8	10

La situation est surtout dramatique pour le DEUG de physique qui perd près de la moitié de ses effectifs en cinq ans. Mais on observe que les classes préparatoires scientifiques ont, elles aussi, perdu 10% de leurs effectifs. Les poursuites d'études après obtention d'un DUT et, dans une moindre mesure, après un BTS, permettront peut-être de combler une partie du déficit en licence et en maîtrise.

Les conséquences de cet état de fait commencent à inquiéter les responsables. Il est vrai que la France n'est pas le pays le plus touché et que tous les pays industriels voient leurs effectifs scientifiques baisser.

Ainsi, en Allemagne, les effectifs d'étudiants en première année de Chimie ont chuté de 54% entre 1990 et1994, ceux de physique ont été divisés par trois. Aux Pays-Bas, à l'université libre d'Amsterdam, les étudiants de première année en mathématiques étaient 800 en 1989 et seulement 105 en 1994. Aux Etats-Unis, les asiatiques deviennent majoritaires dans les laboratoires□

Regardons davantage en détail les orientations des bacheliers S selon le choix de la spécialité et la performance du Baccalauréat en 2000□

Répartition des bacheliers S- SVT après le Baccalauréat (en %)

	Total	Spécialité			Mention		
		Math	Phys	SVT	TB,B	AB	P
Prépa	24	42	22	7	68	36	8
DEUG M,P,C	14	20	20	4	5	14	16
DEUG SVT	10	4	6	24	3	8	13
Santé	12	9	11	20	13	14	12
IUT-STS	20	11	23	15	3	16	25
Etudes non scientifiques	20	14	18	30	8	13	36
Total	100	100	100	100	100	100	100

On voit que le choix de l'orientation dépend largement du choix de la spécialité et de la performance scolaire. Les deux variables sont d'ailleurs liées. Les moyennes aux épreuves du Baccalauréat décroissent quand on passe de la spécialité Mathématiques à la spécialité SVT, la spécialité Physique ayant une position intermédiaire.

Par rapport à la situation qui prévalait avant la réforme des lycées, l'évolution est frappante□ un sociologue du CNRS, B. CONVERT, analysé les premiers vœux d'orientation faits par les élèves de l'académie de Lille en 1987 et en 2001, pouvant ainsi mettre en évidence les évolutions□

Répartition des premiers vœux d'orientation des élèves de Terminale (académie de Lille) en pourcentage

	1987			2001			
	C	D	E	SMath	SPhys	SSVT	S TI
CPGE	51	8	41	30	16	6	17
DEUG scient	15	17	10	14	13	14	8
Santé + STAPS	13	25	1	13	20	26	-
IUT – STS	10	30	44	20	27	26	57
DEUG non scient.	3	9	1	8	19	13	2
Autres	8	9	4	14	15	15	16

NB : En S Math et S Physique sont inclus les élèves de S-TI ayant choisi ces spécialités en terminale.

L'examen du tableau montre les changements : augmentation des vœux d'orientation vers les études non scientifiques ou vers les études courtes, baisse des vœux vers les classes préparatoires et les DEUG scientifiques. B.CONVERT donne de cette évolution les déterminants suivants : par rapport à la Terminale C, la terminale S spécialité mathématiques est à la fois plus féminisée (42% de filles en 2001, 35% en 1987), moins bourgeoise (50% d'enfants des catégories cadres supérieurs ou cadres intermédiaires, contre 56% en 1987). Or, ces filles, comme les catégories sociales populaires, ont une propension moindre à postuler une classe préparatoire ou des études universitaires longues. L'autre facteur important est la capacité que le jeune se donne de réussir dans des études jugées prestigieuses ; en particulier, pour les jeunes de milieu populaire, l'accès en filière E était un gage de réussite future. Un effet « noblesse oblige » jouait. Etre dans une classe prestigieuse incitait à faire des études prestigieuses. En 1987, le choix par les élèves de Terminale C ou E d'une classe préparatoire était indépendant de son origine sociale. En 2001, seuls les enfants des milieux favorisés ont maintenu le taux de premier vœu vers des classes préparatoires. Ce choix, parmi les bacheliers S, est maintenant dépendant de l'origine sociale.

On peut ainsi être surpris de constater que l'institution d'une spécialité physique en Terminale a contribué à vider le DEUG de physique de ses étudiants. L'explication donnée par B. CONVERT est simple : les élèves de cette spécialité sont surtout, sociologiquement et scolairement, attirés par des études courtes, en tout cas ils redoutent le DEUG et envisagent éventuellement, des études longues par le passage par un IUT ou une STS ; c'est la stratégie du contournement. Il en résulte une fuite de l'université en première année.

Comme les élèves choisissant les spécialités mathématiques ou SVT n'envisagent pas de faire un DEUG de physique, celui-ci se retrouve recruter beaucoup moins d'étudiants.

Ainsi, des phénomènes sociologiques internationaux : moindre attrait pour les sciences, se conjuguent avec les effets, évidemment non voulus, de la réforme des lycées, pour aboutir à une baisse de l'orientation scientifique préoccupante pour l'avenir du pays. Pourtant, certains avaient attiré l'attention des décideurs sur les risques encourus … Ils n'ont pas été crus.

Réflexions et actions

1°) Essais pour déterminer des causes

Les analyses statistiques précédentes et les faits rapportés ont montré que la désaffection pour les études scientifiques est un phénomène complexe qui touche la plupart des pays industrialisés. Seul le Québec voit ses effectifs d'étudiants croître, sauf en physique où il fléchit. Mais, si la désaffection globale est présente partout, dans le détail elle varie fortement d'un pays à l'autre. En France, les effectifs d'étudiants dans les filières scientifiques générales sont en baisse importante mais ils augmentent dans les filières technologiques, alors qu'on observe le contraire en Allemagne. A partir d'un paysage commun en gros, il existe de fortes différences selon les pays. On a vu qu'en France, la réforme des études des lycées a été un facteur d'accélération du phénomène.

Les auteurs des rapports officiels sur la question avancent des causes possibles pour expliquer la désaffection pour les études scientifiques. Disons qu'il s'agit d'hypothèses, mais le lecteur est dubitatif sur leur pouvoir d'explication. Tout d'abord, on n'observe pas d'attitude anti-scientifique dans la population□ les enquêtes d'opinion ne mettent pas en évidence un rejet de la science jugée mauvaise par ses conséquences□armement nucléaire, pollutions diverses… Par contre, la liaison entre sciences et technologie est mal perçue□peu de gens imaginent que, derrière INTERNET, le téléphone portable, le DVD, le TGV, il y a un substrat scientifique important.

La désaffection semble liée à la réputation de difficulté et d'austérité des études scientifiques. Du lycée aux études supérieures, il paraît plus facile de décrocher un niveau de qualification par d'autres voies que la voie scientifique. En particulier, le lycéen juge la réussite en mathématiques fondamentale pour s'estimer capable de poursuivre des études scientifiques et cela est encore plus vrai pour les filles que pour les garçons. Reste à savoir si les scientifiques sont trop exigeants ou les autres études trop laxistes□

La science est peu présente dans les médias et le discours politique très discret en matière de politique scientifique, sauf quand il s'agit de bioéthique. Une science peu présente n'attire pas.

Certains observateurs (Maurice PORCHET), contrairement à d'autres, mettent en cause les contenus de l'enseignement scientifique, de la maternelle au Baccalauréat. Au primaire, peu de maîtres ont une culture scientifique suffisante pour présenter avec attrait des phénomènes scientifiques. Au collège et au lycée, l'enseignement de la physique serait trop mathématisé, abstrait, insuffisamment expérimental. Les enquêtes d'opinion montrent que l'image de la physique se dégrade dès la classe de 3è. Au collège, les programmes de biologie seraient trop ambitieux, selon d'autres. En mathématiques, on montre des objets tout faits en faisant l'impasse sur la façon dont ils ont été mis en place□bref, le sens manque, la scolastique envahit la pratique pédagogique.

Les jeunes, dans leur choix d'orientation, recherchent aussi un avenir professionnel. Il est connu, par les médias, que les emplois les mieux rémunérés ne sont pas des emplois de scientifiques. Par contre, il est peu connu que les taux de chômage ou d'emplois précaires sont beaucoup plus faibles à la sortie des études scientifiques qu'à la sortie des études en sciences humaines ou en activités physiques et sportives.

L'engouement des jeunes pour les études supérieures courtes (DUT + STS) est, certes, lié à ces préoccupations d'emploi futur, mais aussi à l'attractivité très faible des premiers cycles universitaires. La faiblesse de l'encadrement en DEUG, le taux d'échec important, font fuir les futurs étudiants. On passe d'abord son DUT puis ensuite on rejoint l'université. La moitié des titulaires de ce diplôme poursuivent leurs études.

La stratégie de contournement explique aussi le nombre important de bacheliers S s'orientant vers des études non scientifiques. Elle était connu depuis longtemps. L'une des critiques faite à la section C avant la réforme des lycées était d'être la classe des bons élèves et on citait la proportion des bacheliers C en hypokhagne (1/3). On peut remarquer que la réforme a amplifié le phénomène qui a des bases objectives□55% des bacheliers S ont leur DEUG autre que scientifique en deux ans, contre

38% des autres bacheliers. Elle avait été faite pour diversifier les voies de réussite□cela a été réussi pour les classes préparatoires littéraires, mais pas pour les DEUG.

A noter que les études scientifiques restent, globalement, dans l'opinion publique, comme des études pour les garçons en mathématique, informatique, physique, chimie. Par contre, la biologie est vue comme ouverte aux filles.

Cette énumération des causes possibles de la désaffection pour les études scientifiques montre que des études plus approfondies, dépassant le cadre français, sont indispensables pour mieux comprendre le phénomène. Elle permet toutefois de proposer des lignes d'actions.

2°) Des actions à mener

Avant d'envisager des actions pour attirer des jeunes vers les études scientifiques, encore faut-il s'interroger sur les conséquences de la baisse des vocations scientifiques. On pourrait aussi dire que l'emploi futur est surtout dans les services, secteur qui, jusqu'à une date récente, employait peu de scientifiques. Par ailleurs, 18% des docteurs es sciences mathématiques, physique, chimie, n'avaient pas d'emploi stable.

Mais l'absence de scientifiques en nombre suffisant est un handicap pour le fonctionnement de la société française. Le dynamisme industriel que l'on peut mesurer par le nombre des brevets déposés en dépend. Or, la situation de la France sur ce plan n'est pas des plus brillantes. La relève des enseignants scientifiques, surtout ceux de physique-chimie, n'est pas assurée si la tendance se confirme. Beaucoup d'emplois tertiaires nécessitent une formation scientifique. De plus, s'il faut ajuster par la formation continue les compétences aux besoins, on sait que l'on peut passer du secteur secondaire au secteur tertiaire,l'inverse est quasi impossible. Actuellement, l'accès à l'emploi est beaucoup plus facile pour les jeunes ayant une formation scientifique ou industrielle que pour les autres, sauf pour quelques secteurs particuliers.

Pour toutes ces raisons, il est évident pour la plupart des observateurs qu'une action d'envergure est nécessaire.

Dans les rapports OURISSON et PORCHET, on peut distinguer deux grands types de propositions d'action□

- - le premier préconise des actions relevant du domaine publicitaire, au bon sens du terme,
- - le second propose des réformes du système éducatif.

Sur le premier registre, on peut noter□

- - campagne de publicité télévisée
- - vulgarisation scientifique sur internet
- - actions ciblées pour encourager les filles à se lancer dans des fonctions scientifiques
- - soutien aux élèves issus des zones d'éducation prioritaire qui envisagent des études scientifiques sur le modèle du recrutement particulier inauguré par l'Institut d'Etudes Politiques
- - mobilisation des grands scientifiques pour qu'ils interviennent dans le débat, favorisant la vulgarisation.

Sur le second registre, les propositions varient selon les auteurs, tout en se retrouvant dans plusieurs rapports différents

L'accord se fait pour développer l'enseignement scientifique dans le premier degré en généralisant le dispositif inspiré de l'expérience de « la main à la pâte » et actuellement managé par l'IGEN Jean-Pierre SARMANT. Compte tenu de la formation académique actuelle de la majorité des maîtres des écoles primaires, un effort sur la formation des maîtres s'impose. De même, il faut montrer aux collégiens l'unité de la science. Un seul professeur de sciences au collège est proposé par certains; d'autres préconisent une plus grande collaboration entre spécialistes, qui doit se poursuivre au lycée grâce aux T.P.E, par exemple. L'essentiel est d'aboutir à une plus grande culture scientifique des jeunes à la fin de classe de 2de. M.PORCHET insiste aussi sur la pédagogie à mettre en œuvre tout au long du cursus: ne plus présenter une science toute faite, mais montrer la démarche scientifique, privilégier l'expérience et les méthodes actives.

Dans le même domaine du fonctionnement de l'école, des propositions sont faites pour attirer les jeunes vers des études scientifiques, mais toutes ne font pas consensus:

- - développer, à côté des heures de cours, des ateliers scientifiques ouverts aux volontaires, en lien avec les musées, les initiatives de type associatif;
- - revoir l'évaluation des élèves dans le domaine scientifique;
- - modifier les épreuves du concours de recrutement de professeurs pour changer leur formation afin qu'ils découvrent d'autres dimensions de l'activité scientifique;
- - alléger les contenus des disciplines non scientifiques dans les cursus scientifiques;
- - promouvoir un équipement de qualité intégrant pleinement l'informatique, le multi média dans les laboratoires des lycées;
- - revoir complètement la pédagogie des premiers cycles universitaires et l'encadrement des étudiants afin de rendre l'université plus attrayante;
- - informer largement sur les débouchés des études scientifiques.

Il est probable que la transformation de certaines de ces propositions en projets suscitera des débats passionnés, la mise en œuvre éventuelle obligeant à des révisions difficiles. Par exemple, le professeur de sciences existait dans l'enseignement primaire supérieur avant 1940, puis sous une forme affaibli, le PEGC,dans les collèges. La pression du corps enseignant a abouti à une plus grande spécialisation pour tous. Alléger les contenus non scientifiques dans les filières scientifiques du lycée promet de sérieuses batailles. Il faut rappeler que l'ex-baccalauréat E ne comportait pas d'épreuve de philosophie, ni d'histoire, il y a vingt ans. Réviser la pédagogie des premiers cycles universitaires oblige à revoir la carrière des enseignants chercheurs…vaste programme!

Curieusement, aucun des deux rapports officiels ne mentionne dans ses propositions une modification des filières du lycée. L'analyse faite dans la première partie a pourtant montré le rôle qu'a joué, dans la désaffection pour les études scientifiques, la réforme de 1992 et ses divers avatars. Comme on ne remonte pas le temps, il n'est pas possible de rétablir purement et simplement les séries C, D, E du Baccalauréat. Pourtant, la série S actuelle, avec ses spécialités, fonctionne mal. Si on veut recruter davantage de scientifiques, il n'est pas possible de le faire en imposant à tous le même modèle. C'est en diversifiant les formations que l'on y parviendra. Une réflexion est à engager dans ce sens.

<u>Pour un débat</u>

L'orientation scientifique des jeunes est un sujet important pour l'avenir de la nation; l'accord se fait là-dessus. L'analyse précédente est soumise à la critique, certains éléments ont certainement échappé à l'auteur; certaines propositions feront facilement l'unanimité; d 'autres méritent un débat approfondi. Il faudra peser leur faisabilité, évaluer leurs effets possibles, les hiérarchiser.

Nombre de termes d'une suite

Auteur : **Christian Maillard**
840 B, avenue des Serrets - 04100 Manosque
(trueil@wanadoo.fr)

Considérons la suite définie par $u_0 = 0,5$ et $u_{n+1} = u_n + (1-u_n)^3 \exp\left(-\frac{1}{(1-u_n)^2}\right)$. Cette suite est une suite croissante et convergente vers $\omega = 1$. Cependant on s'aperçoit que cette convergence est très lente.
Peut-on évaluer le nombre de termes de cette suite depuis son départ jusqu'à une valeur "proche" de la limite ? Par exemple combien y-a-t)il de termes entre u_0 et 0,8 ?
J'ai une réponse qui ne repose pas sur le calcul de tous les termes bien sûr ! Ma réponse est que ce nombre est compris entre 36002449628 et 36002449641. Ce qui donne une marge d'erreur faible en comparaison du nombre trouvé.
Et le nombre de termes entre 0,5 et 0,9 ? Je propose comme nombre $1,34405857091 \times 10^{43}$.

Voyons maintenant l'exemple d'une suite monotone divergente vers $+\infty$:
Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \sqrt{u_n}$. Combien y-a-t-il de termes entre u_0 et 10^{15} ?
On peut se ramener au cas précédent d'une suite croissante et convergente en posant $v_n = -\frac{1}{u_n}$. Le nombre de termes de la suite (u_n) est le même que le nombre de termes de la suite (v_n) entre -1 et -10^{-15}. L'étude que j'ai faite et dont je vais donner les résultats me permet de conclure que ce nombre est compris entre 63245554 et 62245581.

Ma problématique, vous l'avez comprise, est la suivante : si on considère une suite définie par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, croissante et convergente vers un réel ω, combien y-a-t-il de termes de cette suite entre u_0 et $u_0 - \epsilon$, ϵ étant un nombre donné ?

J'ai apporté quelques réponses à ce problème pour certains types de fonctions f. Je vais résumer mes résultats et tout d'abord je vais donner mes hypothèses et notations.
ω sera la limite de la suite (de préférence à l pour ne pas confondre avec le nombre 1).
g la fonction telle que $g(x) = f(x) - x$.
f est au minimum une fonction de classe C^1 dans un voisinage de ω. La fonction f' (dérivée de f) est monotone dans ce même voisinage. On pose $b = f'(\omega)$, $a = 1 - b$ et $I(\epsilon; N)$ ou plus simplement I s'il n'y a pas d'ambiguïté le nombre réel $\frac{a}{\ln\left(\frac{1}{b}\right)} \int_{u_N}^{\omega-\epsilon} \frac{\mathrm{d}x}{g(x)}$ avec $\frac{a}{\ln\left(\frac{1}{b}\right)} = 1$ si b=1.
N' est le nombre de termes de la suite (u_n) strictement supérieurs à u_N et inférieurs ou égaux à ω-ϵ.

R1 : *Dans tous les cas que j'ai abordé :*
a) g de classe C^1 et 0<b<1
b) g de classe C^1, de forme 1 ou de forme 2 (voir plus loin) et b=1
Le nombre N' est asymptotiquement égal à I.

R2 : *g de classe C^1 et g' décroissante sur un intervalle $[\gamma; \omega]$, $h(x) = f(x) - bx$ vérifiant sur ce même intervalle $0 \leq h'(x) \leq c(\omega - x)^\alpha$, $\alpha \in]0; 1]$, $c > 0$. Si on choisit N tel que u_N soit dans l'intervalle $[\gamma; \omega]$ et tel que $(\omega - u_N)^\alpha \leq \frac{\alpha ab}{2c(m-1)}$ où $m \geq 3$ et $\frac{m}{m-1} \leq \frac{1}{b}$ alors le nombre N' de termes de la suite (u_n) entre u_N (non compris) et $\omega - \alpha$ vérifie $I - 1 \leq N' \leq I + 1$.*

R2 bis : *g de classe C^1 et g' décroissante sur un intervalle $[\gamma; \omega]$, $h(x) = f(x) - bx$ vérifiant sur ce même intervalle $-c(\omega - x)^\alpha \leq h'(x) \leq 0$, $\alpha \in]0; 1]$, $c > 0$. Si on choisit N tel que u_N soit dans l'intervalle $[\gamma; \omega]$ et tel que $(\omega - u_N)^\alpha \leq \frac{\alpha ab}{2cm}$ où $m \geq 2$ et $\frac{m}{m-1} \leq \frac{1}{b}$ alors le nombre N' de termes de la suite (u_n) entre u_N (non compris) et $\omega - \alpha$ vérifie $I - 2 \leq N' \leq I$.*

Pour le cas **b=1** (convergences lentes) g est de classe C^1 seulement, g' croissante et $\frac{1}{g}$ convexe dans un voisinage de ω. Je distingue deux formes de fonctions :

forme 1 : $\lim\limits_{x\to\omega} \frac{g(x)}{(\omega-x)\,g'(x)} = A \in \ ]-1,0]$

forme 2 : $\lim\limits_{x\to\omega} \frac{d}{\mathrm{dx}}\left(\frac{g(x)}{g'(x)}\right) = 0$ et $\frac{g'}{g}$ décroissante dans un voisinage de ω

Quelques commentaires :

1) Il semble que la forme 2 soit en quelque sorte un cas limite de la forme 1, le cas où A serait égal à 0. Cela apparaîtra sur les formules qui suivront.

2) Dans les fonctions de la forme 1 il y a des fonctions de classe C^{p+1} ($p > 1$) pour lesquelles il existe un entier k tel que la dérivée $k^{\text{ième}}$ en ω est non nulle tandis que dans la forme 2 il y a des fonctions pour lesquelles toutes les dérivées d'ordre k (k>1) sont nulles (éventuellement par prolongement).

3) Les conditions g' croissante et $\frac{1}{g}$ convexe pour le cas b=1 ne sont pas contraignantes car g(x) positif et b=1 entraînera très souvent g' croissante, d'autre part la convergence de la suite et g de classe C^1 amènera g de la forme $(\omega - x)^\alpha\ \varphi(x)$ avec α>1 et φ de classe C^1 et dans ce cas $\frac{1}{g}$ sera bien, en général, convexe dans un voisinage de ω.

R3 (pour la forme 1) : Soit $\epsilon_1 \le \frac{1}{4}$. Si je choisis N tel que $\frac{g(x)}{A(\omega-x)\,g'(x)} \in [1-\epsilon_1\,;\,1+\epsilon_1]$ sur $[u_N\,;\,\omega]$ (condition 1) et $-g'(u_N) \le \inf(\epsilon_1\,;\ \frac{(-A)(1+\epsilon_1)}{4r})$ (condition 2) où $\epsilon_1 < \frac{1-A}{(-A)}$ et $r = 1-(-A)(1+\epsilon_1)$ alors $I - 1,3 - M\ \ln(\mathrm{I}\epsilon_1\ r+1) \le N' \le I$ avec $M = \frac{1+\epsilon_1}{2\,(1-\epsilon_1)^2\ r}$.

R4 (pour la forme 2) : Si je choisit N tel que $-g'(u_N) \le \epsilon_1 \le \frac{1}{4}$ (condition 1) et $\left|\frac{d}{\mathrm{dx}}\left(\frac{g(x)}{g'(x)}\right)\right| \le \epsilon_2$ sur $[u_N\,;\,\omega[$ (condition 2) alors on a $I - 1,3 - M\ \ln(\mathrm{I}\epsilon_1(1-\epsilon_2)+1) \le N' \le I$ avec $M = \frac{1}{2\,(1-\epsilon_1)\,(1-\epsilon_2)}$.

Remarques :

1) On voit mieux que la forme 2 est le cas limite de la forme 1 car on peut dire que A tend vers 0 pour la forme 2, donc r tend vers 1, ce qui donne pratiquement les mêmes valeurs de M.

2) La condition $\frac{g'}{g}$ n'est pas contraignante. Les fonctions concernées pour la forme 2 s'écriront souvent $g(x) = R_1(\omega - x)\,e^{R_2(\omega-x)}$, R_1 et R_2 des fractions rationnelles avec $R_2(\omega - x) = -\frac{R_3(\omega-x)}{(\omega-x)^\alpha}$, R_1 et R_3 positives dans un voisinage de 0, α>0 ou encore $g(x) = \exp(-\exp(\frac{1}{\omega-w}))$ etc., et toutes ces fonctions vérifient $\frac{g}{g'}$ décroissante dans un voisinage de ω.

- **Terminons par quelques exemples d'application :**

Exemple 1 : $u_0 = 0,5$ et $u_{n+1} = u_n + (1-u_n)^3\ \exp\!\left(-\frac{1}{(1-u_n)^2}\right)$.
C'est une suite croissante et convergente vers 1. $f(x) = x + (1-x)^3\ \exp\!\left(-\frac{1}{(1-x)^2}\right)$, x≠1, f(1)=1 ; g vérifie les conditions de R4. Combien y-a-t-il de termes entre 0,5 et 0,8 ?
On choisit $\epsilon_1 = 0,024$ et $\epsilon_2 = 0,203$. Ces choix ont été faits pour ne pas avoir N trop grand ; en effet les conditions 1 et 2 sont vérifiées à partir de N=29.
I vaut alors environ 36002449611,9 et M : 0,6428.
On trouve alors l'encadrement 36002449598≤N'≤36002449611 et en ajoutant les 30 premiers termes, cela donne l'encadrement annoncé au début.

Exemple 2 : Prenons la suite $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \sqrt{u_n}$, suite divergente qui tend vers +∞.
Combien y-a-t-il de termes entre 1 et 10^{15} ?
On considère la suite (v_n) telle que $v_n = -\frac{1}{u_n}$. C'est une suite qui vérifie $v_0 = -1$ et $v_{n+1} = f(v_n)$ avec $f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{-x}}$. C'est une fonction de classe C^1 (mais pas de classe C^2) sur [-1;0]. La fonction g vérifie les conditions d'application de R3 avec $A = -\frac{2}{3}$. On choisit $\epsilon_1 = 0,05$ (suffisamment petit mais pas trop !). Les conditions sur N donnent N=58, r=0,3 et M vaut environ 1,94. Pour I on trouve environ 63245522,68. Le calcul de l'encadrement donne alors 63245495≤N'≤63245522. Le nombre de termes cherché est alors compris entre 63245554 et 63245581. Ce résultat est vérifiable par ordinateur : on trouve 63245560.

Exemple 3 : Exemple d'une suite avec b différent de 1. La convergence est naturellement beaucoup plus rapide.
Prenons par exemple $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4} e^{u_n}$. C'est une suite croissante et convergente vers ω qui vaut environ 0,357...
On a f'(ω)=b=ω, a=1-ω, f' est croissante sur [0;ω]. On est dans le cadre de R2 bis. h(x)=f(x)-ωx, $h'(x) = \frac{1}{4} e^x - \omega$, $\frac{-h'(x)}{\omega - x} \in [\frac{\omega - 0{,}25}{\omega}; \omega]$ donc c=ω et α=1.
Quel est le nombre de termes de la suite entre 0 et $\omega - 10^{-4}$? entre 0 et $\omega - 10^{-8}$? m=2 convient ainsi que N=1.
Dans le premier cas I vaut environ 6,75 ce qyui donne N' égal à 5 ou 6 et donc le nombre cherché égal à 7 ou 8. Le nombre exact est 8.
Dans le second cas I vaut environ 15,7 ce qyui donne N' égal à 14 ou 15 et donc le nombre cherché égal à 16 ou 17. Le nombre exact est 17.

Exemple 4 : *Un exemple de divergence rapide :* $u_{n+1} = u_n \ln u_n$ et $u_0 = 3$.
C'est une suite divergente vers +∞. On peut la qualifier de rapide car la suite (v_n) telle que $v_n = -\frac{1}{u_n}$ est telle que $v_{n+1} = f(v_n)$ avec $f(x) = \frac{-x}{\ln(-x)}$ et f(0)=0. On a alors pour cette fonction f'(0)=0 alors la suite (v_n) converge rapidement vers 0, en appelant suite convergente rapide celle pour laquelle f'(ω)=0.
Combien y-a-t-il de termes de la suite entre u_0 et 10^{1000} ?
On va considérer les suites (w_n) et (v_n) définies par $w_n = \ln(u_n)$ (ralentissement de la convergence) et $v_n = -\frac{1}{w_n}$. Soit alors $v_{n+1} = f(v_n)$ avec $f(x) = \frac{x}{1 + x\ln(-x)}$, f(0)=0 et f'(0)=1. On s'est ramené en fait à une convergence lente. Les conditions 1 et 2 du théorème avec $\epsilon_1 = 0,2$ sont satisfaites pour N=22.
On cherche alors le nombre de termes de la suite (v_n) entre v_0 et $-\frac{1}{1000\ln(10)}$. On trouve I à peu près égal à 339,56. Donc 331≤N'≤339 et le nombre de termes cherchés est entre 354 et 362. Une vérification immédiate nous permet de constater que le nombre exact est 358.

ANALYSE DE LA VARIANCE A UN FACTEUR

Quelques idées qui m'ont parues intéressantes et exploitables
pour l'initiation à la statistique

Roland Chiavassa

1 L'analyse de la variance à un facteur

1.1 Introduction

L'analyse de la variance (ANOVA pour ANalysis Of VAriance) à un facteur est une technique statistique permettant de comparer les moyennes d'une variable statistique dans (au moins) trois échantillons aléatoires afin de déterminer s'il existe une différence significative entre les populations dont sont issus les échantillons.

Exemple : Un ensemble de pièces mécaniques a été divisé en 3 lots (3 populations). Chacun de ces lots a été soumis à un traitement thermique spécifique (le facteur à 3 niveaux). La question que l'on se pose : le traitement thermique a-t-il une influence sur une caractéristique mécanique de la pièce (la résistance mécanique par exemple).

1.2 Intérêt de la mise en oeuvre de l'analyse de la variance

Les échantillons doivent vérifier 3 propriétés : les tirages pour constituer ces échantillons sont aléatoires, la distribution de la variable statistique doit être normale dans chacun d'eux, les variances de cette variable statistique (calculées pour chacun des échantillons) doivent être égales. La vérification de chacune de ces propriétés met en oeuvre des aspects intéressants du cours de statistique :

- tirage aléatoire dans chacune des populations par génération de nombres aléatoires.
- vérification de la répartition normale de la variable mesurée dans chaque échantillon à l'aide du test du χ^2 par exemple.
- vérification de l'homogénéïté des variances. Deux tests (parmi plusieurs autres) sont possibles :
  * le test de Barlett qui se ramène à un test du χ^2.
  * le test du Log-Anova qui utilise à son tour les techniques de l'analyse de la variance.

1.3 Principe

On tire un échantillon dans chaque population. On compare les moyennes mesurées sur chaque échantillon de la résistance mécanique. Il s'agit donc d'un test portant sur l'égalité des moyennes. L'hypothèse nulle de ce test est :

$\mathbf{H}_0$: les moyennes sont égales

ce qui peut se traduire dans l'exemple ci-dessus par « le traitement thermique n'a pas d'influence sur la résistance mécanique ». L'hypothèse alternative est :

$\mathbf{H}_1$: au moins 2 moyennes sont différentes

1.3.1 Aspect graphique

Voir les graphiques ci-dessous dans lesquels m_1, m_2, m_3 sont respectivement les moyennes empiriques des échantillons 1 , 2 , 3.

Dans le cas n ° 1, les valeurs des échantillons recouvrent de larges intervalles communs : il y a de fortes chances que les moyennes empiriques des 3 échantillons soient des estimations d'une même moyenne μ.

Dans le cas n ° 2, le regroupement des valeurs pour chaque échantillon, conduit naturellement à penser que les 3 moyennes empiriques sont des estimations de valeurs réellement différentes.

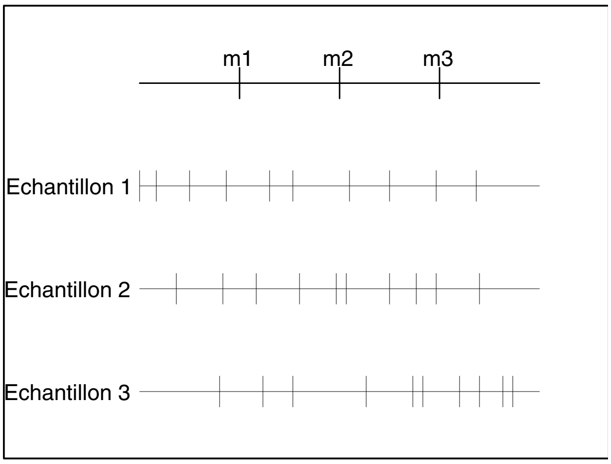

FIG. 1 – *Cas n ° 1*

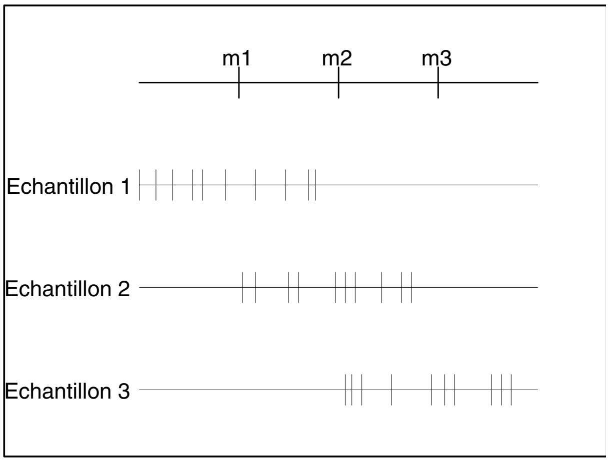

FIG. 2 – *Cas n ° 2*

1.3.2 Conclusion

« L'éloignement » des valeurs m_1, m_2, m_3 étant mesuré, ainsi que la dispersion des valeurs mesurées autour de ces moyennes, il faudra alors comparer ces deux dispersions pour décider si l'on est dans le cas n ° 1 ou dans le cas n ° 2.

1.4 Mise en oeuvre mathématique

La population totale a été divisée en p sous populations, on dit aussi que *le facteur controlé* présente p traitements. Pour i variant de 1 à p, on tire dans la i^{ieme} sous population un échantillon (ou groupe) de n_i individus. On mesure pour chacun des individus, la variable étudiée : $x_{i,j}$ représente la valeur mesurée sur le i^{ieme} individu du j^{ieme} échantillon. On définit aussi la moyenne $\bar{x}_j$ du j^{ieme} échantillon et la moyenne globale $\bar{x}$ par :

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{k=n_j} x_{k,j} \qquad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=p} n_j \bar{x}_j$$

Les calculs qui vont suivre ne sont valables que si les 3 conditions suivantes sont respectées :

1. les échantillons ont été choisis aléatoirement et sont indépendants.
2. les distributions des sous populations sont normales (ou gaussiennes).
3. ces distributions possèdent la même variance σ^2.

On démontre alors que :

$$(1) \qquad \sum_{j=1}^{j=p} \sum_{i=1}^{i=n_j} \left(x_{i,j} - \bar{x}\right)^2 = \sum_{j=1}^{j=p} n_j \left(\bar{x}_j - \bar{x}\right)^2 + \sum_{j=1}^{j=p} \sum_{i=1}^{i=n_j} \left(x_{i,j} - \bar{x}_j\right)^2$$

En notant SCE pour « Somme des Carrés des Ecarts », on a :

$$SCE_{tot} = \sum_{j=1}^{j=p} \sum_{i=1}^{i=n_j} \left(x_{i,j} - \bar{x}\right)^2 : SCE \text{ « totale »}$$

$$SCE_{ent} = \sum_{j=1}^{j=p} n_j \left(\bar{x}_j - \bar{x}\right)^2 : SCE \text{ « entre les groupes »}$$

$$SCE_{int} = \sum_{j=1}^{j=p} \sum_{i=1}^{i=n_j} \left(x_{i,j} - \bar{x}_j\right)^2 : SCE \text{ « à l'intérieur des groupes »}$$

La relation (1) se traduit alors par la relation (2) dite *équation de la variance* :

$$(2) \qquad SCE_{tot} = SCE_{ent} + SCE_{int}$$

Il s'agit maintenant de déterminer le « poids » respectif de chacun de deux termes du membre de droite de (2). Pour cela, on fait intervenir :

- la *variance entre les groupes*

$$s_{ent}^2 = \frac{SCE_{ent}}{p-1}$$

  où $p-1$ est le nombre de degrés de liberté.

- la *variance à l'intérieur des groupes*

$$s_{int}^2 = \frac{SCE_{int}}{n-p}$$

  où $n-p$ est le nombre de degrés de liberté.

En admettant les résultats suivants :
s_{int}^2 est une estimation de σ^2 qui *ne dépend pas de l'hypothèse nulle*
s_{ent}^2 est une estimation de σ^2 *sous l'hypothèse nulle*
le rapport $F = \dfrac{s_{ent}^2}{s_{int}^2}$ traduit « l'écart à l'hypothèse nulle ». On rejettera l'hypothèse nulle, avec un seuil de risque α fixé, si F est trop grand.

1.4.1 *Loi théorique de F*

Sous l'hypothèse nulle $\mathbf{H}_0$, F suit une loi de Fisher à $\nu_1 = p-1$ et $\nu_2 = n-p$ degrés de liberté. Cette loi est tabulée pour différentes valeurs des d.d.l. ν_1 et ν_2.

Définition : La variable aléatoire réelle X suit une loi de Fisher à ν_1 et ν_2 d.d.l. si sa fonction de densité est de la forme :

$$
\begin{aligned}
f(x) &= 0 & \text{pour} \quad & x \leqslant 0 \\
f(x) &= \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \frac{x^{\frac{\nu_1-2}{2}}}{\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}x\right)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}} & \text{pour} \quad & x > 0
\end{aligned}
$$

où $\Gamma(\nu)$ est la fonction Gamma définie par :

$$
\Gamma(\nu) = \int_0^{+\infty} t^{\nu-1} e^{-t} \, dt \qquad \text{pour} \qquad \nu > 0
$$

Exemple : densité de la loi de Fisher pour $\nu_1 = 9$ et $\nu_2 = 40$

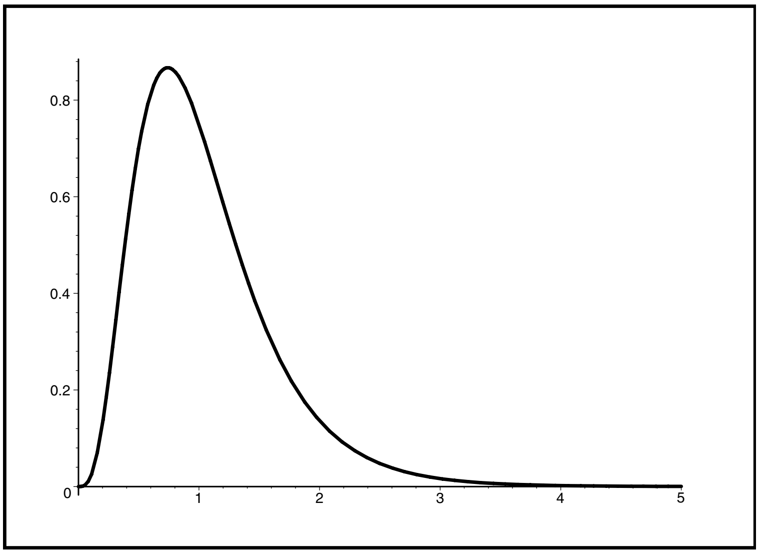

FIG. 3 – *Densité de probabilité de la loi de Fisher à 9 et 40 d.d.l*

1.5 *Tableau d'analyse de la variance ou tableau ANOVA*

Les calculs sont disposés dans le tableau suivant :

Source de variation	Somme des carrés	d.d.l.	Variances	F
entre les groupes	SCE_{ent}	$p-1$	s^2_{ent}	$\frac{s^2_{ent}}{s^2_{int}}$
à l'intérieur des groupes	SCE_{int}	$n-p$	s^2_{int}	
totale	SCE_{tot}	$n-1$		

Pour α fixé, (en général $\alpha = 0.05$), n et p étant connus (par exemple $n = 50$ et $p = 10$), la table de la loi de Fisher donne, pour $\nu_1 = p-1 = 9$ et $\nu_2 = n-p = 40$, $F_{th} = 2.12$. Si le F trouvé dans le tableau est supérieur à F_{th} on rejette l'hypothèse nulle $\mathbf{H}_0$.

2 Généralisation

L'analyse de la variance à un facteur présentée ci-dessus peut se généraliser. Il existe ainsi une analyse de la variance à deux facteurs contrôlés. En reprenant l'exemple initial : le facteur A est le traitement thermique avec a niveaux, le facteur B est la composition de l'alliage avec b niveaux. Le raisonnement est calqué sur le précédent, il permet de prendre en compte l'interaction des facteurs A et B.

D'autres généralisations sont possibles : plans d'expérience, plans en carrés latins, analyse de la covariance ... Voir les ouvrages ci-dessous.

Bibliographie

Quelques ouvrages de base en Statistique :

1. Statistique Dictionnaire encyclopédique. Y. Dodge. DUNOD
2. Introduction à la statistique. Amzallag, Piccioli. HERMANN
3. Guide de statistique appliquée. Manoukian. HERMANN
4. Aide–mémoire Statistique. CISIA.CERESTA
5. Statistique. H. Wonnacott, R. Wonnacott. ECONOMICA
6. Probabilités et Statistique tome 1. Dacunha-Castelle, Duflo. DUNOD
7. Exercices de probabilités et Statistique tome 1. Dacunha-Castelle, Duflo. DUNOD

3 Exemples traités

3.1 Exemple n ° 1

Les températures moyennes journalières ont été mesurées 4 fois en 3 lieux différents d'un même pays. Peut-on dire, au vu de ces données, que ces 3 lieux ont une même température moyenne?

Dans cet exemple académique, on supposera que les 2 hypothèses de validité de l'ANOVA sont respectées : répartition normale des températures en chacun des lieux, égalité des variances.

Tableau des données :

Lieux	A	B	C
Températures	22	28	26
	24	31	27
	27	27	28
	25	27	27
Moyennes	24.5	28.25	27

Tableau ANOVA :

Source de variation	Somme des carrés	d.d.l.	Variances	F
entre les groupes	29.17	2	14.58	5.09
à l'intérieur des groupes	25.75	9	2.86	
totale	54.92	11		

Pour $\alpha = 0.05 \quad \nu_1 = 2 \quad \nu_2 = 9$, la table de la loi de Fisher donne $F_{th} = 4.26$. La valeur trouvée pour F dans le tableau est supérieure à la valeur théorique, On rejette l'hypothèse nulle de l'égalité des moyennes. Ces 3 lieux ont donc des températures moyennes différentes.

3.2 Exemple n ° 2

Les données sont extraites d'une étude réalisée par Fisher en 1938. L'échantillon comporte 120 iris de 3 espèces différentes : *iris setosa, iris versicolor, iris virginica* à raison de 40 individus par espèce.Les mesures effectuées sont :

1. la longueur du sépale
2. la largeur du sépale
3. la longueur du pétale
4. la largeur du pétale

Dans cette étude le facteur possède 3 niveaux (les trois espèces). On désire savoir si l'une des dimensions mesurées ci-dessus (l'un des critères) permet de distinguer les 3 espèces d'iris. Choisissons par exemple le critère n ° 2 : la largeur du sépale.

Test de normalité

La première étape consiste à vérifier les hypothèses de validité de l'ANOVA. Il faut s'assurer que la répartition du critère est normale pour chacune des espèces. Nous choisissons pour cela un test du χ^2. Les intervalles sont choisis de façon à ce que les effectifs observés ne soient pas trop faibles.

Pour la variété *setosa* :

intervalles	$[2.9, 3.15]$	$[3.15, 3.45]$	$[3.45, 3.65]$	$[3.65, 3.95]$	$[3.95, 4.40]$
effectifs observés n_i	10	13	7	6	4
effectifs théoriques n_i^*	8.04	11.85	8.43	8.32	3.36

Sur cet échantillon, la valeur observée du χ^2 est :

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^{i=5} \frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*} = 1.60$$

Pour le risque $\alpha = 0.05$ et un nombre de degrés de liberté égal à : $\nu = n - 1 - r = 2$, le seuil théorique est lu dans une table : $\chi^2_{th} = 5.99$. On a donc $\chi^2_{obs} < \chi^2_{th}$ par conséquent, on *accepte* l'hypothèse de normalité pour la distribution de la largeur du sépale des iris sétosa.

Pour la variété *versicolor* :

intervalles	$[2, 2.35]$	$[2.35, 2.55]$	$[2.55, 2.85]$	$[2.85, 3.05]$	$[3.05, 3.40]$
effectifs observés n_i	5	6	10	11	8
effectifs théoriques n_i^*	3.93	5.86	13.54	8.32	3.35

Sur cet échantillon, la valeur observée du χ^2 est :

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^{i=5} \frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*} = 2.09$$

Pour le risque $\alpha = 0.05$ et un nombre de degrés de liberté égal à : $\nu = n - 1 - r = 2$, le seuil théorique est lu dans une table : $\chi^2_{th} = 5.99$. On a donc $\chi^2_{obs} < \chi^2_{th}$ par conséquent, on *accepte* l'hypothèse de normalité pour la distribution de la largeur du sépale des iris versicolor.

Pour la variété *virginica* :

intervalles	$[2.2, 2.65]$	$[2.65, 2.85]$	$[2.85, 3.05]$	$[3.05, 3.25]$	$[3.25, 3.80]$
effectifs observés n_i	6	11	11	6	6
effectifs théoriques n_i^*	7.14	7.74	9.34	8.01	7.78

Sur cet échantillon, la valeur observée du χ^2 est :

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^{i=5} \frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*} = 2.76$$

Pour le risque $\alpha = 0.05$ et un nombre de degrés de liberté égal à : $\nu = n - 1 - r = 2$, le seuil théorique est lu dans une table : $\chi^2_{th} = 5.99$. On a donc $\chi^2_{obs} < \chi^2_{th}$ par conséquent, on *accepte* l'hypothèse de normalité pour la distribution de la largeur du sépale des iris virginica.

Test d'égalité des 3 variances

L'autre hypothèse à vérifier est l'égalité des 3 variances. L'hypothèse nulle est dans ce cas : *les trois variances sont égales* Nous effectuons pour cela le test de Barlett.

Test de Barlett

C'est un test du χ^2. On pose pour $i = 1, \cdots, p$ où p est le nombre de traitements du facteur contrôlé (ici $p = 3$) : $\nu_i = n_i - 1$ (n_i est la taille du i^{ieme} échantillon) ainsi que : S_i^2 variance empirique du i^{ieme} échantillon. On a aussi : $\nu = \sum_{i=1}^{i=p} \nu_i$ et $S^2 = \frac{1}{\nu} \sum \nu_i \; S_i^2$. On démontre que, sous l'hypothèse nulle, la variable :

$$\nu \;\ln(S^2) - \sum_{i=1}^{i=p} \;\nu_i \ln(S_i^2)$$

suit une loi du χ^2 à $p - 1$ degrés de liberté. Pour l'exemple étudié, on obtient :

S_1^2	S_2^2	S_3^2	S^2
0.1303	0.1109	0.1132	0.1181

$\chi^2_{obs} = \nu \ \ln(S^2) - \sum_{i=1}^{i=p} \nu_i \ln(S_i^2) = 0.3035$. Pour le risque $\alpha = 0.05$ et un nombre de degrés de liberté égal à : $p - 1 = 2$, le seuil théorique est lu dans une table : $\chi^2_{th} = 5.99$. On a donc $\chi^2_{obs} < \chi^2_{th}$ par conséquent, on *accepte* l'hypothèse d'égalité des variances.

Analyse de la variance

Le tableau d'analyse de la variance :

Source de variation	Somme des carrés	d.d.l.	Variances	F
entre les groupes	9.696	2	4.848	41.045
à l'intérieur des groupes	13.820	117	0.118	
totale	23.52	119		

Pour $\alpha = 0.05$ $\nu_1 = 2$ $\nu_2 = 117$, la table de la loi de Fisher donne $F_{th} = 3.07$. La valeur trouvée pour F dans le tableau est supérieure à la valeur théorique, On rejette l'hypothèse nulle de l'égalité des moyennes. Pour le critère : largeur sépale, les moyennes des trois groupes sont différentes.

L'agenda du prof de maths

Si vous avez connaissance près de chez vous (même un peu plus loin...) de manifestations à caractère pédagogique ou/et scientifique dignes d'intérêt, n'hésitez pas à nous le faire savoir en contactant la rédaction du bulletin.

Les conférences APMEP/IPR/IREM/IUFM

Conférences prévues pour le premier trimestre de l'année 2003

- Mercredi 12 février à 17 heures à l'IUFM Canebière
  ROBERT ROLLAND (Université de Provence)
  La représentation des nombres en informatique.
- Mercredi 19 mars à 17 heures à l'IUFM Canebière
  JEAN DHOMBRES:
  Mathématiques pour comprendre, mathématiques pour agir.
  Une perspective historique sur la signification de l'expression « mathématiques utiles ».

La journée de la régionale APMEP d'Aix-Marseille

La journée de notre régionale est fixée au Samedi 10 Mai.

Nous aurons le plaisir de vous inviter à cette occasion à une conférence de JEAN-FRANÇOIS COLONNA, chercheur à l'Ecole Polytechnique, qui a accepté avec beaucoup de disponibilité de venir nous présenter la conférence inaugurale des Journées de Rennes elle a enthousiasmé tous les participants, c'est pourquoi nous lui avons demandé de venir la présenter à nouveau pour vous, à Marseille.
En voici un descriptif

COMPRENDRE L'EXPERIMENTATION VIRTUELLE JUSQU'A SES LIMITES

Après avoir rappelé en quoi consiste l'Expérimentation dite Réelle, cette conférence définira l'Expérimentation Virtuelle, nouvelle approche de la connaissance scientifique.
Ses avantages seront décrits et illustrés à l'aide de quelques exemples empruntés, en particulier, à la Mecanique Quantique, à la Géometrie Fractale et à la Mécanique Céleste.
Ses dangers liés principalement à la programmation, aux erreurs d'arrondi et aux modes de représentation, seront exposés en detail.

Voici le calendrier de cette journée, qui pourra éventuellement être sujet à des modifications de détail (consulter notre site pour des informations plus actualisées)

- 9 h Accueil
- 9 h 30 - 11 h 30 Ateliers en parallèle (les thèmes en seront précisés sur le site de la régionale)
- 11 h 30 - 12 h 15 Assemblée générale
- 12 h 30 Repas (dans un restaurant du quartier)
- 14 h 30 Conférence de JEAN-FRANÇOIS COLONNA.

Les manifestations du bicentenaire du Lycée Thiers de Marseille

Dans le cadre des manifestations du bicentenaire du Lycée Thiers, le jeudi 13 mars 2003, à 18h30, aura lieu une conférence "Histoire et petite histoire des mathématiques" par YVES CHEVALLARD, ancien élève, professeur d'Université et ancien directeur de l'IREM.
Le lieu de la conférence sera la salle de conférences du Lycée Thiers.
Pour les personnes extérieures au Lycée, retirer une invitation aux loges d'entrée.

Les journées Nationales de PAU :

Les Journées Nationales se dérouleront cette année 2003 à Pau, les 23, 24 et 25 octobre.
Vous pouvez vous rendre sur le site des journées pour plus d'informations (adresse : http://www.ac-bordeaux.fr/APMEP/dossier%20Pages/Journees2.html).