

Des baguettes pour compter

André LAURENT

Pendant plus de 2000 ans, avant l'usage généralisé du boulier, les Chinois ont utilisé de simples baguettes de bambou pour compter, calculer, et même résoudre des problèmes. Cette pratique est peu connue en Occident. J'ai essayé d'en dégager l'essentiel, dans une conférence donnée à l'I.U.F.M. le 2 Février, dont vous trouverez ici un compte rendu succinct.

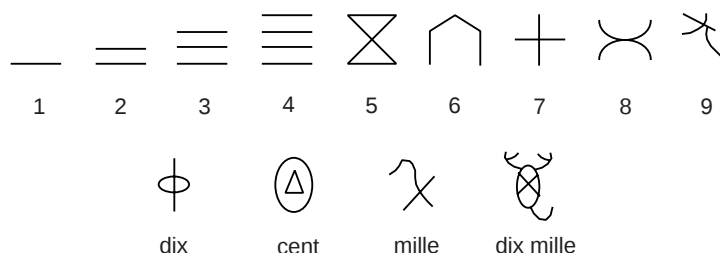
Aperçu d'une histoire des mathématiques en CHINE

• Les inscriptions oraculaires (fin du néolithique) :

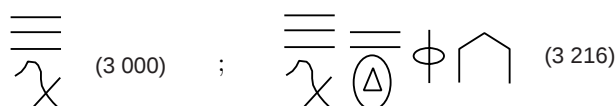
Il s'agit d'inscriptions (dessins et NOMBRES) écrites sur des omoplates de bovins ou des carapaces de tortue. On les approchait d'un feu, et on interprétait les craquelures obtenues comme signes divinatoires.

• Les inscriptions sur bronze (vers 1600 av. J.-C.) :

Comme dans les inscriptions oraculaires, on utilisait treize chiffres, dont neuf pour représenter les nombres de 1 à 9, et les quatre autres pour 10, 100, 1000 et 10000 :



Pour l'écriture de nombres comme 20... , 2000, 3000 ... , on utilisait une combinaison de ces chiffres comme le montrent les exemples ci-dessous :



Ce n'est pas tout-à-fait la numération de position, mais on n'en est pas loin.

Les baguettes à calculer :

Elles apparaissent à l'époque des Printemps et Automnes (770—476 av. J.-C.). Elles étaient réalisées le plus souvent en bambou et mesuraient environ 10cm. Elles utilisaient la numération décimale de position, comme on le verra plus loin, et toutes les techniques de calcul passeront par elles, jusqu'en 1300 où le boulier prendra le relais.

Les premiers écrits mathématiques :

Ils datent de la dynastie des Han (de 202 av. J.-C. jusqu'en 220). De cette époque est issu LE grand classique de la tradition mathématique chinoise : « *Les neuf chapitres sur les procédures mathématiques* » (Siu zhang suan shu). La plupart des historiens considèrent *Les neuf chapitres* comme une sorte de Bible mathématique chinoise, ayant également influencé la Corée, le Vietnam et le Japon. Pour son influence, on peut comparer cet ouvrage aux *Éléments d'Euclide* (mais dans un registre très différent, algorithmique, pratique, concret, dogmatique, non discursif).

Les neuf chapitres sont un ensemble de 246 séquences présentées de façon immuable :

- énoncé d'un problème concret

- réponse numérique
- règle toute faite permettant de calculer la solution à partir des données, sans définitions ni explications (rimée ou rythmée pour aider à la mémorisation).

On y trouve l'arithmétique de base sur les fractions, le calcul d'aires et de volumes, l'extraction de racines carrées et cubiques, la règle de trois et les partages inégaux, la résolution de systèmes linéaires et des applications du « théorème de Pythagore ».

Tous les calculs étaient pratiqués avec des baguettes.

Il s'agit d'un résumé des manières de faire connues à l'époque, ayant servi de référence à tous les écrits postérieurs (classiques de calcul, ou suanjing), qui n'en étaient souvent que des commentaires, jusqu'au XVI^e siècle. *Les neuf chapitres* ont été repris et corrigés au VII^e siècle dans une sorte d'anthologie officielle : « *Les dix classiques de mathématiques* » (Suanjing shi shu). L'usage du papier, et le procédé d'impression par xylographie étant maîtrisés depuis le II^e siècle, ces traités devinrent très vite accessibles hors des milieux de Cour.

Les baguettes pour compter

Il y avait deux façons d'utiliser les baguettes pour représenter les nombres. La plus ancienne (première version de la page suivante) fut vite remplacée par une alternance des directions horizontales et verticales de ces baguettes, selon le rang (deuxième version).

Première version :

	un	⊥	six
	deux	⊥⊥	sept
	trois	⊥⊥⊥	huit
	quatre	⊥⊥⊥⊥	neuf
	cinq		

À partir de *six*, *cinq* est placé au dessus, perpendiculairement (Classique mathématique de Xiahou Yang, 500 apr. J.-C.).

On utilise des tableaux ou des boîtes à casiers disposés en lignes et en colonnes, qu'on appelle « damiers à calcul », ou Suan Pan.

				121
				1201

Deuxième version :

					⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥	Un
—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥	Dix
					⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥	Cent
—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥	Mille

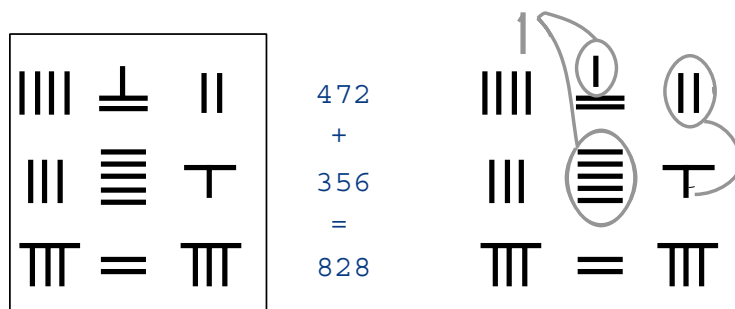
Un est vertical, *dix* est horizontal, *cent* est debout, *mille* est gisant ... (Classique mathématique de Maître Sun, env. 400 ap. J.-C.).

| = | 121 ; — || | 1201

Les quatre opérations

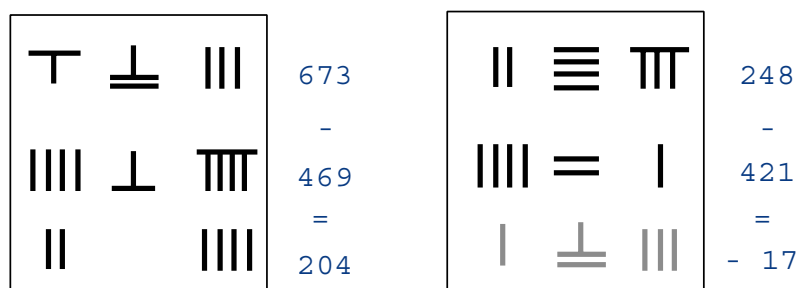
Nous allons voir maintenant comment on représentait et pratiquait les quatre opérations. Dans la seconde soustraction, le résultat négatif était représenté par des baguettes rouges, ici en gris.

Addition



Comme on le voit sur la figure ci-dessus, les baguettes étaient déplacées, ce qui avait pour effet de perdre les données (elles étaient mémorisées). Dans la suite, et pour faciliter la lecture, on ne retiendra pas cet aspect dynamique des opérations.

Soustraction - Nombres négatifs



Quand on ne dispose pas de baguettes de couleur pour indiquer « ce que l'on perd » (*shi*), on écrit le résultat en oblique, ou on le fait précéder du caractère: 𠄎.

/ 𠄎 /// ou: 𠄎 1 𠄎

À partir du XIII^e siècle, il est d'usage de placer une baguette oblique sur le chiffre non nul le plus à droite :

1 𠄎 𠄎 - 17 𠄎 𠄎 𠄎 𠄎 - 820

Multiplication

Procédure reproduite de texte en texte sans modification jusqu'au XIII^e siècle.

𠄎 𠄎
= 𠄎

68
x
23

On déplace l'opérateur 23 de façon que son chiffre des unités soit aligné avec le premier chiffre du multiplicande (23 perd son statut de nombre aligné).

𠄎 𠄎
= 𠄎

On multiplie le chiffre le plus à gauche du multiplicande 68 successivement par 2, puis 3, et on inscrit les résultats partiels au-dessus du chiffre multiplié. On fait ensuite la somme de ces résultats partiels :

On enlève le premier chiffre du multiplicande, et on recommence le processus depuis le début :

𠄎 𠄎
- 𠄎
= 𠄎

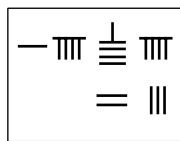
𠄎 𠄎
- 𠄎
= 𠄎

𠄎 𠄎
- 𠄎
= 𠄎

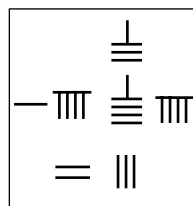
𠄎
- 𠄎
= 𠄎

$$68 \times 23 = 1564$$

Division 1999:23

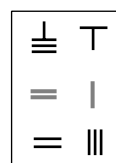
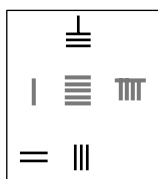
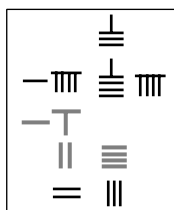


On déplace le diviseur 23 vers la gauche tant qu'il reste inférieur ou égal au nombre situé au-dessus de lui, aligné avec lui (ici 199). On calcule ensuite le quotient entier de ce nombre par 23, soit 8, et on place ce quotient 8 dans l'alignement, en haut de la tablette.



On multiplie le quotient 8 par 23, en suivant les règles de la multiplication. On place le résultat entre le dividende et le diviseur. On retranche ces résultats du dividende :

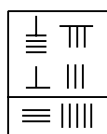
On décale 23 vers la droite, et on recommence le processus depuis le début :



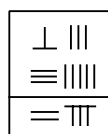
quotient 86
reste 21

Calcul sur les fractions : simplification de $\frac{63}{98}$

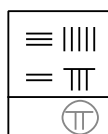
Le calcul sur les fractions différerait peu du nôtre. Pour la simplification, la méthode consistait à « diminuer le beaucoup au moyen du peu ». Malgré sa ressemblance avec l'algorithme d'Euclide, antérieur de plus de deux siècles, il semble peu probable qu'il y ait eu communication.



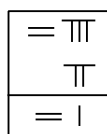
$$98 - 63 = 35$$



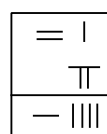
$$63 - 35 = 28$$



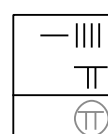
$$35 - 28 = 7$$



$$28 - 7 = 21$$



$$21 - 7 = 14$$



$$14 - 7 = 7$$

Comme on a trouvé deux résultats égaux (à 7), on simplifie la fraction en divisant chacun de ses deux termes par 7.

Systèmes d'équations linéaires

Voici un problème extrait des *Neuf chapitres*, suivi comme c'était l'habitude de sa réponse numérique. La méthode de résolution a été indiquée au III^e siècle par *LIU HUI*, sans autre commentaire.

Soit 3 bottes de céréales de qualité supérieure, 2 bottes de céréales de qualité moyenne, et une botte de céréales de qualité inférieure, fournissant 39 *dou*³ de grains ; (soit aussi) 2 bottes de céréales supérieures, 3 de moyennes et une d'inférieures fournissant 34 *dou* de grains ; une botte de céréales supérieures, 2 de moyennes et 3 d'inférieures fournissant 26 *dou* de grains.

Question : combien de *dou* de grains donnent une botte de céréales supérieures, moyennes et inférieures ?

Réponse : 1 botte de céréales supérieures : 9 *dou* 1/4 ; 1 botte de céréales moyennes : 4 *dou* 1/4 ; 1 botte de céréales inférieures : 2 *dou* 3/4. *dou* de grains

Sans faire de commentaires, *Liu Hui* présente (ci-contre) une « lecture » du problème dans un tableau, au moyen de baguettes :

			céréales supérieures
			céréales moyennes
			céréales inférieures
= 丁	≡	≡	dou

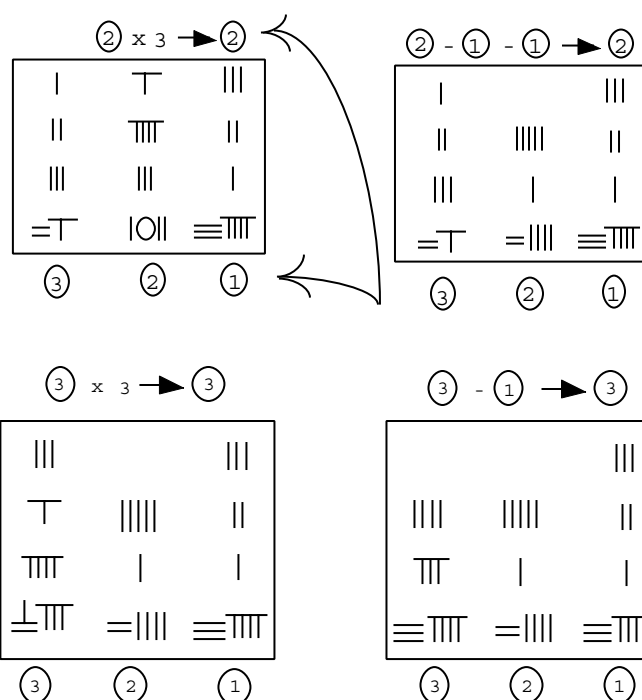
③

②

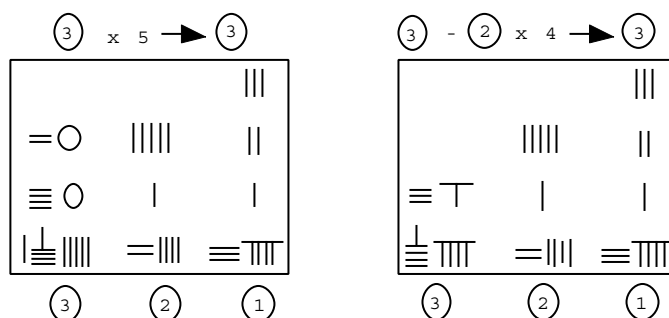
①

3. Le *dou* était une mesure de capacité correspondant à peu près au boisseau, soit environ douze litres.

Les tableaux ci-dessous indiquent la suite des calculs :



Ces indications ne figuraient pas dans le document original ; je les ai ajoutées pour faciliter la compréhension.



Lui Hui explique alors que les deux nombres restant dans la colonne de gauche correspondent à un diviseur et à un dividende, donc qu'une simple division permet de déterminer la valeur de l'une des inconnues (99/36, soit 2 *dou* 3/4). Il détermine ensuite les deux autres inconnues par substitutions successives. La résolution date du premier siècle av. J.-C., soit plus de 18 siècles avant GAUSS. Le commentaire de *Lui Hui* est du III^e siècle.

BIBLIOGRAPHIE

- JOSEPH NEEDHAM : Science and Civilisation in China, Cambridge University Press, 1954 - ... (encyclopédie comportant 15 gros volumes ; Joseph NEEDHAM est décédé en 1995 sans avoir vu l'achèvement de son projet).
- JEAN-CLAUDE MARTZLOFF : Histoire des mathématiques chinoises, Masson, 1988, 376 p. Trad. anglaise : A history of Chinese mathematics, Springer, 1997, 486 p.
- GEORGES IFRAH : Histoire universelle des chiffres, Seghers, 1981, 568 p.
- JEAN-LUC CHABERT, ÉVELYNE BARBIN, MICHEL GUILLEMOT, ANNE MICHEL-PAJUS, JACQUES BOROWCZYK, AHMED DJEBBAR, JEAN-CLAUDE MARTZLOFF : HISTOIRE D'ALGORITHMES : Du caillou à la puce, Belin, collection Regards sur la science, 1994, 596 p.
- DOMINIQUE TOURNÈS : Actes du colloque « L'Océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes », Publication de l'I.U.F.M. de La Réunion, 1999, 456 p.

LIENS INTERNET

1. Sur l'histoire des mathématiques, le site de David E.Joyce, de Clark University (USA) :
[HTTP://ALEPH0.CLARKU.EDU/DJOYCE/MATHHIST/MATHHIST.HTML](http://ALEPH0.CLARKU.EDU/DJOYCE/MATHHIST/MATHHIST.HTML)
Ce site offre des ressources variées (chronologies, bibliographies, listes de mathématiciens et de travaux mathématiques...), classées par sujet et par région (Egypte, Babylone, Grèce, Monde arabe, Europe, Inde, Chine et Japon).
La page consacrée à la Chine peut constituer un excellent point de départ.
2. Sur l'histoire des sciences en Chine, le Needham Research Institute de Cambridge retrace la vie et l'œuvre de Joseph Needham (voir Bibliographie) : [HTTP://WWW.SOAS.AC.UK/NEEDHAM/HOME.HTML](http://WWW.SOAS.AC.UK/NEEDHAM/HOME.HTML)
3. Sur les mathématiques traditionnelles en Asie de l'Est, on pourra consulter le site de Shigeru Jochi :
[HTTP://WWW.NITK.EDU.TW/JOCHI/](http://WWW.NITK.EDU.TW/JOCHI/)
4. On pourra trouver des articles de recherche au format PDF sur :
[HTTP://WWW.ISOP.UCLA.EDU/PACRIM/PUBS/CHISCI/CSOONLINE.HTML](http://WWW.ISOP.UCLA.EDU/PACRIM/PUBS/CHISCI/CSOONLINE.HTML)