

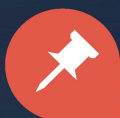
Le bulletin de l'APMEP - N° 557

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Juillet, août, septembre 2025

Estimation



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2025-2026 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Magali HILLAIRET, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Audrey DUGUE, Nada DRAGOVIC, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Michel SUQUET, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL.

Équipe Technique : Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Pol LE GALL, Benoît MUTH, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Anne-Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : septembre 2025. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSIENNE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin



Au fil des problèmes

Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à : frederic.deligt2@gmail.com

ou par courrier à :

Frédéric de Ligt

3 rue de la Pierrière

17270 MONTGUYON

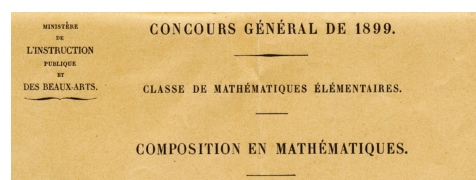
Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt

557-1 Extrait du concours général de 1899 (Bernard Lefrançois - Lyon)

Soit le système d'équations :

$$\begin{cases} y + \frac{1}{z} = a \\ z + \frac{1}{x} = b \\ x + \frac{1}{y} = c \end{cases} \quad \text{où } a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres donnés.}$$

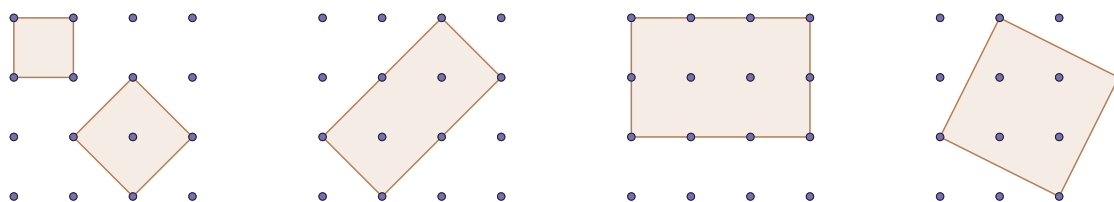


Peut-on choisir a , b et c de manière que le système proposé admette deux solutions distinctes formées de nombres entiers ?

557-2 Combien de rectangles ? (Jean-Jacques Juré - Lyon)

Combien compte-t-on de rectangles dont les sommets sont placés sur un réseau pointé à maille carrée de dimension $n \times n$?

Voici quelques exemples sur un réseau de dimension 3×3 :



557-3 Des entiers positifs caractérisés (Daniel Perrin - Orsay)

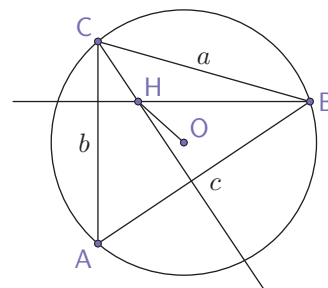
Déterminer l'ensemble des entiers positifs qui s'écrivent :

1. comme somme d'au moins deux entiers positifs consécutifs ;
2. comme somme d'au moins deux entiers positifs allant de deux en deux ;
3. comme somme d'au moins deux entiers positifs allant de trois en trois ;
4. comme somme d'au moins deux entiers positifs allant de m en m , avec m entier positif fixé.



557-4 Des triangles caractérisés (Fabien Lombard - Sarrebourg)

Dans un triangle rectangle la distance entre l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit vaut la moitié de la longueur de l'hypoténuse. Pour quels autres triangles la distance entre l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit vaut-elle la moitié de la longueur d'un des côtés ?



À propos des problèmes parus précédemment

Les solutions complètes de François Couloigner à trois des énoncés parus dans le numéro 554 d'*Au fil des maths* sont parvenues trop tardivement pour être commentées dans la précédente rubrique. Elles sont consultables sur le site d'*Au fil des maths*.

L'énoncé 556-3 de Louis-Marie Bonneval était malheureusement incomplet. La version correcte est en ligne sur le site de la revue numérique.



555-1 Défi géométrique

Comme attendu, de nombreuses constructions ont été proposées par nos lecteurs : Bruno Alaplantive (Saint-Jean-du-Falga), Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Daniel Perrin (Orsay), Philippe Févotte (Albi), François Couloigner (Séméac) et Jacques Vieulet (Ibos).

Avec la règle et l'équerre.

Ils utilisent les propriétés des transformations comme les homothéties ou les translations, ou bien ils considèrent le point donné comme l'orthocentre d'un triangle pour tracer la droite demandée.

Avec la règle et le compas.

Un grand classique. Certains se ramènent à la construction précédente en construisant des droites perpendiculaires ou des droites parallèles avec la règle et le compas. Pierre Renfer préfère utiliser le théorème de l'hexagramme mystique de Pascal. Daniel Perrin et Bruno Alaplantive, quant à eux, actionnent différentes transformations (translation, homothétie, symétrie centrale, symétrie axiale). Daniel Perrin ne s'arrête pas là et continue avec des inversions, des affinités, des parallélogrammes, des centres de gravité, des axes radicaux, des polaires de points par rapport à des cercles et enfin en appliquant quelques théorèmes de la géométrie plane (Céva, Pascal, Hejlslev).

Avec la règle.

Bruno Alaplantive, Pierre Renfer, François Couloigner, Philippe Févotte, Jacques Vieulet et Daniel Perrin construisent la droite grâce la notion de polaire par rapport à deux droites. Daniel Perrin applique aussi des théorèmes comme ceux de Pappus, de Brianchon, de Desargues ou bien le théorème à quatre points pour parvenir à la construction de la droite.

Bruno Alaplantive propose aussi comme variantes les cas où seul le compas est autorisé, ou bien quand la règle est à bords parallèles. Tous les fichiers GeoGebra de ses constructions sont disponibles sur le site de l'association.



555-2 Les carrés

Tous les entiers naturels peuvent s'exprimer comme différence de deux carrés sauf ceux qui sont pairs mais non multiples de 4. C'est ce qu'ont établi Daniel Perrin (Orsay), Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), François Couloigner (Séméac), Fabien Lombard (Sarrebouurg), Philippe Févotte (Albi) et Vincent Thill (Migennes). Pierre Renfer, Philippe Févotte et François Couloigner ont aussi donné le nombre de façons pour un tel entier de s'écrire de la sorte, cela dépend de sa parité et de sa décomposition en facteurs premiers.

555-3 Une maison sur pilotis

La question n'a été que partiellement résolue par Maurice Bauval (Versailles), François Couloigner (Séméac) et Daniel Perrin (Orsay). Tous trois ont proposé comme leur meilleure solution un découpage symétrique selon une médiane du carré, composé de deux trapèzes rectangles et d'un pentagone. Les calculs présentés par Daniel Perrin et François Couloigner donnent alors un triangle de sustentation dont l'aire occupe environ 12,984 % de l'aire du carré. Les autres essais, incluant des lignes brisées et des courbes n'ont pas permis d'améliorer ce score. Daniel Perrin conclut son courrier par quelques questions, ainsi : un partage optimal est-il nécessairement polygonal ou bien le triangle de sustentation a-t-il une aire maximale lorsqu'il est équilatéral ? Cela semble s'apparenter à une famille de problèmes dont les illustres représentants sont le sofa de Léo Moser ou l'aiguille de Kakeya. Donc, record à battre.

555-4 Radicaux itérés

Les entiers naturels n qui vérifient la condition demandée ont été identifiés par Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Philippe Févotte (Albi), Maurice Bauval (Versailles), Daniel Perrin (Orsay), François Couloigner (Séméac) et Ludovic Jany (Bolquère).

Il s'agit de l'entier 0 et des entiers n de la forme $p^2 + p + 1$ avec p un entier naturel. François Couloigner, Daniel Perrin et Philippe Févotte s'assurent rigoureusement de la convergence de la suite associée. Philippe Févotte et Ludovic Jany émettent des doutes sur le cas $n = 1$ qui ne leur paraît pas clairement défini.

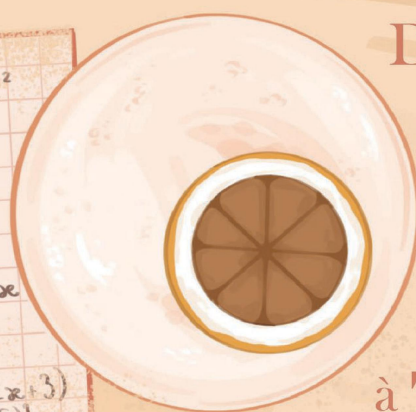
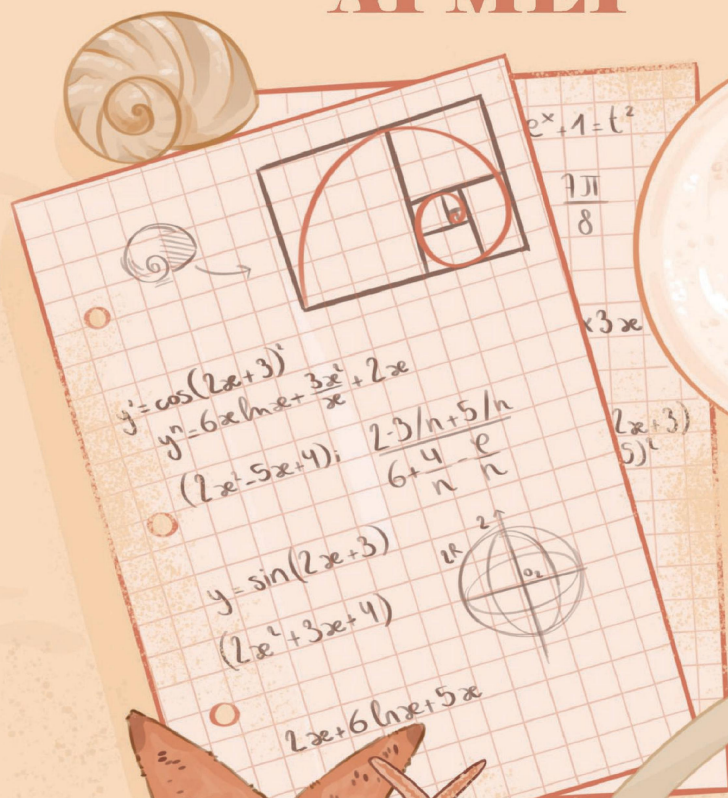
Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse : [▶](#) (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).

© APMEP septembre 2025

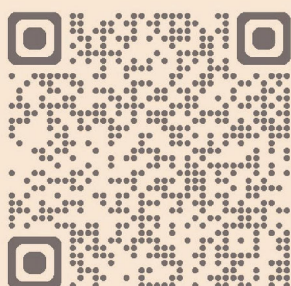
Les *mathématiques* ont toujours
la *côte* !
Journées Nationales
APMEP

Du
18 au
21
Octobre 2025

à **Toulon**



« De la maternelle
à l'université »



Sommaire du n° 557



Estimation

Éditorial

Opinions

- ★ Plaidoyer pour les inégalités
Serge Petit..... 3

Avec les élèves

- Panglossya*
Maxime Cudel..... 11
- Unlock tes maths !*
Denis Guicheteau 20
- Quoi faire pour introduire l'algèbre ?
Sophie Bauerle..... 25
- ★ Des haricots à Python pour estimer en série STL
Valérie Larose..... 30
- ★ Modélisation et estimation du réel
Angelo Laplace..... 36
- ★ Estimation et grandeurs animales
Florence Soriano-Gafiuk..... 42

1 Ouvertures

- ★ Couper un gâteau entre $n + \{-1, 0, 1\}$ convives
Roger Mansuy 55
- ★ Mathématiques : usufruit et nue-propriété
Pierre Carriquiry..... 61
- ★ Nightingale & Riesz
François Sauvageot..... 65
- ★ Estimation par simulation aléatoire
Florent Malrieu..... 74

Récréations

- Au fil des problèmes
Frédéric de Ligt..... 81
- Des problèmes dans nos classes
Valérie Larose..... 84

Au fil du temps

- Découvrir Apprenti Géomètre mobile
M.-F. Guissard, V. Henry & P. Lambrecht..... 86
- Matériaux pour une documentation..... 91

Courrier des lecteurs

- Maud Sindeff*..... 95



CultureMATH

