

Le bulletin de l'APMEP - N° 552

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Avril, mai, juin 2024

Automat(h)ismes



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint le BGV n° 236
spécial « Journées Nationales »

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : juin 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSISSE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin



*Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à : frederic.deligt2@gmail.com
ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON
Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.*

Frédéric de Ligt

552-1 Une étonnante approximation (Fabien Lombard-Sarrebourg)

Soit deux nombres réels A et B tels que $B \geq A \geq 0$, alors $0,4A + 0,96B$ est une approximation de $\sqrt{A^2 + B^2}$ avec une erreur relative d'au maximum 4 %.

552-2 Des parallélogrammes parfaits

On pourra qualifier de parfait un parallélogramme dont les côtés, les diagonales et l'aire sont mesurés par des nombres entiers alors que ce n'est ni un rectangle, ni un losange.

Si la perfection n'est pas de ce monde, peut-elle se trouver dans celui des parallélogrammes ?

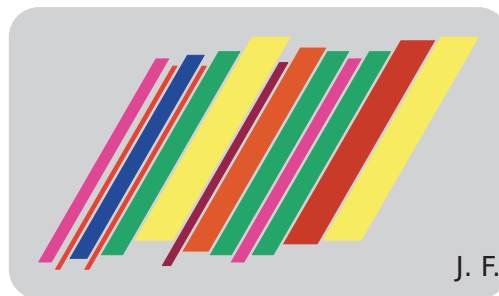


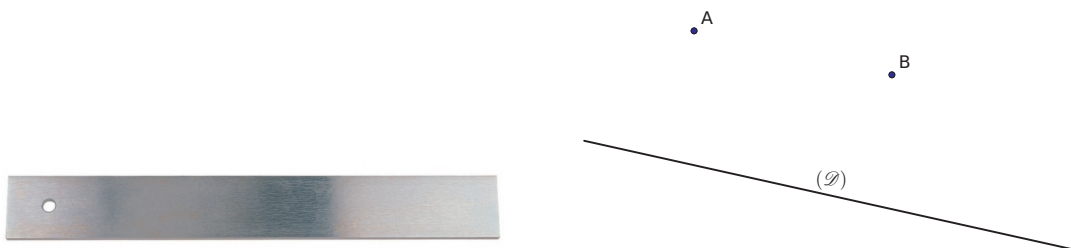
Figure 1. Les premières décimales de π représentées par des parallélogrammes. Réalisation de Jean Fromentin. Pour des explications, voir [ici](#).

552-3 Avoir de l'idée dans les suites (Lucien Sanchez-Toulouse)

On note (u) , (v) et (w) trois suites arithmétiques finies, de raison 2, de premiers termes impairs u_1, v_1, w_1 et de longueurs respectives i, j, k avec $i < j < k$, i et j impairs mais k pair. On suppose que ces trois suites sont disjointes. Est-il possible que la somme des termes de (w) soit égale à la somme des termes de (u) et de (v) ?

552-4 Construction (Daniel Perrin-Orsay)

Soit A et B deux points distincts du plan et (\mathcal{D}) une droite parallèle à (AB) et distincte de (AB) . Construire à la règle non graduée seule le milieu de $[AB]$.





À propos des problèmes parus précédemment

Des solutions, exactes et intéressantes, aux énoncés parus dans la rubrique du n° 549 sont parvenus plus tardivement à la rédaction. Il s'agit des courriers de Marie-Nicole Gras (Le-Bourg-d'Oisans) pour les problèmes 549-1, 549-2 et 549-3, des courriers de Jacques Vieulet (Ibos) et de Jean-Noël Gers (Villeneuve d'Ascq) pour le problème 549-1. Vous pourrez les retrouver sur le site.

550-1 Un problème indien

Très naturellement Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) et Marie-Nicole Gras (Le-Bourg-d'Oisans) travaillent à partir de la formule de Héron et parviennent ainsi à une équation de Pell-Fermat : $x^2 - 3y^2 = 1$ dont les solutions, pour $n \geq 1$, sont obtenues avec $x_n + y_n\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^n$. Les trois côtés consécutifs sont donnés par $(2x_n - 1; 2x_n; 2x_n + 1)$ et l'aire vaut alors $3x_n y_n$.

Ludovic Jany (Bolquère) utilise la relation d'Al Kashi puis l'expression de l'aire d'un triangle qui fait intervenir le sinus de l'angle entre deux côtés. Son étude arithmétique de l'expression finale lui permet de sortir aussi toutes les solutions.

550-2 La tour infernale

Parmi les réponses reçues, seule Marie-Nicole Gras (Le-Bourg-d'Oisans) a présenté l'expression exacte du nombre de tours comprenant le socle et k étages supérieurs : $20 \times 38^{k-1}$. Il y a, sans considération de symétrie centrale, 38 façons de placer une brique sur la brique inférieure. Ce nombre est réduit à 20 pour le premier étage si on assimile une position et son demi-tour. Mais par la suite, cela ne joue plus. Le problème posé sur les piles qui tiennent debout reste ouvert. Il faut sans doute restreindre la recherche aux tours de hauteur n qui ne tombent à aucun moment de leur construction.

550-3 Une minoration

Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) et Jean-Noël Gers (Villeneuve d'Ascq) ont abordé la question de la même façon, même si M. Gers s'est ramené à l'intervalle $[-1; 1]$ par une homothétie.


À l'aide d'un raisonnement par l'absurde, on suppose qu'il existe un polynôme unitaire de degré n qui prend ses valeurs dans $]-2; 2[$ quand x parcourt l'intervalle $[-2; 2]$.

Intervient ensuite un variant du polynôme de Tchebychev de première espèce de degré n . Ce dernier prend $n + 1$ fois alternativement les valeurs 2 et -2 sur $[-2; 2]$. La différence entre ces deux polynômes est un polynôme de degré $n - 1$ qui s'annule, d'après l'hypothèse faite sur le polynôme, n fois sur $[-2; 2]$. Mais cela entraîne l'égalité des deux polynômes, ce qui voudrait dire que le polynôme considéré atteint les valeurs 2 ou -2 . Contradiction.

550-4 Construction

Robert March (Paris) rappelle que la construction classique consiste à projeter en H le point N parallèlement à l'arête $[AA']$ sur le plan de base (ABCD). (NP) et (HC) se coupent en Q et le reste de la construction se fait sans difficulté. Mais comme Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) le fait remarquer, la construction d'une parallèle à une droite passant par un point n'est pas possible à la règle seule; en revanche, si l'on dispose de deux droites parallèles on peut construire, avec la règle seule, la parallèle à ces droites passant par le point donné. Cela occupe une partie de leur étude ainsi que celles de Jacques Vieulet (Ibos) et de Philippe Févotte (Albi) où il est question de construire la polaire d'un point par rapport à deux droites parallèles.

Ludovic Jany évite cette étude en construisant la section pentagonale du cube par le plan $A'MP$. Cela permet d'obtenir un point de la droite (MP) qui appartient à la face supérieure et aussi au plan (NMP). La section hexagonale recherchée se construit alors aisément.

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse :  (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).

APMEP

19-22 oct
2024

Le Havre - Journées Nationales

LA NORMANDIE, UN HAVRE DE MATHÉMATIQUES

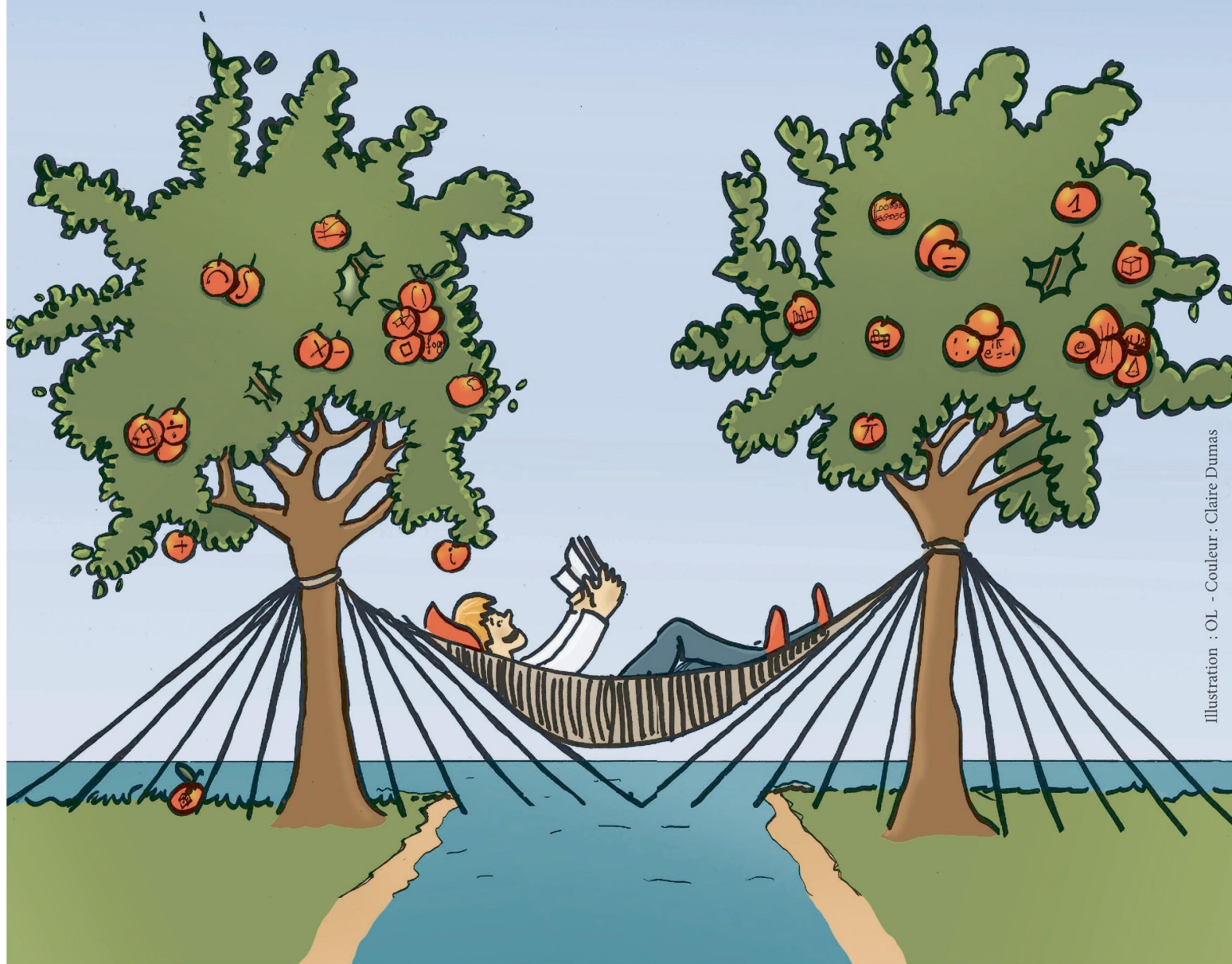


Illustration : OL - Couleur : Claire Dumas



Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
« De la maternelle à l'université »



Sommaire du n° 552



Automat(h)ismes

Éditorial

1

Fabrication de très grandes boîtes... la suite !

Florence Soriano-Gafiuk & Manuella Freyermuth 59

Opinions

✦ La parole au groupe « Fondamentaux et Automatismes »

Groupe « Fondamentaux et Automatismes »..... 3

Croisements de points de vue sur la mesure

Aurélié Chesnais & Valérie Munier..... 8

✦ Automatismes ou automathismes ?

Éric Trouillot..... 21

✦ Des Mises En TRAIN pour bien démarrer

Claire Piolti-Lamorthe & Sophie Roubin..... 26

Avec les élèves

✦ Des rituels en collège

Lydie El-Halougi..... 35

Double vue

Jean-Christophe Deledicq 39

✦ MathsMentales

Sébastien Coge..... 41

✦ MathALÉA : du nouveau !

Ève Chambon, Lydie El Halougi & Stéphane Guyon... 45

✦ Automatismes : un peu, beaucoup, passionnément...

Céline Bruel & Élise Locatelli..... 50

Ouvertures

La loi de Benford

Jean Lefort 56

La Grande Aventure des maths

C. Sakarovitch, G. Mulsant & M. Andler 65

Des bulles aux polyèdres

Richard Cabassut..... 71

Récréations

Au fil des problèmes

Frédéric de Ligt..... 75

Des problèmes dans nos classes

Valérie Larose..... 77

Au fil du temps

Hommage à Guy Brousseau

Éric Barbazo..... 79

Le CDI de Marie-Ange

Marie-Ange Ballereau..... 81

Matériaux pour une documentation..... 83

Les fichiers *Evariste* : toujours d'actualité !

Jean Fromentin & Nicole Toussaint..... 87

Des étudiants aux Journées Nationales à Rennes

Christophe Rivière 90

Mes premières Journées Nationales

Matthieu Boutier 94



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr