

Le bulletin de l'APMEP - N° 552

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Avril, mai, juin 2024

Automat(h)ismes



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint le BGV n° 236
spécial « Journées Nationales »

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : juin 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSISSE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin



Automatismes ou automathismes ?

L'objectif fait l'unanimité : installer le plus possible d'automatismes dans la tête de nos élèves de façon à ne pas encombrer la mémoire de travail par des calculs élémentaires. L'apport des neurosciences cognitives sur le fonctionnement de nos mémoires et, en particulier de la mémoire de travail, est très éclairant.

Éric Trouillot

Plusieurs paradoxes se cachent derrière la question des automatismes en mathématiques, notamment dans le domaine de la relation aux nombres et aux opérations. Je vais limiter le périmètre de cet article à la partie calcul, sachant que c'est souvent à ce domaine que le grand public fait référence quand on évoque la question des automatismes. Mais la communauté mathématique sait bien que cette vision est réductrice et que les automatismes sont utiles et indispensables dans tous les domaines mathématiques, que ce soit l'algèbre, la géométrie, l'analyse, les statistiques, les probabilités, etc.

La mémoire de travail est une sorte de porte d'entrée du cerveau qui est limitée dans la gestion du nombre d'informations et dans la durée de stockage. D'où l'importance d'avoir des informations déjà en stock dans des mémoires à long terme, des faits automatisés en calcul, de façon à soulager cette mémoire de travail. C'est la régularité et la répétition de situations d'apprentissage qui va faciliter l'installation de faits numériques automatisés, un peu à l'image des premiers apprentissages de l'enfant comme la marche, le langage, le vélo...

La véritable question est : comment procède-t-on pour installer ces automatismes que l'on sait si importants ?

Le mot automatisme est problématique par sa proximité sémantique avec automatique et automate. Elle nous rapproche inconsciemment de l'idée que posséder des automatismes, c'est juste

fonctionner comme une machine dénuée de réflexion. Et voilà un premier paradoxe, la maîtrise d'un automatisme va inciter à l'utiliser et peut-être à le sur-utiliser. Et cela va à l'encontre de la flexibilité mentale qui consiste à être capable de choisir entre plusieurs stratégies, éventuellement plusieurs automatismes, une forme d'efficacité mentale avec du raisonnement. Un exemple vécu actuellement avec mes élèves de Troisième : l'automatisation de la procédure de la double-distributivité est un cap important dans les premiers apprentissages du calcul littéral. Or, quelle n'est pas ma surprise, depuis tant d'années, de constater que de nombreux élèves cherchent à appliquer cette nouvelle procédure à un calcul numérique simple avec des parenthèses, en oubliant la démarche naturelle des priorités opératoires, pourtant appliquée depuis des années. Un calcul du type $(8 + 12) \times (3 + 7)$ va devenir $8 \times 3 + 8 \times 7 + 12 \times 3 + 12 \times 7$, un bon exemple du conflit mental entre recherche de l'installation d'un automatisme procédural et flexibilité mentale. L'idée qu'il suffit d'apprendre par cœur des automatismes, qui vont ensuite s'installer automatiquement dans un coin du cerveau et qui seront ensuite à disposition permanente naturellement et au bon moment, commence à se fissurer. Elle est cependant encore bien présente dans le grand public : le calcul, c'est un truc où il faut déjà commencer par apprendre par cœur et tu réfléchis après... Un peu caricatural, mais pourtant encore en action avec la multiplication et les fameuses tables, et ce, depuis des générations. L'éclairage des neurosciences cognitives





confirme exactement le contraire : le cerveau a besoin de comprendre pour apprendre, mémoriser puis automatiser. C'est donc exactement le fonctionnement inverse de l'image « grand public » : c'est une pratique régulière et répétitive de situations d'apprentissage de calcul mental réfléchi qui mène à la construction des automatismes. Les automatismes sont normalement la fin du processus et non un préalable !

Des automatismes, oui mais pourquoi ?

Pour un enfant, réciter les tables de multiplication de façon fluide, sans erreur et rapidement, est un beau challenge. Est-ce pour autant un but en soi ? Imagine-t-on un virtuose du piano maîtrisant ses gammes de façon parfaite sans chercher à interpréter de grands auteurs ou un virtuose du ballon enchaînant les automatismes techniques au pied ou avec les mains ne cherchant pas un prolongement de ses talents dans un collectif sportif ? La réponse est dans la question ! Ces automatismes, en musique, en sport ou en mathématiques ne sont eux-mêmes que des outils. Pour les maths, l'objectif est la résolution de problèmes. Faire des maths, c'est résoudre des problèmes. À l'image de l'outil dans la caisse à outils, l'automatisme n'est qu'un élément du répertoire mental au service de la résolution de problèmes. D'où l'importance de construire ces automatismes sur des bases de sens en créant des réseaux. Un répertoire mental est un réseau de liens entre les nombres à l'aide des opérations, des liens additifs, soustractifs, multiplicatifs et divisifs. Année après année, avec de la régularité dans les pratiques, ce répertoire mental va s'enrichir et prolonger les réseaux avec de nouvelles connaissances. À l'image de l'organisation du cerveau en réseaux de neurones, plus la caisse à outils se remplit et plus l'élève disposera d'outils qu'il devra ranger et apprendre à utiliser pour résoudre des problèmes. Bien sûr, les maths ne se limitent pas à l'aspect calcul, mais force est de constater qu'une grande partie des problèmes abordés à l'école primaire sont en lien avec les nombres et les quatre opérations.

Des automatismes, oui mais comment ?

Le cerveau tâtonneur

Ce répertoire mental se construit dès les premières années de la vie, même dès les premiers jours pour de nombreux neuroscientifiques. Avec de l'observation, de la comparaison visuelle puis plus tard du comptage, le cerveau teste. Beaucoup de tests et de tâtonnements seront nécessaires pour développer un ressenti et une intuition pour aller vers un sens du nombre puis des opérations. Le cerveau est un organe testeur qui semble valider à la suite d'une succession d'invalidations. Pas de méthode experte, tout le contraire, avec une place centrale dans cette démarche pour l'erreur. Cette dernière n'est qu'un maillon normal, nécessaire pour construire son champ de connaissances. Il est certain que l'image de l'erreur, considérée pendant des générations comme une faute, et non comme une étape naturelle d'un processus, est encore prégnante et peut poser problème pour la construction de ces automatismes. En effet, un enfant ressent très vite s'il a « le droit » de se tromper ou pas, et si l'adulte ne laisse pas de place à l'erreur, l'enfant ne communiquera que s'il est certain de sa réponse, et évitera même de répondre sinon. C'est tout le contraire qu'il faut favoriser et mettre en place.

La verbalisation, la répétition

Autre dimension fondamentale dans un cadre d'apprentissage, la verbalisation. Les habitudes écrites prises, génération après génération, à l'école, avec une place centrale donnée aux techniques opératoires, n'ont pas laissé une place suffisante dans les pratiques pédagogiques à la verbalisation. Elle fut trop souvent cantonnée à la récitation de faits numériques appris par cœur, comme les célèbres tables de multiplication ou d'addition. Cette culture de la verbalisation du raisonnement, avant le passage à l'écrit, axée sur l'écoute des autres et de différentes procédures, est en train de s'installer dans les classes. En



mettant un haut-parleur sur la pensée de celui ou celle qui explique sa démarche, cela permet à chacun, avec une véritable dimension collaborative, d'enrichir ses connaissances. En comparaison, les pratiques écrites, plus individuelles, ne favorisent pas cet enrichissement. Le « Ah ouiiii » entendu lors de séances collectives à l'oral en est une belle illustration, c'est la première étape d'un long chemin qui conduira à un automatisme. Il faudra rencontrer plusieurs fois cette information, la répétition étant un autre pilier porteur dont le cerveau a besoin pour stabiliser une information. Après une dose de répétitif, le « Ah ouiiii » initial changera de statut et deviendra alors une connaissance. Dans les apprentissages, le répétitif rime souvent avec rébarbatif, mais c'est à nous de l'habiller différemment pour le rendre attractif. Le jeu est évidemment une des pistes mais la forme est également importante. Les répétitions de calculs presque identiques sur des pages entières ne font pas rêver, bien au contraire. Cela favorise la vitesse d'exécution, souvent au détriment du sens. Il est plus judicieux de réduire la quantité et de l'espacer dans le temps pour une plus grande efficacité pédagogique.

La mémorisation

On a longtemps pensé, et c'est encore partagé aujourd'hui, que l'installation d'automatismes numériques et opératoires ne pouvait être atteinte qu'avec des heures d'apprentissage par cœur. Tout enseignant le sait bien, ça ne fonctionne pas pour de nombreux élèves, ceux justement qui n'ont pas encore construit les fondations du sens du nombre et des opérations. On oublie donc le « c'était mieux avant », le cerveau a besoin de comprendre pour mémoriser de façon durable, sinon la fonction « oubli » se met en marche ! Il faut donc construire les futurs automatismes avec des pratiques pédagogiques où le sens est toujours présent, avec du test/tâtonnement et de la verbalisation, peut-être les composants essentiels à la construction de ce sens. C'est donc la pratique régulière du calcul mental réfléchi qui mène aux automatismes, et non pas l'inverse ! En revanche,

il ne faut pas s'interdire en accompagnement un travail de mémorisation active, type apprentissage par cœur, mais en aucun cas en amont ou en préalable, et plutôt vers la fin du processus, de façon à consolider des connaissances construites.

Un piège : le répétitif type gamme

Dans la construction de ces automatismes, un autre piège nous guette. Il y a souvent confusion sur la place, évoquée dans le paragraphe précédent et sur les modalités du nécessaire travail répétitif. Une de ces modalités est la mise en place de gammes, classique travail de répétition que nous avons tous vécu. L'exemple emblématique en est ces batteries d'exercices calculatoires répétitifs et quasi identiques que l'on retrouve dans de nombreux cahiers de calcul et livres scolaires de mathématiques. Le quantitatif semble le paramètre principal en laissant peu de place au qualitatif. Pour être efficace, de nombreuses études en neurosciences le confirment, le travail répétitif devrait s'étaler et s'espacer dans le temps pour se rapprocher de la régularité. Il est trop souvent mis en scène dans un laps de temps court, avant de passer à une autre leçon. C'est donc la régularité des pratiques sur le temps long qui doit donner force à la répétition.

Pour que les automatismes deviennent *automathismes*, une clé : le plaisir

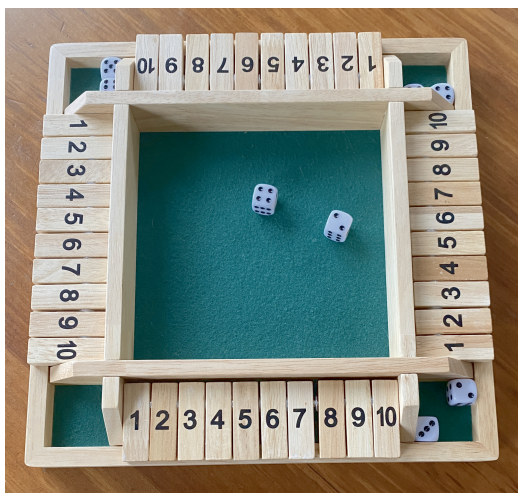
Pour installer la répétition dans la durée et donc l'associer à la régularité, pour donner envie de répéter, la dimension plaisir est l'indispensable complément à cet édifice. Là où la sonorité et le toucher d'un instrument de musique appellent le musicien à jouer, là où l'appel du ballon est trop fort pour le sportif, le jeu, par le plaisir qu'il suscite, va attirer l'élève vers le monde des mathématiques. Être acteur, faire des choix est une force pédagogique majeure du jeu. Générer des émotions positives est aussi un paramètre important, l'image des mathématiques n'en sera que plus belle. Enfin la dimension mathématique pour un



Le jeu se cache souvent derrière la combinatoire qui forme avec l'aléatoire un binôme d'ingrédients importants pour le cocktail jeu. Peut-être même que le plaisir est une alchimie particulière, propre à chacun, de ces différents paramètres. Pour la partie calcul, mais c'est vrai dans d'autres domaines, la régularité et la répétition de pratiques ludiques sont également fondamentales pour permettre à chacun de stabiliser des connaissances. Il est plus judicieux d'un point de vue pédagogique pour favoriser les progrès des élèves de choisir quelques jeux et d'installer une pratique régulière, plutôt que de changer de jeu en permanence.

Un jeu en exemple : Shut the box

Ce jeu peut se jouer dès 5 ans et sans limite suivant le plaisir qu'on y prendra. À la base, *Shut the box* est un jeu né dans les pubs anglais, très apprécié par les marins, conçu pour l'apéritif ! Mais son détournement pédagogique s'est révélé très intéressant. En effet, il est à la fois très simple et d'une redoutable efficacité. Pratiqué en CP, CE1 et même GS, il permet, confirmé par de nombreux professeurs des écoles, d'automatiser notamment les différentes décompositions du 10, un objectif de la classe de CP. Je présente ce jeu depuis plus de dix ans en conférence pédagogique, les retours des collègues sont unanimes : plaisir total combiné avec une automatisation des décompositions du nombre 10.



Le jeu Shut the box.

À partir d'un lancer de deux dés cubiques, il faut calculer la somme des deux nombres. On obtient alors un nombre entier entre 2 et 12. Le joueur relève alors parmi ses dix targettes de 1 à 10, la ou les targettes choisies, dont la somme est égale à celle obtenue par le lancer des deux dés. Sur la photo ci-dessus, je peux relever « 2 et 4 » ou « 1 et 5 » ou « 6 » tout seul, éventuellement « 1, 2 et 3 ». Dans la plupart des situations, le jeu incite à décomposer le nombre obtenu entre 1 et 12 sous la forme d'une somme de deux nombres entiers compris entre 1 et 10. Puis, c'est au joueur voisin de jouer. Pour gagner, il faut être le premier à relever ses dix targettes. Au fur et à mesure que la partie avance, les joueurs relèvent des targettes, ce qui élimine des décompositions possibles et oblige à chercher d'autres décompositions du nombre-cible à décomposer. Sur la photo ci-dessus, si les targettes 4 et 6 sont déjà relevées, le jeu m'impose de chercher d'autres décompositions du 6 et me pousse vers la décomposition 1 + 5. Si on ne peut plus relever de targettes, on passe son tour.

Le constat est surprenant, voire paradoxal, c'est la régularité et la répétition de recherches de décompositions d'entiers entre 2 et 12 qui finalement permet aux élèves de stabiliser et d'automatiser les résultats de $9+1$; $8+2$; $7+3$; $6+4$; ... *Shut the box* met bien en scène cette idée de tests et tâtonnements raisonnés qui dans la durée vont conduire à installer des automatismes, le chemin va du calcul mental réfléchi vers le calcul mental automatisé. Comme souvent avec le jeu, les échanges entre les joueurs installent naturellement la verbalisation et l'apprentissage par des conseils entre pairs. Cela confirme une observation à grande échelle sur les jeux de type *Le compte est bon* : le travail de décomposition du nombre-cible, pratiqué de façon active, car l'élève est acteur de ses choix de nombres et d'opérations, permet l'installation de faits numériques automatisés classiques à l'endroit. En clair, avec *Shut the box*, c'est à force de décomposer de nombreuses fois 10, que va s'installer dans le répertoire mental de l'élève des liaisons automatisées entre $9+1$; $8+2$; $7+3$; $6+4$; ... et le nombre 10.



Conclusion

Dans cet article, j'ai essayé, à partir d'observations faites dans les classes sur des pratiques pédagogiques mettant en scène Régularité-Répétition-Verbalisation dans l'enseignement du calcul, de tisser des liens avec des travaux en neurosciences cognitives sur la question des automatismes.



De toute évidence, le fonctionnement du cerveau recèle encore de nombreux mystères. Mais l'apport de la recherche des laboratoires en neurosciences cognitives est déjà important. Il reste cependant encore du chemin avant de bien comprendre comment se construisent ces automatismes.

Cependant, après 150 ans de pratiques pédagogiques où la construction des automatismes était principalement axée sur une mémorisation de type par cœur de faits numériques et opératoires, le temps est venu de compléter, puis peut-être de dépasser, cette culture pour aller vers des *automathismes* construits dans la durée sur des bases de sens, et où le raisonnement avec calcul réfléchi et verbalisation des procédures deviendraient les axes majeurs, sans oublier l'indispensable touche plaisir apportée par le jeu.

Bibliographie

- [1] Denis Butlen. *Le calcul mental, entre sens et technique*. Presses universitaires de Franche-Comté, 2007.
- [2] Jean-Luc Berthier et al. *Les neurosciences cognitives dans la classe. Guide pour expérimenter et adapter ses pratiques pédagogiques*. esf - Sciences humaines, 2021.
- [3] Emmanuel Sander et al. *Les neurosciences en éducation*. Éditions Retz, 2018.
- [4] Stanislas Dehaene. *La bosse des maths : quinze ans après*. Odile Jacob, 2010.
- [5] Stanislas Dehaene. *Apprendre ! Les talents du cerveau, le défi des machines*. Odile Jacob, 2018.

Sitographie

- [6] Éric Trouillot. *Aujourd'hui on joue avec Shut the box*. 17 novembre 2020. 
- [7] Jeuxclic.com. *Jouer en ligne à Shut the box*. 2024. 



Éric Trouillot est professeur au collège Victor Hugo à Besançon. Il est également le créateur du jeu *Mathador*.

eric.trouillot@wanadoo.fr

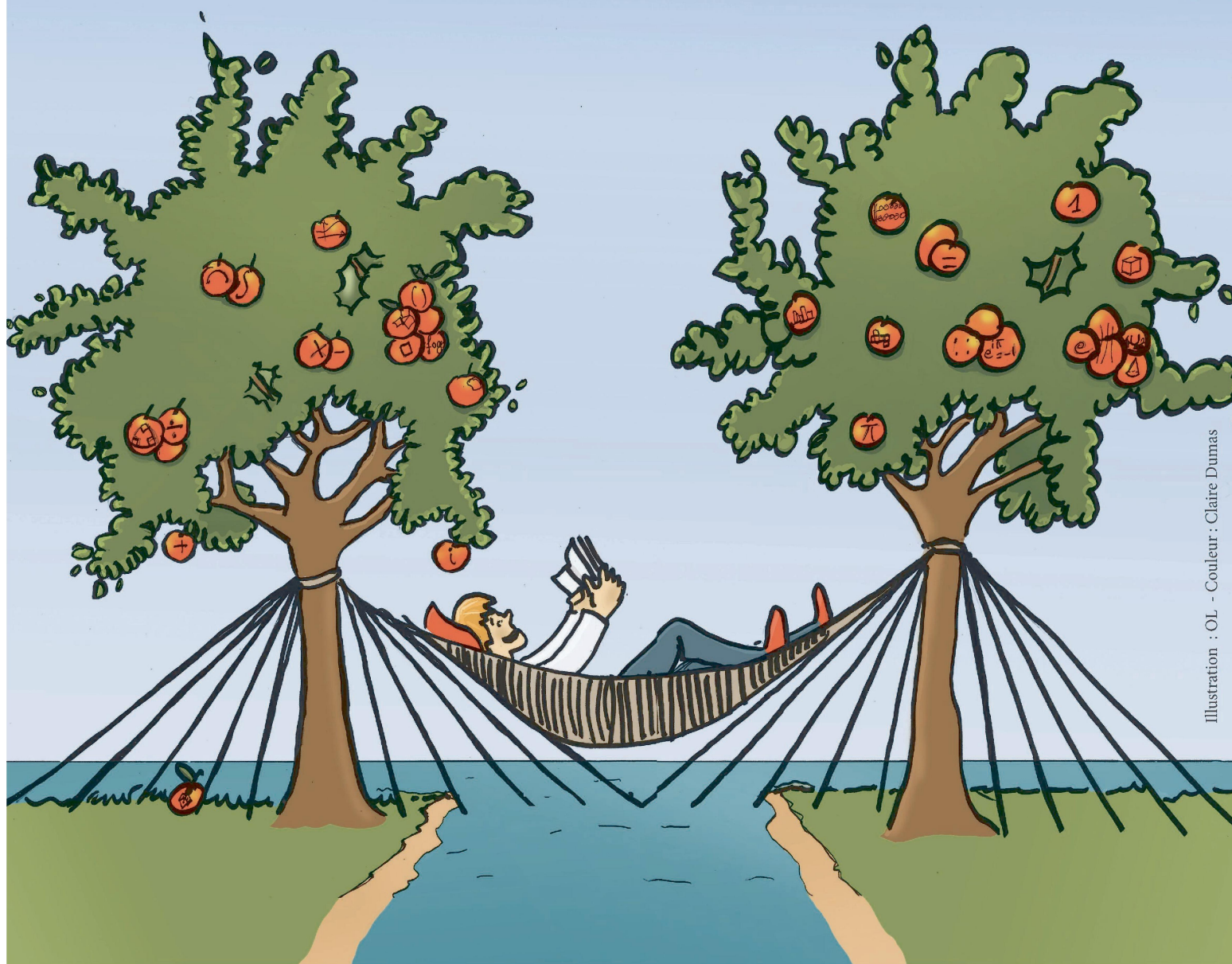
© APMEP Juin 2024

APMEP

19-22 oct
2024

Le Havre - Journées Nationales

LA NORMANDIE, UN HAVRE DE MATHÉMATIQUES



Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public
« De la maternelle à l'université »



Sommaire du n° 552



Automat(h)ismes

Éditorial

1

Fabrication de très grandes boîtes... la suite !

Florence Soriano-Gafiuk & Manuella Freyermuth 59

Opinions

✦ La parole au groupe « Fondamentaux et Automatismes »

Groupe « Fondamentaux et Automatismes » 3

Croisements de points de vue sur la mesure

Aurélié Chesnais & Valérie Munier 8

✦ Automatismes ou automathismes ?

Éric Trouillot 21

✦ Des Mises En TRAIN pour bien démarrer

Claire Piolti-Lamorthe & Sophie Roubin 26

Avec les élèves

✦ Des rituels en collège

Lydie El-Halougi 35

Double vue

Jean-Christophe Deledicq 39

✦ MathsMentales

Sébastien Coge 41

✦ MathALÉA : du nouveau !

Ève Chambon, Lydie El Halougi & Stéphane Guyon... 45

✦ Automatismes : un peu, beaucoup, passionnément...

Céline Bruel & Élise Locatelli 50

Ouvertures

La loi de Benford

Jean Lefort 56

La Grande Aventure des maths

C. Sakarovitch, G. Mulsant & M. Andler 65

Des bulles aux polyèdres

Richard Cabassut 71

Récréations

Au fil des problèmes

Frédéric de Ligt 75

Des problèmes dans nos classes

Valérie Larose 77

Au fil du temps

Hommage à Guy Brousseau

Éric Barbazo 79

Le CDI de Marie-Ange

Marie-Ange Ballereau 81

Matériaux pour une documentation 83

Les fichiers *Evariste* : toujours d'actualité !

Jean Fromentin & Nicole Toussaint 87

Des étudiants aux Journées Nationales à Rennes

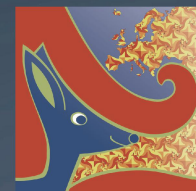
Christophe Rivière 90

Mes premières Journées Nationales

Matthieu Boutier 94



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr