

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2023

Grandeurs



# APMEP

## ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

***Au fil des maths***, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directrice de publication** : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

**Responsable coordinatrice de l'équipe** : Cécile KERBOUL.

**Rédacteurs** : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTEIX, Christine ZELTY.

**« Fils rouges » numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

**Illustrateurs** : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe TExnique** : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

**Maquette** : Olivier REBOUX.

**Correspondant Publimath** : François PÉTIARD.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Décembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau





# Des équations polaires à la trisection des angles

*Les équations polaires des courbes sont souvent plus simples que leurs équations cartésiennes et sont plus à même de donner à voir leurs propriétés géométriques. Une belle illustration est fournie par les courbes qui ont été utilisées pour tenter de résoudre le problème de la trisection des angles, en particulier les deux trisectrices de Nicomède et de Mac Laurin.*

**André-Jean Glière**

## Introduction

Dans l'enseignement secondaire, les droites, les cercles, les paraboles ou les hyperboles sont caractérisés par leurs équations cartésiennes. Les équations polaires ne sont introduites que dans le premier cycle universitaire ou en classes préparatoires. Or, pour de nombreuses courbes, les équations polaires sont plus simples que les équations cartésiennes et de surcroît, sont l'occasion d'interprétations géométriques plus aisées.

D'autre part, lorsque l'on s'intéresse à l'étude des courbes planes, on constate que les droites et les cercles sont des courbes incontournables, non seulement parce qu'elles participent à la construction de tant d'autres, qu'elles sont la matière première des trois problèmes de trisection des angles, de duplication du cube et de quadrature du cercle que les Grecs n'arrivaient pas à résoudre à la règle et au compas, mais aussi parce qu'elles ont la propriété remarquable d'être inverses l'une de l'autre.

Dans cet article, nous voulons précisément aborder un de ces problèmes à partir des équations polaires. Nous considérerons tout d'abord la droite et le cercle sous forme polaire comme deux courbes inverses l'une de l'autre. Puis, nous passerons très naturellement aux conchoïdes de droites que nous présenterons dans toute leur généralité et aux conchoïdes de cercles dont nous exposerons le cas particulier des limaçons de Pascal.

Enfin, et ce sera l'aboutissement et le point d'orgue de notre travail, nous terminerons par le célèbre problème de la trisection des angles « résolu » à la fois par l'astronome grec Nicomède il y a plus de 2 200 ans et par le mathématicien écossais Maclaurin au XVIII<sup>e</sup> siècle.

## La droite et le cercle, courbes inverses l'une de l'autre

### Équation polaire d'une droite non radiale

La droite  $\mathcal{D}$  ne passe pas par le point O. Elle est dite non radiale.

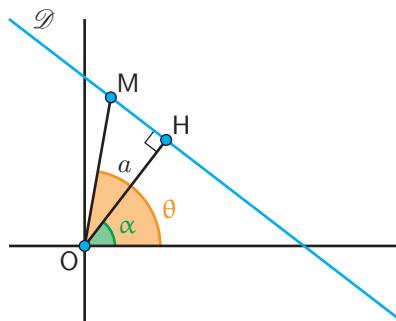


Figure 1.

Si les coordonnées polaires du point M de la droite  $\mathcal{D}$  sont  $(\rho, \theta)$ , alors  $OH = a = \rho \cos(\theta - \alpha)$ .

L'équation polaire de la droite  $\mathcal{D}$  est :

$$\rho = \frac{a}{\cos(\theta - \alpha)}.$$



Quitte à changer d'axes, on peut considérer la droite  $\mathcal{D}$  non radiale orthogonale à l'axe des abscisses, autrement dit considérer que l'angle  $\alpha$  est nul.

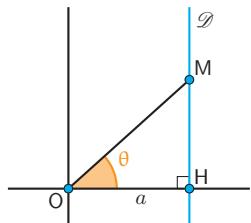


Figure 2.

Par conséquent, l'équation polaire d'une droite **non radiale** est :  $\rho = \frac{a}{\cos(\theta)}$  où  $a$  est la distance OH du point O à la droite  $\mathcal{D}$ .

## Équation polaire d'un cercle

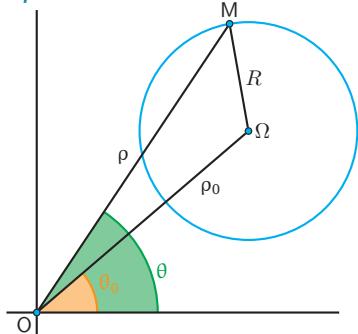


Figure 3.

Le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R$  a pour équation cartésienne :

$$(x - \rho_0 \cos(\theta_0))^2 + (y - \rho_0 \sin(\theta_0))^2 = R^2.$$

Autrement dit :

$$\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0) = R^2.$$

Quitte à changer d'origine ou d'axes, on peut successivement considérer que le cercle passe par le point O et que son centre  $\Omega$  se trouve sur l'axe des abscisses.

Par conséquent, son équation polaire devient :

$$\rho = 2R \cos(\theta - \theta_0) \text{ (figure 4)}$$

puis  $\rho = 2R \cos(\theta)$  (figure 5).

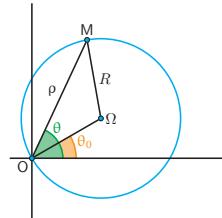


Figure 4.

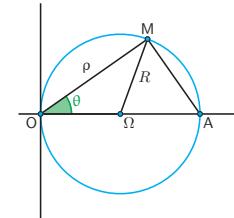


Figure 5.

L'équation polaire d'un cercle de diamètre  $a$  passant par l'origine (ou le pôle) O est donc :

$$\rho = a \cos(\theta).$$

## Deux courbes inverses l'une de l'autre

Ainsi que nous pouvons le remarquer, les équations polaires d'une droite non radiale et d'un cercle passant par le pôle sont, à un coefficient multiplicatif près, inverses l'une de l'autre. De façon plus précise, si l'équation polaire d'une droite est  $\rho = \frac{a}{\cos(\theta)}$ , où  $a$  est la distance de la droite au pôle, et celle d'un cercle  $\rho' = a' \cos(\theta)$ , où  $a'$  est le diamètre du cercle, alors le produit  $\rho \times \rho' = a \times a'$  est constant. Cette propriété remarquable s'interprète géométriquement. Pour cela nous devons faire appel à la notion d'inversion.

Deux points M et M' sont inverses l'un de l'autre par l'inversion  $i$  de pôle O et de rapport  $k$  (que l'on supposera ici positif) si et seulement s'ils sont alignés avec O et  $\overline{OM} \times \overline{OM'} = k$ . L'ensemble des points invariants de  $i$  est le cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon  $\sqrt{k}$ , appelé cercle d'inversion de  $i$ . Une construction élémentaire de l'inverse d'un point à partir du cercle d'inversion de rayon  $R = \sqrt{k}$  est donnée par la figure 6.

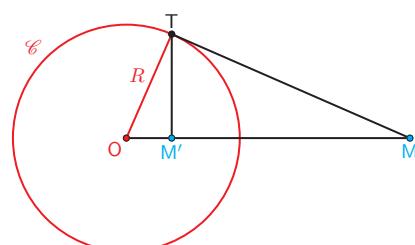


Figure 6.



## Des équations polaires à la trisection des angles

Par l'inversion  $i$  de pôle O et de rapport  $k$ , l'image de la droite ne passant pas par le pôle O et d'équation polaire  $\rho = \frac{a}{\cos(\theta)}$  est le cercle passant par le pôle et d'équation polaire  $\rho' = a' \cos(\theta)$ . Les deux constantes  $a$  et  $a'$  sont inversement proportionnelles puisque leur produit vaut  $k$ .

Dans la figure ci-dessous où le cercle d'inversion  $\mathcal{C}$  de centre O est dessiné en rouge, on constate ainsi que les diamètres  $a'$  des cercles croissent au fur et à mesure que les droites se rapprochent de O, autrement dit à mesure que leurs distances  $a$  au point O diminuent. À la limite, la droite passe par O,  $a = 0$ . Elle est alors globalement invariante car son image est un cercle de diamètre  $a'$  infini !

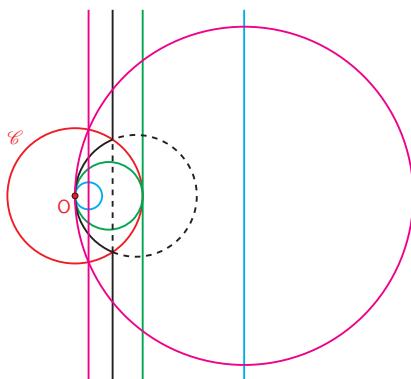


Figure 7.

Puisque l'inversion transforme un point à l'intérieur du cercle d'inversion en un point à l'extérieur et vice versa, remarquons que le segment noir à l'intérieur (en pointillés) a pour image l'arc de cercle noir en pointillés à l'extérieur et les deux demi-droites extérieures noires ont pour image l'arc de cercle noir à l'intérieur du cercle d'inversion.

Un petit exercice laissé au lecteur consiste à montrer que l'inversion d'écriture complexe  $f : z \mapsto \frac{1}{\bar{z}}$  transforme le cercle  $\mathcal{C}$  de centre A d'affixe  $i$  et de rayon 1 en la médiatrice de  $[OA]$ .

### Conchoïdes de droites et cercles

Le mot conchoïde<sup>1</sup> vient du grec *kogkhoeidēs* (*kog-khē* : coquille ; *eidos* : forme) qui signifie « en forme de coquille ». De manière générale, une conchoïde est une courbe obtenue à partir d'un point fixe O, appelé

pôle, d'une autre courbe  $\mathcal{C}$  et d'une distance  $b$ . Elle s'obtient en reportant sur chaque droite  $\mathcal{D}$  qui passe par O et qui coupe la courbe  $\mathcal{C}$  en M les points P et Q de la droite  $\mathcal{D}$  situés à la distance  $b$  de M.

La figure ci-dessous montre la conchoïde dessinée en rouge de l'ellipse  $\mathcal{E}$  tracée en bleu de pôle O et de module  $b = PM = MQ$ . Lorsque M décrit  $\mathcal{E}$ , les deux points P et Q situés à la distance  $b$  de M sur la demi-droite d'origine O et passant par M décrivent les deux boucles de la conchoïde.

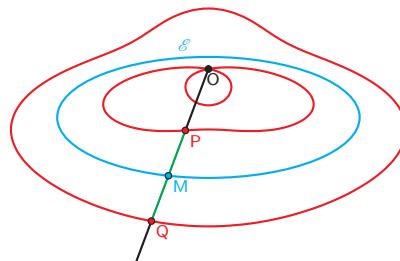


Figure 8.

### Les conchoïdes de droites

La première conchoïde connue est celle du mathématicien et astronome grec Nicomède. Contemporain d'Ératosthène, il aurait vécu entre 280 et 210 avant J.-C. Il l'aurait étudiée en cherchant à résoudre le fameux problème de la trisection des angles, dont nous reparlerons en fin d'article.

La conchoïde de la droite  $\mathcal{D}$  par rapport au point O et de module  $b$  s'obtient en reportant sur chaque rayon vecteur  $(OM)$ , où M décrit la droite  $\mathcal{D}$ , de part et d'autre de ce point, deux points P et Q tels que  $QM = PM = b$ .

Si la droite  $\mathcal{D}$  a pour équation polaire  $\rho = \frac{a}{\cos(\theta)}$  par rapport au pôle O, alors la conchoïde de Nicomède a naturellement pour équation polaire :

$$\rho = \frac{a}{\cos(\theta)} \pm b.$$

Nous remarquons non seulement que l'équation polaire est beaucoup plus simple que l'équation cartésienne :  $y^2(x - a)^2 = x^2(b + a - x)(b - a + x)$ , mais également que son expression rend intelligible la construction géométrique de la conchoïde de Nicomède.

1. Référence : Académie française



Dans la figure ci-dessous, nous avons représenté deux conchoïdes de la droite dessinée en bleu, l'une en rouge pour un module  $b$  plus petit que la distance du point O à la droite :  $b < a$ , l'autre en vert pour un module  $b$  plus grand que la distance du point O à la droite :  $b > a$ .

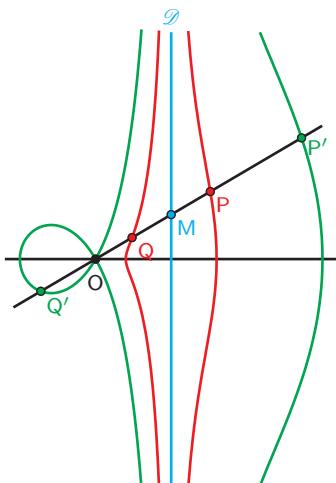


Figure 9.

Dans la figure ci-dessous (figure 10), on a représenté la conchoïde dans le cas particulier où  $a = b$ , donc d'équation polaire :  $\rho = \frac{a}{\cos(\theta)} \pm a$ .

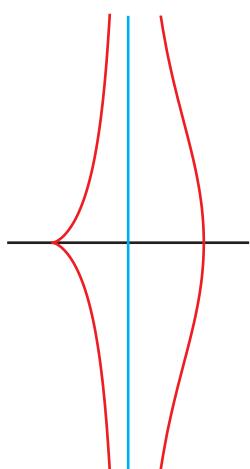


Figure 10.

Ainsi que le montrent les trois figures ci-après (11, 12 et 13), pour des valeurs petites de  $b$ , les deux branches de la conchoïde de Nicomède s'écartent assez peu de la droite et ont pour équation polaire :  $\rho \cong \frac{a}{\cos(\theta)}$ , tandis que, pour des valeurs importantes de  $b$ , les deux branches de la conchoïde

de Nicomède prennent la forme de deux demi-cercles centrés sur le pôle O et de rayon  $b$  et ont pour équation polaire :  $\rho \cong b$ .

$\frac{b}{a} = 0,25$	$\frac{b}{a} = 1$	$\frac{b}{a} = 2$
$\frac{b}{a} = 0,5$	$\frac{b}{a} = 1,5$	$\frac{b}{a} = 3$

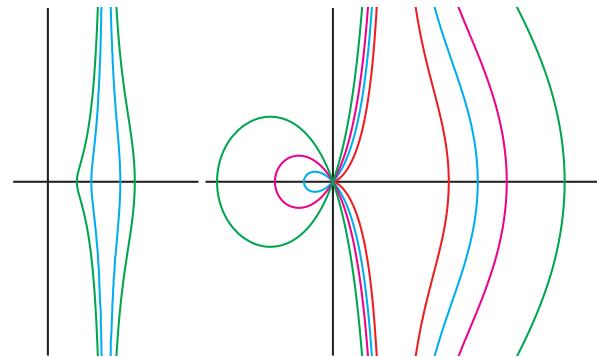


Figure 11.

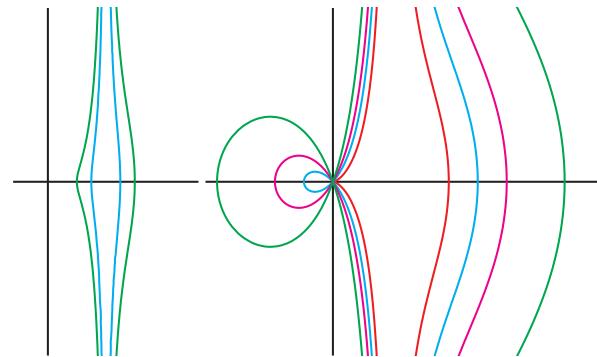


Figure 12.

$\frac{b}{a} = 3$	$\frac{b}{a} = 10$	$\frac{b}{a} = 20$
$\frac{b}{a} = 5$	$\frac{b}{a} = 15$	$\frac{b}{a} = 50$

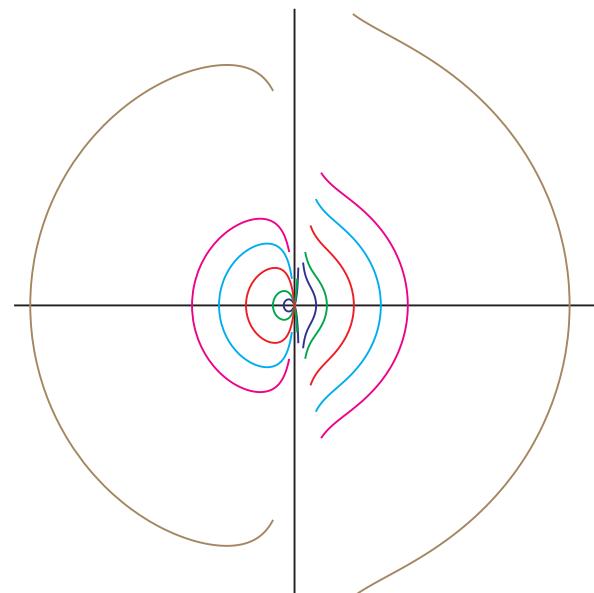


Figure 13.



## Des équations polaires à la trisection des angles

### Des conchoïdes de cercles particulières : les limaçons de Pascal

Une conchoïde d'un cercle par rapport à l'un de ses points est appelée un limaçon de Pascal. C'est apparemment Gilles Personne de Roberval (1602-1675) qui lui a donné ce nom en l'honneur de son ami Étienne Pascal (1588-1651). Le père du célèbre mathématicien et philosophe Blaise Pascal (1623-1662) l'a proposée en 1630 comme sujet d'étude au père Mersenne (1588-1648).

La conchoïde du cercle  $\mathcal{C}$  par rapport à un de ses points, ici le point O, et de module  $b$  est dessinée en rouge sur la figure ci-dessous. Elle s'obtient en reportant sur chaque rayon vecteur (OM), où M décrit le cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $a$  tracé en bleu, de part et d'autre de ce point, deux points P et Q tels que  $QM = PM = b$ .

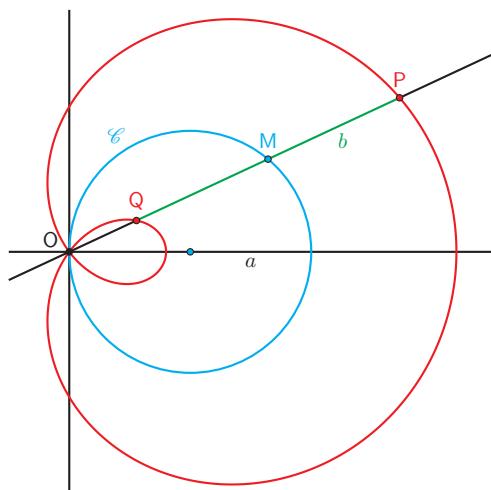


Figure 14.

Si le cercle  $\mathcal{C}$  a pour équation polaire

$$\rho = a \cos(\theta)$$

par rapport au pôle O, alors le limaçon de Pascal a naturellement pour équation polaire  $\rho = a \cos(\theta) \pm b$ . En fait, l'équation peut s'écrire plus simplement :

$$\rho = a \cos(\theta) + b.$$

Là encore, nous remarquons non seulement que l'équation polaire est bien plus simple que l'équation cartésienne :

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = b^2(x^2 + y^2),$$

mais aussi que son expression rend intelligible la construction géométrique d'un limaçon de Pascal.

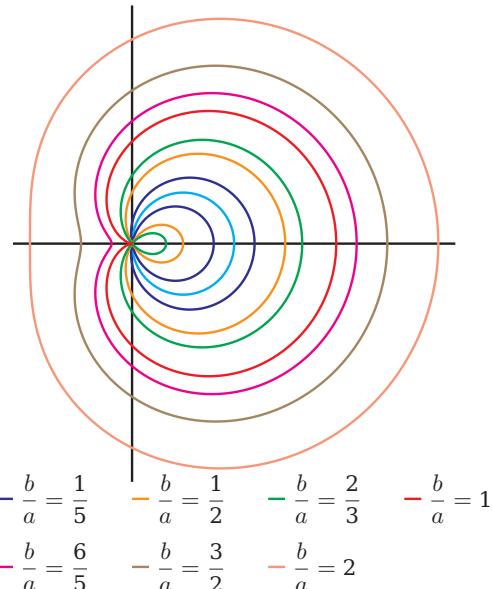


Figure 15.

Ainsi que le montre la figure 15, suivant les valeurs du rapport  $\frac{b}{a}$ , la forme du limaçon de Pascal change. La courbe faisant frontière entre les limaçons avec une boucle et ceux sans boucle est dessinée en rouge. Elle a la forme d'un cœur et, pour cette raison, s'appelle une cardioïde. Ses deux paramètres  $a$  et  $b$  sont égaux et son équation polaire est  $\rho = a \cos(\theta) + a$ .

Les deux figures suivantes présentent les cas extrêmes d'une conchoïde du cercle bleu. Comme le montre la figure 16, pour des valeurs grandes de  $\frac{b}{a}$ , ici 5, le limaçon de Pascal qui a pour équation polaire :  $\rho \cong b$ , ressemble à un cercle (tracé en rouge).

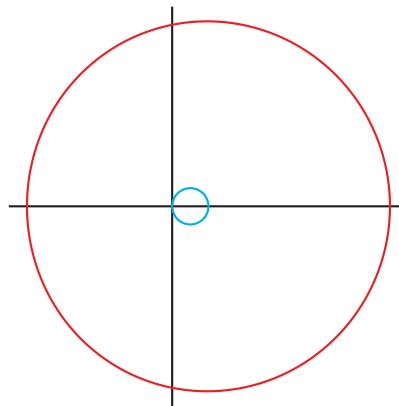


Figure 16. Le limaçon de Pascal pour  $\frac{b}{a} = 5$ .



La figure 17 montre un limaçon de Pascal à une boucle (en rouge) pour une valeur petite de  $\frac{b}{a}$ , ici  $\frac{1}{20}$ . Son équation polaire est :  $\rho \cong a \cos(\theta)$ . Les deux parties de la courbe se confondent avec le cercle bleu de la conchoïde.

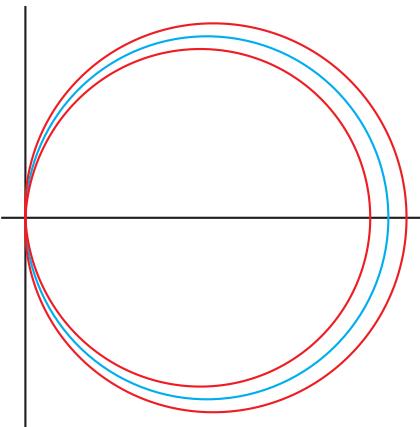


Figure 17. Le limaçon de Pascal pour  $\frac{b}{a} = \frac{1}{20}$ .

## Les trisectrices

### La trisectrice de Nicomède

Les conchoïdes de Nicomède sont des trisectrices. Elles permettent *a priori* de construire à la règle et au compas le tiers d'un angle donné. À chaque angle à triser correspond une conchoïde que l'on peut effectivement construire point par point à la règle et au compas.

Cependant, on devra lisser la courbe pour obtenir un tracé continu et surtout pour déterminer le point N, nécessaire à la construction de l'angle  $\delta$ , tiers de l'angle  $\alpha$  (voir figure 18). Le point N est donc un point approché.

La méthode est la suivante. On construit un triangle OHI rectangle en H, tel que  $\widehat{OIH} = \alpha$  soit l'angle à triser. On construit ensuite la conchoïde de la droite (IH) de pôle O et de module OI. Le cercle de centre I et de rayon OI coupe une branche de la conchoïde en M symétrique de O par rapport à I, et la seconde branche en un autre point N dont la construction ne peut être qu'approchée. L'angle trisécté est  $\widehat{NJI}$ , où J est le point d'intersection de (ON) et de (IH). On remarque que le module OI vaut aussi IM, NI ou NJ.

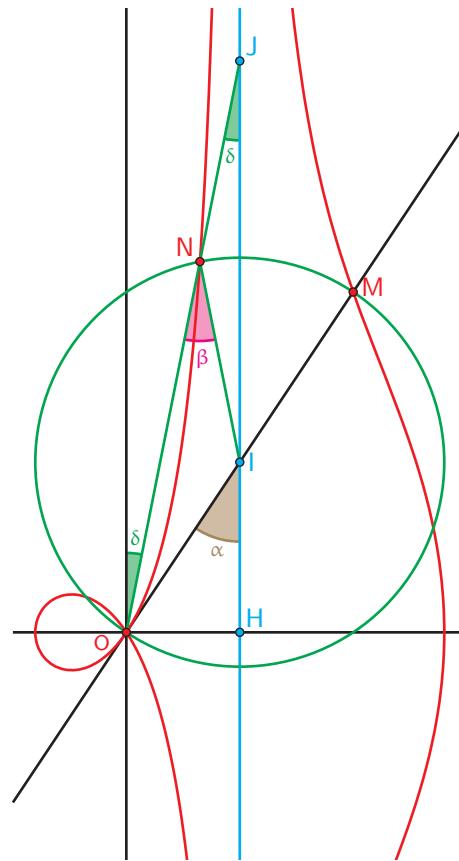


Figure 18.

La démonstration est aisée. Le triangle OIN étant isocèle, les deux angles  $\widehat{ONI}$  et  $\widehat{NOI}$  sont égaux à  $\beta$ . De plus les deux angles  $\alpha$  et  $\beta + \delta$  sont alternes internes, donc  $\alpha = \beta + \delta$ . D'autre part, l'angle inscrit  $\widehat{NOM}$  est égal à la moitié de l'angle au centre  $\widehat{NIM}$ . Enfin, comme le triangle NIJ est isocèle, les angles égaux  $\widehat{NIJ}$  et  $\widehat{NJI}$  valent  $\delta$  (angles alternes internes). Par conséquent  $\alpha + \delta = 2\beta$ . On tire facilement des deux égalités :  $\begin{cases} \alpha = \beta + \delta \\ \alpha + \delta = 2\beta \end{cases}$  la valeur de l'angle  $\alpha$  en fonction de l'angle  $\delta$  :  $\alpha = 3\delta$ . L'angle trisécté de  $\widehat{OIH}$  est donc bien l'angle  $\widehat{NJI}$ .

### La trisectrice de Maclaurin

Une autre trisectrice célèbre est celle du mathématicien écossais Colin Maclaurin (1698-1746), auteur d'un livre de géométrie *Geometria organica* dans lequel il présente la théorie des polaires, d'une théorie des marées et en 1742 d'un volumineux *Treatise of fluxions* dans lequel il défend la théorie newtonienne.



## Des équations polaires à la trisection des angles

Soit un cercle de rayon  $4a$  et de centre A passant par l'origine O. Soit une droite passant par un point C situé à une distance  $2a$  de O et parallèle à la tangente au cercle en O, ainsi qu'on peut le lire sur la figure 19. Une droite passant par O coupe le cercle en P et la droite en R. Lorsque la droite pivote autour de O, le milieu M de [PR] décrit une courbe appelée trisectrice de Maclaurin.

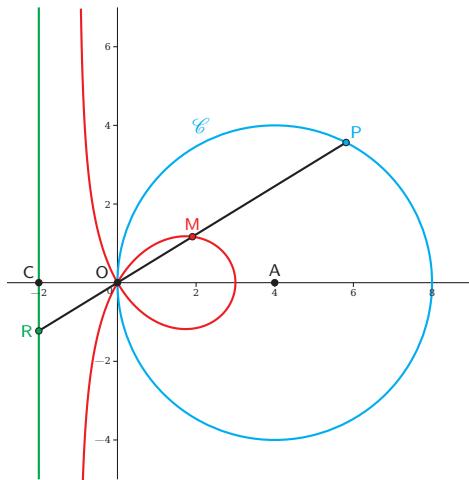


Figure 19.

Le cercle a pour équation polaire  $\rho = 8a \cos(\theta)$  ; la droite a pour équation polaire  $\rho = \frac{2a}{\cos(\theta + \pi)}$  ; la trisectrice de Maclaurin a donc pour équation polaire :

$$\rho = 4a \cos(\theta) - \frac{a}{\cos(\theta)}.$$

Avant de montrer que la courbe de Maclaurin permet la trisection d'un angle, étudions le problème inverse et observons qu'il est très facile de construire à la règle et au compas le triple d'un angle donné. En effet, si l'angle à tripler est l'angle  $\widehat{BOP}$ , on constate sans problème que la solution est l'angle  $\widehat{QBM}$  (figure 20).

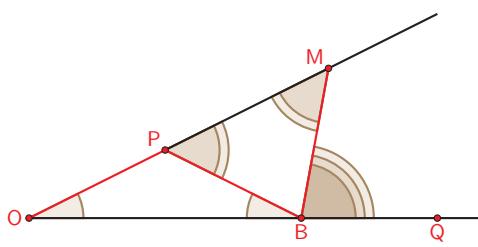


Figure 20.

Si maintenant on veut retrouver l'angle  $\widehat{BOP}$  noté  $\theta$  lorsque l'on connaît l'angle à triser  $\widehat{QBM} = 3\theta$ , il faut pouvoir caractériser le point M. Montrons que ce point M appartient précisément à une trisectrice de Maclaurin. Dans le triangle BOM de la figure précédente, appliquons la règle des sinus :

$$\frac{OM}{\sin(\pi - 3\theta)} = \frac{OB}{\sin(2\theta)} \Leftrightarrow OM = OB \times \frac{\sin(3\theta)}{\sin(2\theta)}.$$

Or  $\sin(3\theta) = 3 \sin(\theta) - 4 \sin^3(\theta)$ , donc :

$$\begin{aligned} OM &= OB \times \frac{3 \sin(\theta) - 4 \sin^3(\theta)}{\sin(2\theta)} \\ &= OB \times \frac{3 - 4(1 - \cos^2(\theta))}{2 \cos(\theta)}. \end{aligned}$$

En posant  $OB = 2a$ , il vient :

$$OM = 4a \left( \cos(\theta) - \frac{1}{4 \cos(\theta)} \right).$$

Le point M appartient donc à la trisectrice de Maclaurin définie plus haut.

La construction du trisécté d'un angle en découle.

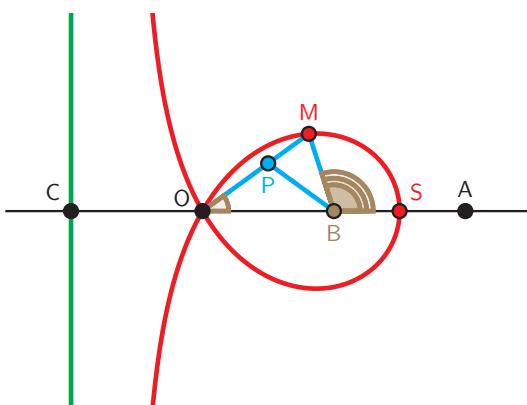


Figure 21.

On construit la trisectrice de Maclaurin de paramètres  $OA = 4a$  et  $OC = 2a$ . On place le point B symétrique du point C par rapport à O. Ainsi  $OB = 2a$ . Le point S vérifie  $OS = 3a$ . On place l'angle à triser avec un sommet en B et un côté sur la demi-droite [BA]. L'autre côté de l'angle coupe la trisectrice en un point M.



Le trisécté est alors l'angle  $\widehat{BOM}$ .

Pour s'en convaincre, on dessine les deux triangles isocèles  $PBM$  et  $OBP$ . D'après la démonstration précédente qui peut se lire dans les deux sens, on en déduit alors que le trisécté de l'angle  $\widehat{SBM}$  est l'angle  $\widehat{BOP}$ .

Comme la conchoïde de Nicomède, la trisectrice de Maclaurin est construite à la règle et au compas, mais elle ne permet pas non plus une trisection des angles rigoureuse. Elle doit être en effet lissée pour obtenir le point approximatif  $M$ , nécessaire à la construction du tiers de l'angle donné.

## Conclusion

Comme on l'a vu, l'inversion, couplée aux équations polaires, joue un rôle fondamental dans la mise en relation des courbes entre elles. Il est ainsi élémentaire de démontrer que l'inverse d'une parabole par rapport à son foyer est une cardioïde, et de manière générale que celle de coniques par rapport à leurs foyers sont des limaçons de Pascal. L'hyperbole équilatère n'échappe pas à cette propriété, mais si on l'inverse par rapport à son centre, elle a pour image une lemniscate (en rouge dans la figure ci-contre).

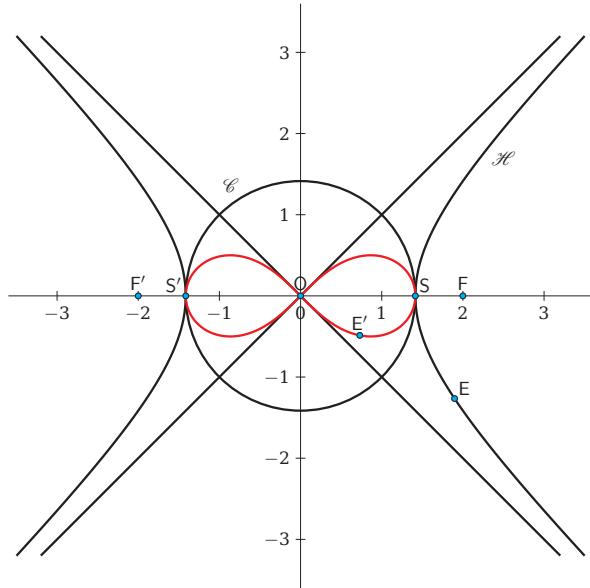


Figure 22.

Il est quand même dommage de se priver de si merveilleux outils dans l'enseignement secondaire. Pour l'heure, les lycéens devront se contenter du fabuleux site [MathCurve](#) qui recense un nombre incalculable de courbes en 2D, toutes données avec leurs équations polaires !



Ancien professeur en classes préparatoires, André-Jean Glière est titulaire d'une thèse sur l'histoire et l'épistémologie des nombres négatifs de d'Alembert à nos jours.

[gaj.math@numericable.fr](mailto:gaj.math@numericable.fr)

© APMEP Décembre 2023



# Sommaire du n° 550



## Grandeurs

### Éditorial

### Opinions

Hommage à Michel Soufflet

→ Estimer la mesure de longueurs à l'école élémentaire — Pascal Sirieix

→ Quel sens mathématique pour les grandeurs ?  
— Richard Cabassut

### Avec les élèves

→ Archimète au collège ? Eurêka ! — Henrique Vilas-Boas

→ Grandeurs et Démesures — Faustine Leclerc, Loubna Aït-Hatrit & Christine Garcia

→ Curvica — Jean Fromentin & Nicole Toussaint

Scratchons l'escargot ! — Claire Pradel

Voyage mathématique en Égypte ancienne  
— Françoise Marchesseau

### 1 Ouvertures

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un décimal 50  
— François Boucher

3 Des équations polaires à la trisection des angles 56  
— André-Jean Glière

4 → Boucle d'or et les modèles en barres — Christine Chambris 64

### 10 Récréations

19 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 74

Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 77

### 19 Au fil du temps

25 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 79

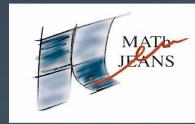
33 Matériaux pour une documentation 81

37 → Les maths en Quatrième à partir des grandeurs 87  
— Romain Boucard

44 Un regard du xix<sup>e</sup> siècle sur les mathématiciennes 91  
— Michel Sarrouy



CultureMATH



# APMEP

[www.apmep.fr](http://www.apmep.fr)