

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2023

Grandeurs



APMEP

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTEIX, Christine ZELTY.

« Fils rouges » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe TExnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

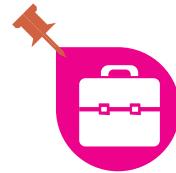
Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Décembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau





Curvica

20 ans après, et toujours d'actualité ! L'équipe d'Au fil des maths sort des tiroirs de l'association l'article « Curvica, ou : est-il possible que des élèves confondent encore aire et périmètre après une telle activité ? » paru dans la rubrique « Jouons le jeu » de la revue PLOT¹ À (re-)découvrir ! Nicole Toussaint décrit l'activité qu'elle proposait à ses élèves.

Jean Fromentin & Nicole Toussaint



Les concepts d'aire et de périmètre posent problème à la majorité des élèves arrivant au collège, et cela perdure pour beaucoup d'entre eux jusqu'en Troisième, voire au-delà.

L'activité qui figure dans la brochure *Jeux 5*² et que j'utilise en classe entière lorsque j'ai une classe de Sixième ou de Cinquième, ou en « remise à niveau » avec des groupes peut permettre à certains élèves de mieux s'approprier chacune des deux notions du fait que cette activité les fait fonctionner de concert. Elle nécessite au moins deux séances pour les élèves les plus lents. Les plus rapides peuvent, en attendant que les autres

aient terminé l'activité purement mathématique, chercher à faire des « napperons » proposés en accompagnement dans la brochure.

Ce puzzle a été inventé sur la base de jeux de juxtaposition constitués de pièces qu'on ne peut accoler qu'en faisant se correspondre les mêmes couleurs ou les mêmes nombres (carrés de Mac Mahon par exemple, jeu qui figure dans la brochure *Jeux 6*³). Voici la présentation qui figure dans *Jeux 5* :

Les jeux de juxtaposition, *Domino*, *Trioker*, *Carrés de Mac Mahon*, ..., utilisent comme règle de juxtaposition l'identité : même nombre de points ou même couleur. Est-il possible que la règle de juxtaposition ne soit pas l'identité ? C'est la recherche de la réponse à cette question qui a donné naissance au jeu « Curvica » (« carrés » dont les côtés sont incurvés). Une règle de juxtaposition qui n'est pas l'identité doit être de toute façon une involution : bijection égale à sa réciproque. Dans ce jeu, le caractère « bombé » correspond au caractère « creusé » et réciproquement, et le caractère « droit » correspond à lui-même. Ce jeu permet de réaliser toute une série de figures, des « napperons », utilisant les vingt-quatre pièces du jeu.

1. PLOT (Partager, Lire, Ouvrir, Transmettre). Nouvelle série. N° 2. p. 12-14. 2003. APMEP.

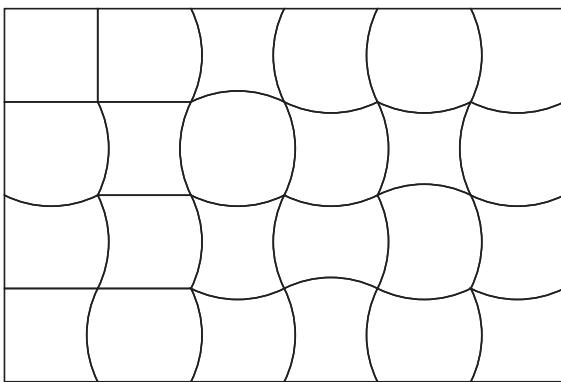
2. *Jeux 5*. Des activités mathématiques au collège. APMEP Groupe JEUX. Brochure n° 119.

3. *Jeux 6*. Des activités mathématiques pour la classe. APMEP Groupe JEUX. Brochure n° 144.

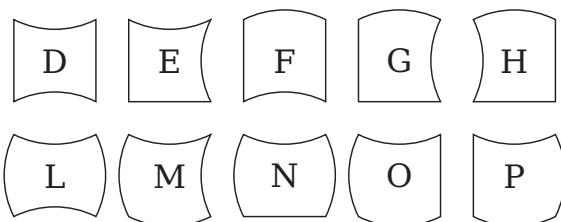


Voici donc le déroulement de cette activité.

1. Je distribue à chaque élève (ou par groupe de deux) la planche de vingt-quatre pièces du *Curvica* telle qu'elle est donnée dans la brochure :

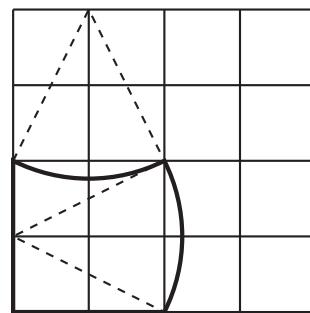


Je distribue également la page qui décrit l'activité et sur laquelle figurent toutes les pièces classées et portant chacune une lettre pour les identifier et mieux communiquer avec les élèves. En voici un extrait⁴ :



Les élèves doivent d'abord repérer chacune des vingt-quatre pièces par leur « nom », et ce n'est déjà pas un travail facile pour certains, d'autant plus que les pièces ne se présentent pas forcément sur leur feuille dans le même « sens » que sur la feuille de référence : il est possible à cette occasion de parler de symétrie orthogonale [les pièces qui admettent un, deux ou quatre axes de symétrie, celles qui se correspondent par symétrie axiale (car, justement, les pièces ne sont pas retournables)], le « demi-tour » (bien souvent, la symétrie centrale n'a pas encore été vue), le quart de tour (la rotation est au programme de Troisième).

Signalons par ailleurs que ce jeu peut aussi servir de base à une activité géométrique de construction utilisant uniquement la règle et le compas sur papier quadrillé (voir l'exemple de la pièce H ci-dessous), chaque élève d'un groupe de quatre réalisant six pièces ; mais c'est une tout autre activité qui pourrait précéder celle qui nous intéresse ici⁵.



Avant le découpage des pièces, on prend soin de faire remarquer aux élèves le fait que l'assemblage des pièces dans le rectangle permet d'affirmer que la longueur d'un arc « bombé » par rapport à une pièce est la même que celle de l'arc « creusé » dans sa voisine. Bien évidemment, deux bords droits ont la même longueur. Cette remarque est utile car le découpage en courbe pose des problèmes à certains petits malhabiles avec des ciseaux et on se retrouve avec des pièces qui ont un petit « morceau en trop » alors que ce morceau va manquer à la voisine dans le rectangle.

On contrôle rapidement que toutes les pièces ont bien leur nom exact en écrivant au tableau les quatre rangées de six lettres ou mieux, on a préparé un transparent pour rétroprojecteur⁶ avec la planche de pièces sur laquelle on a mis les noms de chacune.

Chaque élève découpe alors ses vingt-quatre pièces identifiées (des enveloppes ont été distribuées pour le rangement ultérieur) et on peut commencer l'activité sur les périmètres.

4. Dans l'extrait présenté, on peut avoir l'impression que les pièces sont déjà regroupées selon leur périmètre, mais c'est un hasard. Pour l'ensemble des vingt-quatre pièces, c'est une logique de recherche méthodique liée aux caractéristiques des pièces (côtés bombés, creusés ou droits) qui a été présentée.

5. Ne pas faire cette partie reviendrait à enlever une bonne part de l'intérêt de l'activité.

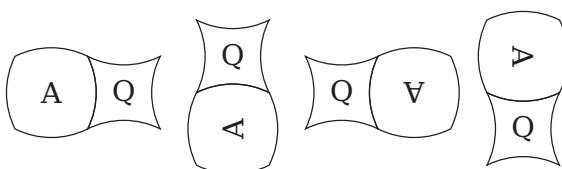
6. Les visualiseurs ont maintenant remplacé les rétroprojecteurs dans de nombreux établissements !



2. Pour classer par groupes les pièces ayant le même périmètre, il faut faire la différence entre aire et périmètre. Pour beaucoup, il est difficile d'admettre que les pièces A et Q ont le même périmètre !

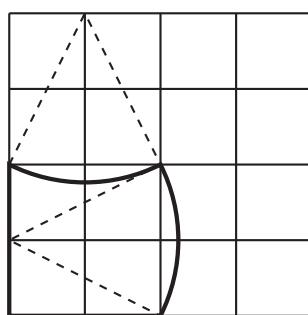


Pourtant, ils disent volontiers que le périmètre d'une pièce est la longueur du tour complet de la pièce, à savoir la somme des longueurs des quatre côtés. Je fais donc tourner, l'une contre l'autre, les deux pièces ci-dessus sur la plage du rétroprojecteur, en faisant le « tour complet » de chacune d'elles :



On peut comparer ainsi au rétroprojecteur d'autres pièces pour ceux qui n'auraient pas encore compris. On peut également aider certains élèves en écrivant le périmètre avec des « lettres », *c* désignant la longueur d'un côté courbe et *d* la longueur d'un côté droit. Ainsi, les pièces N et P ont comme périmètre $3c + 1d$.

Les élèves vont donc obtenir cinq groupes de pièces qu'ils doivent ranger dans l'ordre croissant de leurs périmètres. C'est alors qu'il faut attirer leur attention sur l'exemple de construction des arcs proposé sur la feuille accompagnant l'activité :



Il est aisément d'expliquer, sur ce dessin, qu'en remplaçant un côté droit par un côté courbe, on augmente la longueur du périmètre de la pièce. Ayant maintenant leurs cinq paquets de pièces rangés dans l'ordre croissant des périmètres, les élèves vont noter ce rangement dans un tableau sur leur cahier en écrivant les noms des pièces dans cinq colonnes.

3. Et maintenant, il faut en faire autant pour les aires !

C'est un peu plus difficile : si des élèves ont besoin d'aide (et il y en a toujours !), je fais partir de l'observation du carré (pièce I) et des pièces J et K par exemple.



Dans la pièce J, le petit morceau qui dépasse du carré vient « en plus » : l'aire de la pièce J est donc légèrement supérieure à l'aire de la pièce I, tandis que pour la pièce K, c'est le contraire, donc son aire est légèrement inférieure à celle de la pièce I. On procède de même avec des pièces qui ont deux morceaux en plus ou en moins, etc.

Oui, mais ... ce procédé ne « marche pas » pour toutes les pièces !

Prenons l'exemple de la pièce N : il va falloir « découper mentalement » le petit morceau qui dépasse du carré à droite et l'amener, tout aussi mentalement, pour combler le trou en haut et retrouver ainsi la forme de la pièce J ; donc les pièces N et J ont la même aire.



On continue le même procédé pour ranger toutes les pièces : cette question peut occuper entre quinze et quarante-cinq minutes selon les élèves. Comme pour les périmètres, les élèves vont écrire le résultat de leur rangement des pièces selon leurs aires croissantes dans un tableau à neuf colonnes.



4. La troisième question de l'activité : *Y a-t-il des pièces qui ont à la fois même aire et même périmètre ?* est très difficile à interpréter pour certains élèves. Bien souvent, ils veulent que deux pièces qui ont été classées ensemble dans la colonne 4 (par exemple) pour leur aire soient aussi ensemble dans la colonne 4 pour leur périmètre. À nous de gérer le problème sans donner la réponse ! Et s'ils ont surmonté la difficulté, on peut estimer que la partie est sur le point d'être gagnée.
5. La dernière consigne, enfin, devient très facile après avoir consigné par écrit les réponses aux questions précédentes. Il s'agit de faire un graphique avec des « cases » pour placer les pièces selon les périmètres et les aires croissants.



La réponse qui est indiquée dans *Jeux 5* permet ainsi de contrôler facilement ce que proposent les élèves.

En conclusion, je dirai que je prends un grand plaisir à proposer cette activité à des élèves chaque fois que je le peux. On y travaille uniquement les

concepts et c'est en cela qu'elle me plaît. Il faut en effet combattre l'introduction précoce des formules, notamment sur les périmètres ; il n'y a rien qui me désole autant que d'entendre des élèves de Troisième dire qu'ils ne se souviennent plus de la formule donnant le périmètre d'un triangle ! Avec cette activité, je pense faire faire de grands progrès à un certain nombre d'élèves ; malheureusement, la réponse à la question posée en sous-titre de cet article est « oui » !

Je pense aussi que cette activité est trop difficile pour les élèves de l'école primaire : il existe toutefois des puzzles plus faciles, type *Tangram* qui se prêtent bien à des activités de même type. La seule formule à laquelle on peut aboutir à ce niveau devrait être l'aire du rectangle, après avoir longuement travaillé le dénombrement de petits carrés. Quant à la formule du périmètre d'un rectangle, on peut facilement s'en passer en réfléchissant et en faisant des schémas : bien souvent mes élèves jusqu'en cinquième font encore « le tour » et je ne les empêche pas. C'est seulement lorsqu'ils auront à résoudre des problèmes avec les outils algébriques que les formules pourront s'avérer utiles, le concept de périmètre étant alors supposé acquis.



Jean Fromentin et Nicole Toussaint sont tous deux enseignants de mathématiques à la retraite, toujours très actifs au sein de l'APMEP et du groupe JEUX .

fromentin.jean@apmep.fr
nicoletoussaint@apmep.fr

© APMEP Décembre 2023

Sommaire du n° 550



Grandeurs

Éditorial

Opinions

Hommage à Michel Soufflet

→ Estimer la mesure de longueurs à l'école élémentaire — Pascal Sirieix

→ Quel sens mathématique pour les grandeurs ?
— Richard Cabassut

Avec les élèves

→ Archimète au collège ? Eurêka ! — Henrique Vilas-Boas

→ Grandeurs et Démesures — Faustine Leclerc, Loubna Aït-Hatrit & Christine Garcia

→ Curvica — Jean Fromentin & Nicole Toussaint

Scratchons l'escargot ! — Claire Pradel

Voyage mathématique en Égypte ancienne
— Françoise Marchesseau

1 Ouvertures

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un décimal 50
— François Boucher

3 Des équations polaires à la trisection des angles 56
— André-Jean Glière

4 → Boucle d'or et les modèles en barres — Christine Chambris 64

10 Récréations

19 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 74

Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 77

19 Au fil du temps

25 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 79

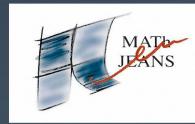
33 Matériaux pour une documentation 81

37 → Les maths en Quatrième à partir des grandeurs 87
— Romain Boucard

44 Un regard du xixe siècle sur les mathématiciennes 91
— Michel Sarrouy



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr