

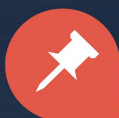
Le bulletin de l'APMEP - N° 549

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Juillet, Août, Septembre 2023

Faites parler les nombres ! ⁷



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents via une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2023-2024 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe TeXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Septembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Calcul sans peine

Voici un extrait d'un article paru le 1^{er} avril 2022 sur le site CultureMath , dans lequel Olivier Rioul nous dévoile en exclusivité les secrets qui lui ont permis de réussir sa carrière mathématique sans aucun effort !

Olivier Rioul

Comment simplifier une fraction¹

Tout le monde sait qu'on simplifie une fraction en barrant les chiffres qui apparaissent à la fois au numérateur (en haut) et au dénominateur (en bas). Par exemple, considérons la fraction $\frac{16}{64}$.

Un six (6) apparaît à la fois au dénominateur et au numérateur, simplifions-le : $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$.

Après simplification il reste $\frac{1}{4}$. On ne peut plus simplifier davantage ; on dit alors qu'on a obtenu cette fraction sous forme *réduite*.

Exercice

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{19}{95} ; \frac{26}{65} ; \frac{49}{98} ; \frac{20}{50} ; \frac{16\,666}{66\,664}$$

Comme le montre le dernier exemple ci-dessus, la méthode générale de simplification des fractions fonctionne pour des nombres à plus de deux chiffres.

Prenons un autre exemple : la fraction $\frac{3\,544}{7\,531}$.

Ici on peut simplifier par 5 car il apparaît à la fois en haut et en bas. Noter que les deux « 5 » se trouvent juste l'un en dessous de l'autre. On dit qu'ils occupent la *même position*. Après simplification, on obtient : $\frac{3\,544}{7\,531} = \frac{344}{731}$.

Attention : Une erreur courante chez les débutants est de croire qu'on peut encore simplifier par 3. C'est entièrement faux : en effet, vérifiez

directement que $\frac{344}{731} \neq \frac{44}{71}$.

La raison est que les deux 3 ne se trouvent pas juste l'un en-dessous de l'autre. On dit qu'ils occupent des *positions différentes*.

Comment calculer un carré

Souvent, les élèves débutants ont du mal à calculer de tête un carré d'un nombre plus grand que 15.

Ils savent que $12^2 = 144$ ou que $13^2 = 169$, mais ils butent sur des calculs plus difficiles comme :

$$21^2 \quad \text{ou} \quad 31^2.$$

La méthode de calcul est pourtant simple : il suffit d'inverser les chiffres et de les lire de droite à gauche au lieu de les lire de gauche à droite.

Par exemple, pour calculer 21^2 , il suffit de se souvenir que :

$$12^2 = 144$$

qui, lu de droite à gauche, donne :

$$21^2 = 441.$$

Comment développer un carré

Développer un carré rebute souvent les débutants. Un travers souvent constaté est d'écrire, par exemple :

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$

1. NDLR : nous vous suggérons aussi la lecture de l'article « La simplification du cancre » sur le site de l'académie de Lyon .



Bien que la tentation soit grande, *c'est entièrement faux*. En fait, on sait bien que $(a+b+c+d)^2$ donne un résultat plus grand que $a^2+b^2+c^2+d^2$. Le carré d'une somme n'est pas égal à la somme des carrés, mais bien à la somme des cubes. Prenons un exemple au hasard. On a bien

$$(2+4+1+3+5)^2 = 2^3+4^3+1^3+3^3+5^3.$$

L'élève sceptique pourra vérifier directement que ces deux expressions donnent le même résultat, à savoir 225. De même,

$$(4+1+7+2+6+5+3)^2 = 4^3+1^3+7^3+2^3+6^3+5^3+3^3$$

comme on peut le vérifier directement à la calculette.

Exercice

Développer les carrés des sommes suivants :

$$(3+1+0+2)^2$$

$$(4+6+8+3+1+5+2+7+9)^2$$

$$(12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1)^2$$

Comment calculer une somme de factorielles

C'est extrêmement simple. Si on veut, par exemple, calculer $1! + 4! + 5!$; ...inutile de calculer chaque factorielle et de faire la somme ! Il suffit d'enlever tous les signes « ! » et « + » et on obtient le résultat exact : $1! + 4! + 5! = 145$.

Exercice

Calculer $4! + 0! + 5! + 8! + 5!$

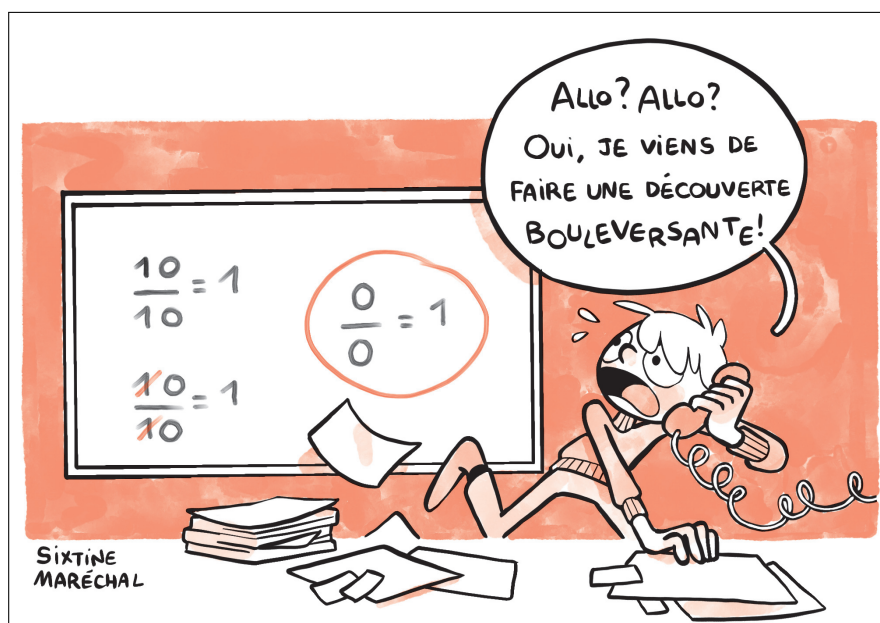
NDLR : Si vous souhaitez aussi parfaire vos compétences pour simplifier des puissances dans une fraction, simplifier une somme d'entiers consécutifs, simplifier une somme de carrés consécutifs, ou encore simplifier un produit d'entiers consécutifs, empresses-vous de lire en intégralité l'article d'Olivier Rioul paru sur CultureMath [▶](#) !

Et enfin, si vous aussi vous avez des méthodes infailibles pour réussir en maths, merci de les partager avec nous avant le prochain 1^{er} avril !

Olivier Rioul est professeur à Télécom Paris (Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau).

rioul@enst.fr

© APMEP Septembre 2023



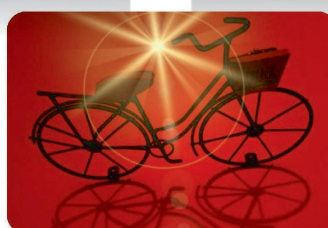
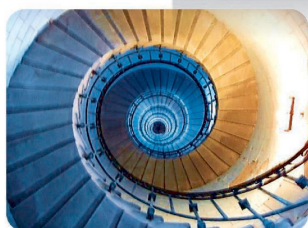


Journées Nationales
du 21 au 24 octobre 2023

Maths en



rennes



Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
« De la maternelle à l'université »

Sommaire du n° 549



Faites parler les nombres !

Éditorial

Opinions

Hommage à Pierre Legrand — Christiane Zehren

✦ Faites parler et écrire les nombres en unités de numération ! — Catherine Houdement & Frédéric Tempier

✦ Calculer ou faire parler les nombres ? — Éric Trouillot

✦ Nombre et suite de chiffres — Jean Toromanoff

✦ Construire la suite des nombres au cycle 1 — Serge Petit

Avec les élèves

Le pari des mois des anniversaires — Jean-François Kentzel

✦ Foot-thèque en cycle 3 — Sandrine Lemaire & Christine Monnoir

✦ Les premiers nombres, on en parle en PS — Laurence Le Corf

Les *sacamaths* — Nathalie Braun & Houria Lafrance

1 Ouvertures

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un entier — François Boucher 58

3 Les amidakujis — Alice Ernoult & Stéphane Gaussent 65

6 L'aiguille de Buffon, encore et encore — Ivan Boyer & Karim Zayana 75

14 Récréations

22 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 81

✦ 30 La table d'addition magique — Sébastien Reb 84
Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 86

✦ 39 Calcul sans peine — Olivier Rioul 88

Au fil du temps

90 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 90

Matériaux pour une documentation 92



CultureMATH

