

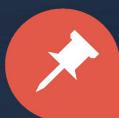
Le bulletin de l'APMEP - N° 549

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Juillet, Août, Septembre 2023

Faites parler les nombres ! ⁷



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents via une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2023-2024 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe TeXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Septembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Foot-thèque en cycle 3

Comment une situation vécue dans la cour de l'école donne-t-elle du sens aux fractions ? Voici un projet interdisciplinaire « mathématiques/EPS » qui revisite un grand jeu d'extérieur pour faire vivre aux élèves de cycle 3 une situation motivante d'introduction des fractions. Une idée très originale qui mérite d'être partagée !

Sandrine Lemaire & Christine Monnoir

Au fil des maths 549

Cet article a pour ambition de proposer aux professeurs des écoles une situation motivante pour les élèves, qui donne du sens aux fractions et qui convoque les apprentissages de deux disciplines, mathématiques et EPS¹, lors d'allers-retours cohérents entre la salle de classe et la cour de l'école. L'enjeu principal étant d'aider tous les élèves à comprendre la notion de fraction puis celle de nombre décimal, la séquence présentée peut être engagée tôt dans l'année de CM1 afin de faire côtoyer les fractions sur un temps long.

Cette séquence, initialement testée dans de nombreux contextes² du CE2 au CM2, a été réaménagée et ajustée régulièrement par Christine Monnoir entre 2018 et 2021 lors des mises en œuvre en CM1 et en CM2. La trame de base a été gardée mais des questionnements ont enrichi la séquence au fil des ans et des profils des classes.

Règle du jeu de la « foot-thèque »

Pour chaque partie, on constitue trois équipes :

- une équipe jaune sur le terrain : les lanceurs³ et coéquipiers ;
- une équipe bleue : les adversaires ;
- une équipe verte : les observateurs des lanceurs.

Il doit y avoir autant de « jaunes » que de « bleus » et au moins un observateur pour chaque lanceur.

Matériel : une balle de handball ; autant de ballons de football (disposés près du point de « départ ») que de joueurs de l'équipe jaune ; six plots et un terrain de jeu⁴ (figure 1).

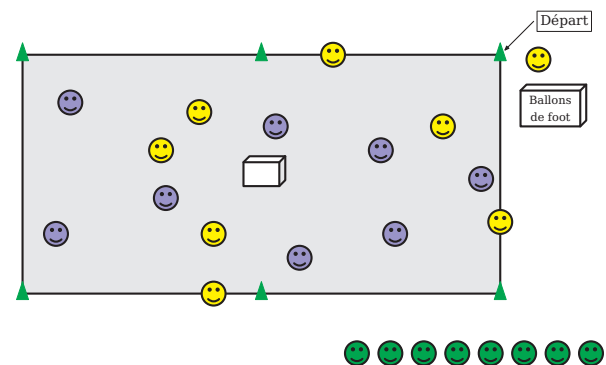


Figure 1.

Au départ, les élèves des équipes jaune et bleue sont tous sur le terrain ; ceux de l'équipe verte sur le bord du terrain.

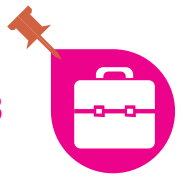
La partie débute lorsque l'élève n° 1 de l'équipe jaune, situé au « point de départ » place un ballon de football à ses pieds et envoie dans le terrain un ballon de handball. Il commence un tour de terrain en poussant le ballon de football avec le pied (on appellera cela *dribbler* le ballon). Lorsqu'il a fait un tour, il continue (il ne s'arrête qu'à la fin du jeu) et l'élève n° 2 de son équipe, qui était sur

1. Dans cet article, nous nous centrons sur la discipline « mathématiques », mais il y aurait aussi beaucoup à dire en ce qui concerne l'EPS !

2. L'article fait référence principalement aux expérimentations réalisées dans ce cadre par Claudine Dubray, alors en CM1/CM2, Séverine Pouvreau en CE2/CM1 et Christine Monnoir en CM2.

3. Ce terme désigne les élèves de l'équipe jaune qui courent autour du terrain, ballon de foot aux pieds.

4. Le terrain est représenté à l'échelle. Les triangles verts représentent des plots, appelés aussi « bases » dans ce jeu.



le terrain, démarre à son tour. Et ainsi de suite. L'objectif pour l'équipe jaune est d'effectuer le plus de tours de terrain cumulés possible, ballons de football aux pieds.

Pendant ce temps, les adversaires bleus doivent essayer d'attraper la balle de handball et se faire des passes ; ils n'ont pas le droit de marcher avec la balle en main. Leur objectif est de la lancer dans une caisse située au milieu du terrain. Les coéquipiers de l'élève n° 1 (équipe jaune) les empêchent de faire des passes en repoussant la balle avec la main, sans l'attraper, sans la shooter au pied, uniquement en la tapant de la main comme avec une raquette de tennis⁵ : un joueur jaune qui attraperait la balle ou la shooterait serait expulsé pendant un tour de l'élève n° 1.

Si un joueur bleu réussit à placer la balle de handball dans la caisse, le sifflet retentit. À ce signal, les lanceurs jaunes qui sont autour du terrain s'arrêtent à une base. S'ils sont entre deux bases, ils reviennent à la base précédente. Chaque observa-

teur (équipe verte) retient la distance parcourue par son binôme lanceur. Puis on redémarre le jeu avec un nouveau lanceur de l'équipe jaune. Les autres lanceurs continuent leurs tours de terrain.

La partie s'achève lorsque tous les élèves de l'équipe jaune sont autour du terrain, chacun avec un ballon de foot au pied. Chaque joueur de l'équipe jaune rejoint alors son observateur (équipe verte) et valide les distances notées pendant la partie.

On change les rôles des équipes pour la partie suivante : le roulement permet à chaque élève de pratiquer les différentes activités.

Séance 1 : émergence d'un problème

En classe, les règles du jeu sont expliquées aux élèves puis une première partie de foot-thèque est expérimentée dans la cour. Très enthousiastes, les élèves sont concentrés sur leurs rôles.



5. Comme à chaque tour de terrain de l'élève n° 1, il y a un élève jaune de moins sur le terrain... cela devient, au cours de la partie, de plus en plus facile pour l'équipe bleue de mettre la balle dans la caisse !



Le terrain étant suffisamment grand et le maniement du ballon au pied diversement maîtrisé, les distances parcourues individuellement sont rarement des nombres entiers de tours, pas même un tour pour certains élèves. Le problème s'impose donc naturellement aux élèves : « *Nous ne pouvons pas savoir quelle équipe a gagné si on ne compte que les tours entiers.* »

Le retour en classe est l'occasion de faire le point collectivement : rappeler certaines règles, revenir sur les réussites et les difficultés rencontrées dans l'activité physique, et surtout rechercher des pistes de solution pour être en mesure de déterminer le score de chaque équipe. Rapidement, les élèves expriment la nécessité de prendre en considération toutes les distances effectivement parcourues, et donc de se souvenir des tours entiers franchis, mais aussi des « morceaux » de tours réalisés par chacun des membres de l'équipe. La tâche des observateurs s'affine et se renforce. Le débat se conclut par la nécessité de se souvenir précisément des positions finales de chaque joueur, en les reportant donc sur une feuille.

Séance 2 : détermination de l'équipe gagnante

Une nouvelle phase de jeu est organisée dans la cour de l'école : règles du jeu à nouveau rappelées, élèves équipés et rôles de chacun précisés.

Les observateurs ne se focalisent plus principalement sur la conformité des gestes et déplacements dans les différents espaces, ils s'appliquent surtout à suivre les parcours dans leur intégralité et à en restituer des traces par écrit. Les bases prennent alors une signification essentielle. Elles indiquent toujours les emplacements à occuper aux coups de sifflet mais elles prennent désormais un sens nouveau : ce sont des repères pour prélever et exprimer les longueurs des « morceaux de terrain ».

Laissées à l'initiative de chaque élève, les traces recueillies lors de cette séance sont variées mais presque toutes comportent des indications relatives aux bases. En voici quelques exemples :

- schéma et référence à un nombre de tours complets (4 t) et à un nombre de bases (2 pl pour 2 plots) (figure 2) ;

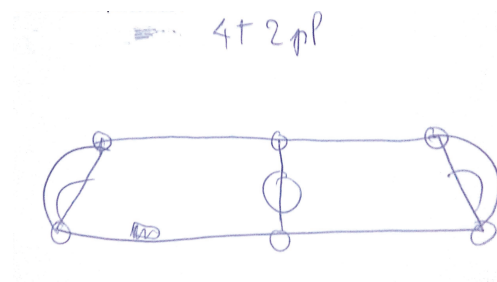


Figure 2.

- indication d'un nombre de tours complets (3 T) et d'un nombre de bases (figure 3) ;



Figure 3.

- écriture progressive d'une suite de « 1 » correspondant à chaque tour complet réalisé puis ajout du nombre de bases atteintes au dernier tour (figure 4).

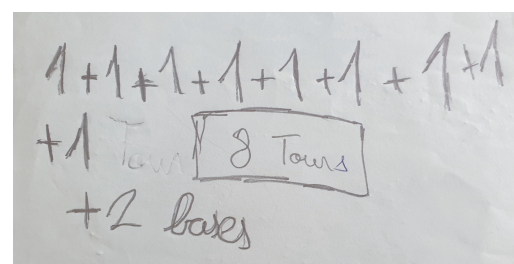
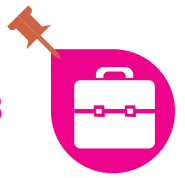


Figure 4.

Le retour en classe est attendu par les élèves : il faut regrouper les informations recueillies, équipe par équipe, pour pouvoir (enfin) déterminer laquelle est gagnante.

Motivés, les élèves s'organisent en sous-groupes mais la tâche n'est pas si simple : comment faire pour déterminer le score de l'équipe ? Peut-on ajouter des plots et des tours ? « *Non, ce n'est pas pareil, c'est comme si on ajoutait des mètres et des grammes. Il faut ajouter séparément les tours et les bases.* »



Les élèves sont déjà bien engagés dans des raisonnements faisant appel à leurs connaissances sur les mesures de grandeurs et la notion d'unité. De plus, à ce stade de la séquence, la difficulté de compter uniquement en plots est actée : « *Il y a un (trop) grand nombre de plots, c'est plus facile de compter en tours et en plots !* »

Dès que les bilans, en nombres de tours et de plots, sont établis pour toutes les équipes, l'enseignante reporte les résultats au tableau pour tenter de les comparer et de déterminer l'équipe gagnante. Les élèves se retrouvent dans une impasse lorsqu'il s'agit de comparer certains scores : quelle est la meilleure performance parmi « 11 tours et 4 plots », « 9 tours et 17 plots », « 10 tours et 8 plots » ?

La séance se termine ainsi, laissant les élèves à la fois un peu frustrés de la non-réponse et impatients de trouver une solution...

Séance 3 : distance entre deux plots

Cette séance est menée dès le lendemain pour tirer bénéfice de l'engagement et de l'attente des élèves. L'enseignante reprend la question de la veille, enquête auprès des élèves pour détecter une éventuelle nouvelle idée, puis finalement relance elle-même la réflexion en soumettant à la classe une trace⁶ sélectionnée dans le recueil de la veille (figure 5).

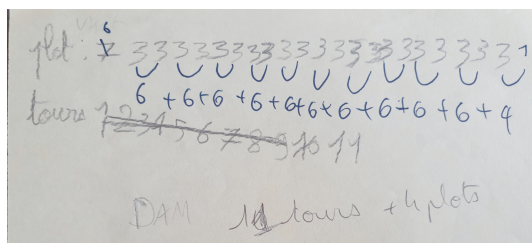


Figure 5.

« *Pouvez-vous m'expliquer cette production ?* »

Le débat s'articule d'abord autour de la justesse du calcul opéré, puis il conduit rapidement à des questions fondamentales d'équitabilité telles que, après reformulation :

6. Voilà notre analyse de la production : comptage des plots 3 par 3, certainement pour envisager des moitiés de tour, puis groupement 2 à 2 pour obtenir les tours complets, dénombrement final des tours complets et des plots restants.

- Parcourir trois plots, quelles que soient leurs positions, c'est parcourir toujours la même distance ?
- Parcourir trois plots, c'est toujours effectuer la moitié d'un tour ?

Ces interrogations et les arguments avancés glissent ensuite vers le besoin de vérifier que la distance entre deux plots successifs est toujours la même.

La parole de l'enseignante ne suffit pas à convaincre certains élèves (et c'est tant mieux !). Il est donc décidé d'aller ensemble dans la cour pour rechercher la preuve en comparant effectivement les longueurs à l'aide d'une longue corde et d'un repère-pince à linge, et en concluant officiellement à leur égalité.

De retour dans la classe, certains élèves expriment clairement que « *la distance entre deux bases, c'est une partie sur les six, toutes pareilles, du parcours* ».

La transition vers « *c'est un sixième du parcours* » est amenée spontanément par un autre élève.

Les élèves sont alors invités à repérer les différents sixièmes du parcours, représentés au tableau (figure 6), puis à transformer les scores précédemment établis en tours/plots pour faire apparaître le maximum de tours entiers.

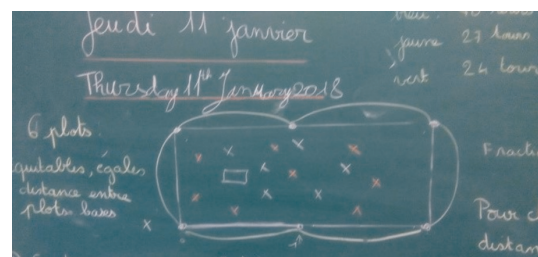


Figure 6.

Assez facilement, les élèves remobilisent que « *tous les tronçons entre deux bases qui se suivent sont de la même longueur* » et donc que « *quand on a six plots, ça vaut autant qu'un tour complet* ». Ils verbalisent alors que :



- « 11 tours et 4 plots, ça ne change pas parce qu'il ne reste pas assez de plots »,
- « 10 tours et 8 plots, c'est 10 tours, plus un tour et 2 plots »,
- « 18 plots, c'est 3 tours »,
- et donc « 9 tours et 17 plots, c'est 1 plot de moins que 12 tours ».

La relation « un tour, c'est 6 sixièmes de tour » s'installe. Reste à comparer les scores des trois équipes et s'accorder sur le classement.

L'enseignante conclut la séance en apportant une écriture fractionnaire (somme d'un entier et d'une fraction inférieure à l'unité) : « Pour 4 tours et 2 bases, on dira maintenant qu'il s'agit de 4 tours complets et de 2 sixièmes de tours et on écrira $4 + \frac{2}{6}$ ».

Collectivement la classe se met d'accord pour l'organisation de la séance suivante : les observations de la prochaine partie de foot-thèque seront notées de cette façon, directement ou en passant d'abord par les nombres de tours et de plots.

Séance 4 : comptage et calculs en sixièmes de tours

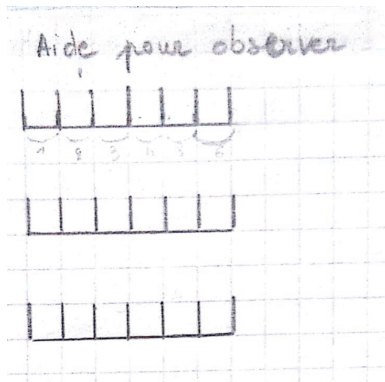


Figure 7.

Cette séance comporte donc une nouvelle phase de jeu en extérieur. À cette occasion, une fiche d'aide à la prise d'informations (figure 7) est construite puis utilisée par certains élèves.

Au retour dans la classe, les calculs des scores d'équipes sont effectués en petits groupes puis mutualisés et vérifiés par le groupe classe.

Des échanges permettent également de comparer différentes procédures d'addition des fractions. La classe s'accorde sur celle qui servira de référence pour rendre compte du score en équipe : une affiche (figure 8) est réalisée.

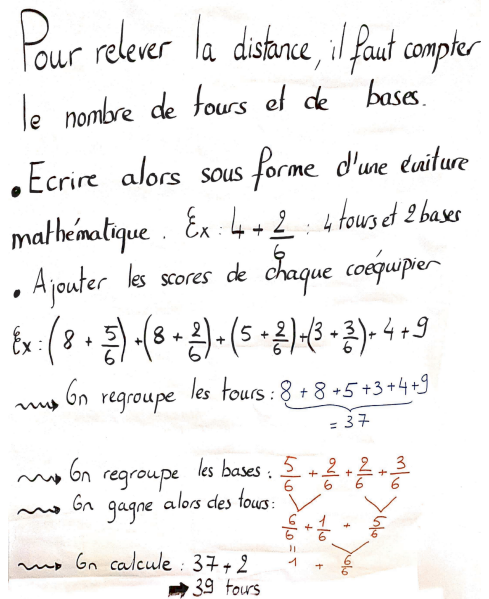


Figure 8.

Les nouvelles connaissances sont mises en évidence lors de phases de structuration : « Que savons-nous maintenant ? » (figure 9).

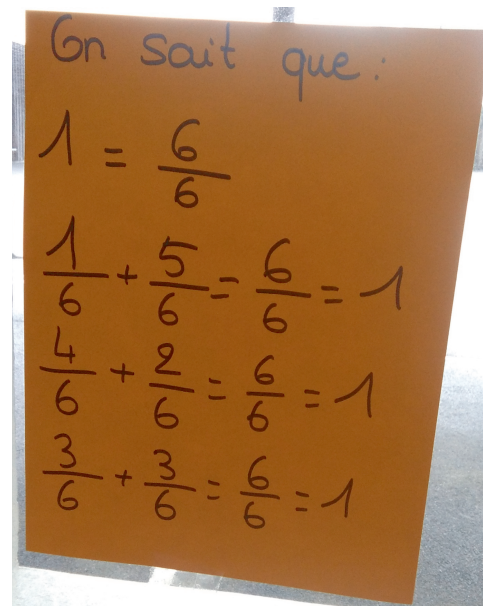
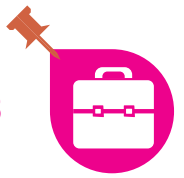


Figure 9.

Des élèves constatent aussi que trois sixièmes, c'est la moitié du terrain !



Séance 5 : des sixièmes sur une ligne graduée

Après la phase de jeu de foot-thèque en extérieur, la nouveauté de la séance est amenée : l'utilisation d'une autre représentation des distances.

« Aujourd'hui, vous allez représenter le score de votre équipe sur une ligne graduée afin que nous puissions comparer les résultats rapidement. »

L'enseignante repère quelques difficultés : la plupart des élèves savent placer un point sur une ligne qui part de 0, mais c'est plus compliqué lorsqu'elle démarre d'un autre entier. Par ailleurs, ils ont tendance à penser qu'une graduation vaut systématiquement 1.

Après une phase de recherche, quelques essais et des échanges intermédiaires entre les groupes, les élèves concluent : « Il faut utiliser la même unité pour graduer mais les carreaux du cahier sont trop grands. On ne peut pas non plus utiliser les graduations de la règle car 1 cm est partagé en 10 mm et nous devons graduer chaque unité en 6

plots. Puisque les nombres de tours sont grands, il faut démarrer la ligne d'un nombre bien plus grand que 0 et qui convient aux trois équipes. »

Finalement la classe se met d'accord : « C'est comme si on zoomait, on va prendre un carreau pour représenter un sixième de tour et la ligne va commencer à 32. » (figure 10).

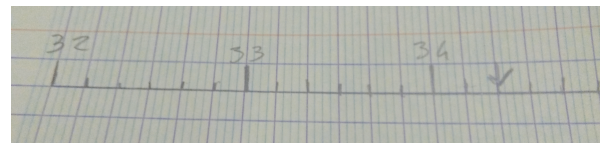


Figure 10.

Le bilan de la séance permet d'officialiser les fonctions de la droite graduée : « La droite graduée sert à placer et à comparer des nombres. Ici, c'est comme si on déplaçait le contour du terrain. »

Le travail est prolongé, dès le lendemain, dans la classe uniquement. L'enseignante demande aux groupes d'élèves d'indiquer le score de la veille sur un support préalablement préparé afin de pouvoir comparer les résultats. Un bilan est rédigé collectivement (figure 11).

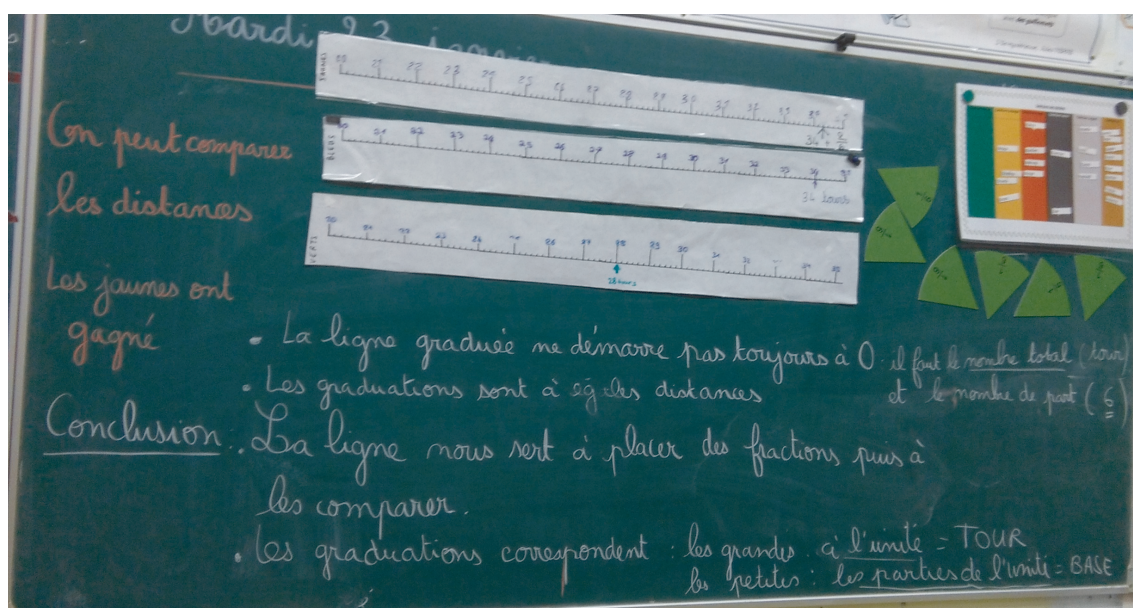


Figure 11.



Prolongement

Des séances ultérieures de foot-thèque sont proposées régulièrement dans l'année pour retravailler les compétences en mathématiques et en EPS. Elles évoluent progressivement vers une généralisation avec l'usage, en situation, d'autres fractions. Les partages successifs du terrain en sixièmes, puis en huitièmes, puis en dixièmes (figures 12 et 13) mènent peu à peu à l'apprentissage des fractions décimales et des nombres décimaux.

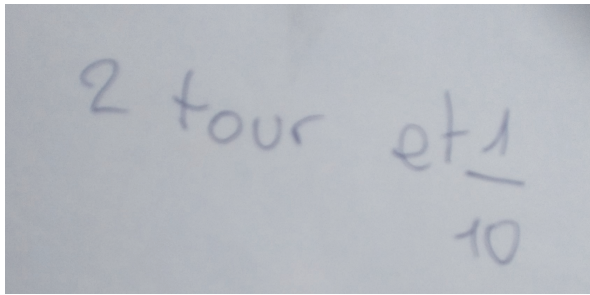


Figure 12.

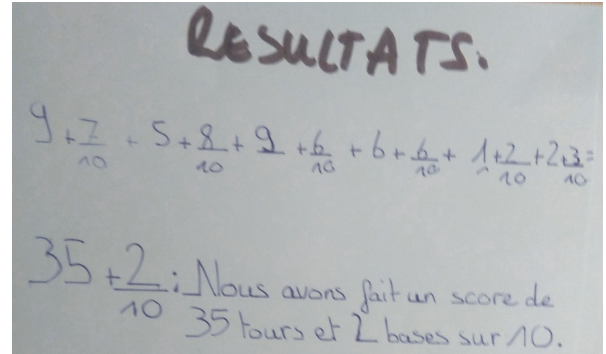


Figure 13.



Sandrine Lemaire est professeure de mathématiques. Formatrice à l'Inspé de l'académie de Nantes, elle contribue à la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Christine Monnoir est professeure des écoles dans l'académie de Nantes, CPC (Conseillère Pédagogique de Circonscription) et RMC (Référente Mathématique de Circonscription).

sandrine.lemaire@univ-nantes.fr

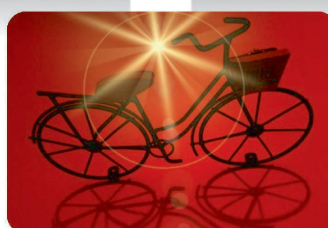
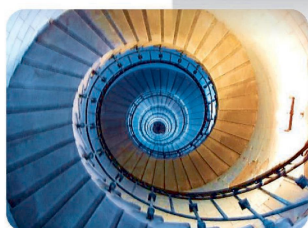
christine.monnoir2@ac-nantes.fr

© APMEP Septembre 2023



Journées Nationales
du 21 au 24 octobre 2023

Maths en



Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
« De la maternelle à l'université »

Sommaire du n° 549



Faites parler les nombres !

Éditorial

Opinions

Hommage à Pierre Legrand — Christiane Zehren

✦ Faites parler et écrire les nombres en unités de numération ! — Catherine Houdement & Frédéric Tempier

✦ Calculer ou faire parler les nombres ? — Éric Trouillot

✦ Nombre et suite de chiffres — Jean Toromanoff

✦ Construire la suite des nombres au cycle 1 — Serge Petit

Avec les élèves

Le pari des mois des anniversaires — Jean-François Kentzel

✦ Foot-thèque en cycle 3 — Sandrine Lemaire & Christine Monnoir

✦ Les premiers nombres, on en parle en PS — Laurence Le Corf

Les *sacamaths* — Nathalie Braun & Houria Lafrance

1 Ouvertures

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un entier — François Boucher 58

Les amidakujis — Alice Ernoult & Stéphane Gaussent 65

L'aiguille de Buffon, encore et encore — Ivan Boyer & Karim Zayana 75

14 Récréations

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 81

✦ La table d'addition magique — Sébastien Reb 84

Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 86

✦ Calcul sans peine — Olivier Rioul 88

Au fil du temps

Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 90

Matériaux pour une documentation 92



CultureMATH

