

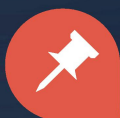
Le bulletin de l'APMEP - N° 549

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Juillet, Août, Septembre 2023

Faites parler les nombres ! ⁷



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents via une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2023-2024 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Septembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Faites parler et écrire les nombres en unités de numération !

Cet article développe le rôle central des unités de numération pour décrire, comprendre et utiliser (dans le calcul notamment) l'écriture en chiffres usuelle des entiers et son extension aux nombres décimaux. Elles constituent ainsi un fil conducteur de l'enseignement des nombres en fin de cycle 2 ainsi qu'en cycles 3 et 4.

Catherine Houdement & Frédérick Tempier

Introduction

On pourrait penser qu'il existe une seule manière de dire les nombres : 23 se lit vingt-trois et c'est tout ! Pourtant ce n'est pas tout à fait le cas. Pour une date comme 1914 on entend tantôt mille-neuf-cent-quatorze, tantôt dix-neuf cent quatorze. Au marché, on demande une douzaine d'œufs, voire une demi-douzaine. Quand on exprime le nombre de personnes à un événement, on parle de centaines ou de milliers pour en donner une valeur approchée. Et c'est justement aux dizaines, centaines, milliers, ..., appelées unités de numération, que nous nous intéressons dans ce texte, dans le contexte scolaire de l'apprentissage des nombres entiers, non pour exprimer des quantités approchées mais des quantités exactes : une centaine, c'est cent.

Les dixièmes, centièmes, ... sont aussi des unités de numération, associées aux nombres décimaux. Même si l'usage social veut que 1,23 soit souvent lu *un virgule vingt-trois*, l'école fait aussi fréquenter des lectures comme *une unité deux dixièmes trois centièmes*, *un et vingt-trois centièmes*... D'ailleurs quand les nombres décimaux sont écrits sous forme de fraction décimale, par exemple $1,23 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} = 1 + \frac{23}{100} = \dots$, cette lecture est privilégiée. Les unités de numération ne peuvent donc pas être ignorées, elles seront de toute façon sollicitées pour les nombres décimaux.

De quoi relèvent ces mots dizaine, centaine, ..., dixième, centième, ... utilisés pour exprimer des nombres ? Quel intérêt ont-ils pour l'apprentissage des nombres entiers et décimaux ? Et pour d'autres domaines mathématiques ? C'est à ces questions que nous allons chercher à répondre dans ce texte, en commençant par définir ce que sont les unités de numération.

Les « unités de numération » : de quoi parle-t-on ?

Considérer une pluralité d'objets comme un (seul) objet est un aspect fondamental pour la constitution et la compréhension d'un système de numération pour les nombres entiers. Considérer *dix unités* comme *une (nouvelle) unité*, la désigner par un nouveau terme (ou symbole) et réitérer ce processus permet la constitution de la Liste Ordonnée des Unités de numération (LOU en abrégé) : unités (simples), dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers, centaines de milliers, millions, etc. Cette liste est organisée selon le principe itératif qui régit les Relations entre deux Unités de numération Consécutives (RUC en abrégé) : dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre immédiatement supérieur, par exemple dix dizaines égalent une centaine [1, 2].



La comparaison des expressions utilisées dans d'autres langues est intéressante. En français, le terme « unité » est employé aussi bien pour parler d'unité en général que des « uns » (rarement employés) ; en anglais, l'unité en général est « *unit* », l'unité (simple) est « *one* ». En anglais, le nom des premières unités de numération est identique à celui du nombre qui donne la quantité en unités simples : par exemple *dix* se dit *ten* et 4 *dizaines* se dit 4 *tens*.

Dans notre numération écrite, une juxtaposition de chiffres désigne un nombre entier. C'est la position du chiffre dans le nombre qui affecte sa valeur : le 5 de 258 vaut 50, mais celui de 1 586 vaut 500. Une autre façon de donner la valeur d'un chiffre dans un nombre est d'utiliser les unités de numération : le 5 de 258 est 5 dizaines, le 5 de 1 586 est 5 centaines. L'unité de numération rend compte simultanément d'une position et d'une valeur du chiffre dans un nombre. Les unités de numération fondent notre système de numération écrite.

Notre système de numération écrite s'appuie simultanément sur le principe décimal, qui correspond à l'organisation du système des unités selon la règle itérative définie plus haut (RUC), et le principe de position, qui définit la position de chaque unité de numération de la liste LOU dans l'écriture en chiffres, c'est-à-dire pour les entiers : *l'unité simple s'écrit au premier rang à partir de la droite, la dizaine au deuxième rang, etc.* Le symbole 0 est nécessaire pour marquer l'absence d'unité « isolée » d'un certain rang¹.

Les unités de numération fournissent, en outre, un moyen de désigner de plusieurs manières (à l'écrit comme à l'oral) un nombre : 173 peut être lu ou écrit comme 1 centaine 7 dizaines 3 unités, ou 17 dizaines 3 unités, ou 1 centaine 73 unités, etc. Elles constituent ainsi une alternative à l'usage de la numération parlée usuelle avec ses irrégularités et son absence de flexibilité.

Le concept d'unité joue un rôle central pour l'enseignement et l'apprentissage de la numération [3, 4]. Pourtant, l'usage des unités de numération dans les classes se réduit trop souvent à un aspect positionnel : dire le nom d'un rang, d'une position dans l'écriture (par exemple « *Quel est le chiffre des centaines ?* »). Pour ce seul usage elles seraient inutiles : il suffirait de dire, pour un nombre entier « *le chiffre du troisième rang à partir de la droite du nombre* » pour parler du chiffre des centaines et on ne pourrait pas concevoir plus de neuf unités.

Nous proposons par la suite une réflexion sur l'intérêt d'un usage des unités au cycle 3 en lien avec le tableau de numération, dans l'apprentissage du calcul posé ainsi que des grands nombres et des décimaux.

Les nombres en unités de numération et le tableau de numération

Un outil associé presque naturellement dans les classes aux nombres écrits en chiffres est le tableau de numération, en particulier pour des nombres entiers d'au moins quatre chiffres et des nombres à virgule. Une forme commune est un tableau de plusieurs colonnes, avec des en-têtes constitués d'unités de numération consécutives, dont l'unité simple (voir figure 1).

Millier	Centaine	Dizaine	Unité simple

Figure 1. Un exemple de tableau de numération.

1. Par exemple, 5 centaines 4 unités s'écrit 504, et pas 54. Le 0 sert à positionner le 5 au troisième rang en partant de la droite. Dans 504 il n'y a pas de dizaine isolée, mais 50 dizaines.



Faites parler et écrire les nombres en unités de numération !

Son utilisation dans les classes interroge : nous avons réalisé une enquête qui a montré qu'il est d'usage courant de « n'accepter » qu'un chiffre par colonne et de refuser qu'une case soit vide [2]. Ces règles sont aussi celles qui régissent le plus souvent (et implicitement) les tableaux de numération proposés sur l'internet.

[Mais elles] rigidifient l'usage du tableau de numération : tout se passe comme si l'écriture d'un nombre dans le tableau devait calquer l'écriture décimale en ligne, ce qui suppose qu'il faudrait déjà avoir compris le fonctionnement de l'écriture en chiffres pour s'approprier le fonctionnement du tableau. Or, puisque l'en-tête de la colonne du tableau (une unité de numération) précise la valeur du nombre écrit dans la colonne, il est tout à fait licite de laisser une colonne vide ou d'écrire un nombre strictement plus grand que 9. [2, p. 66]

Pour dépasser cet usage rigide du tableau, nous avons conçu [2] une tâche à proposer aux élèves (cf. figure 2 pour le nombre 215) qui consiste à indiquer si différentes écritures d'un même nombre dans un tableau de numération sont correctes ou incorrectes (dans la colonne « Avis »), puis à verbaliser les raisons.

	centaines	dizaines	unités	Avis
215	2	1	5	a)
215	2	1	4	b)
215	2	0	15	c)
215	2	5	1	d)
215	2	15		e)
215			215	f)
215		21	5	g)
215	21		5	h)
215	1	11	5	i)

Figure 2. Un exemple de tâche pour dérigidifier l'usage du tableau de numération.

Cette tâche permet de partager avec les élèves différentes façons d'écrire 215 dans le tableau, pas seulement celle de la première ligne. Le principe décimal permet d'expliquer les raisons des variations d'une ligne à une autre. Des règles d'usage du tableau de numération sont formulées à l'occasion des discussions : on peut écrire plu-

sieurs chiffres par colonne ; on peut écrire un nombre de plusieurs façons ; il peut y avoir des cases vides dans le tableau ; l'écriture « un chiffre et un seul par colonne » reproduit l'écriture en chiffres usuelle du nombre hors du tableau.

C'est aussi l'occasion de produire, hors du tableau, différentes écritures en unités de numération : certes 2 centaines 1 dizaine et 5 unités, mais aussi 2 centaines et 15 unités, 1 centaine 11 dizaines 5 unités, 215 unités, etc.

Une autre forme de tableau de numération a été proposée par Soury-Lavergne et ses collègues [5] dans le jeu du *Chiffroscope* pour un travail sur les transformations d'écritures en unités de numération. Ce tableau est très simple à tracer : ce n'est qu'une juxtaposition de colonnes avec une ligne prévue pour les en-têtes, mais ces en-têtes sont vides au départ. Nous appelons « tableau flottant » ce type de tableau (figure 3). C'est à l'élève de remplir les en-têtes en fonction de la tâche à réaliser. Il peut aussi ajouter des colonnes à son gré. Le travail avec ce type de tableau permet de convoquer régulièrement les connaissances LOU et RUC [2].

Figure 3. Un exemple de tableau de numération flottant.

Pour écrire en chiffres le nombre 23 centaines 15 milliers avec le tableau flottant, l'élève devra questionner la position relative des centaines par rapport aux milliers, écrire des nombres de deux chiffres dans le tableau, puis réaliser des transformations d'écriture qui l'amènent à introduire éventuellement l'en-tête « dizaines de milliers ». Pour produire l'écriture en chiffres (c'est à dire « sortir » le nombre du tableau) l'écriture de zéros sera nécessaire.



Les grands nombres (au-delà de 10 000) et les unités de numération

Désigner un grand nombre avec la numération parlée (à l'oral ou à l'écrit) consiste à en faire une décomposition en base mille (unités simples, milliers, millions, ...). Un découpage par nombres de trois chiffres, à partir de la droite, grâce à l'insertion d'une espace, est proposé dans les manuels scolaires : 8037052 est écrit 8 037 052. Ce découpage facilite la lecture du grand nombre : il suffit d'insérer les mots *mille*, *million*, ... dans les espaces. Par exemple, le nombre 8 037 052 se lit 8 millions 37 mille 52.

Lorsque le grand nombre est écrit comme juxtaposition continue de chiffres sans espace, par exemple sur un écran d'ordinateur ou une calculatrice, le tableau de numération peut être utile pour sa lecture. Mais contrairement à ce que nous avons souvent observé [2], surcharger le tableau de numération par l'ajout d'une ligne d'en-têtes « classe des unités simples », « classe des mille », « classe des millions », etc. n'est pas nécessaire. De notre point de vue, cette ligne supplémentaire nuit à la souplesse d'utilisation du tableau de numération et à la compréhension des unités de numération. Elle introduit un nouveau terme, « classe », polysémique, qui ne sera plus utilisé après le cycle

3. Nous lui préférons la succession des actions suivantes : installer le nombre à lire dans le tableau (un chiffre par colonne), rechercher la décomposition en millions, milliers et unités simples grâce au tableau, et proposer la lecture usuelle qui en découle.

Pour la tâche inverse, écrire un grand nombre en chiffres, par exemple huit-millions-trente-sept-mille-cinquante-deux, les élèves rencontrent davantage de difficultés [6] : une erreur courante consiste à écrire 8 37 52. Il est utile de considérer la décomposition selon la liste ordonnée des unités pour savoir où placer les zéros : 8 millions 3 dizaines de milliers 7 milliers 5 dizaines 2 unités permet d'obtenir l'écriture en chiffres 8 037 052, les 0 marquant l'absence d'unités de certains ordres (figure 4). Ainsi la mise en relation de trois systèmes fonde la compréhension et l'utilisation des nombres entiers (et aussi décimaux).

La connaissance de cette liste LOU (unités, dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers, ...) permet, en outre, de commencer à percevoir la régularité du système des unités de numération (figure 5) et aussi de mieux comprendre l'extension de l'écriture chiffrée vers la gauche pour les « encore plus grands » nombres. Cette connaissance est aussi un point d'appui pour s'appropriier les ordres de grandeur des grands nombres : par exemple un million c'est dix fois plus que cent-mille.

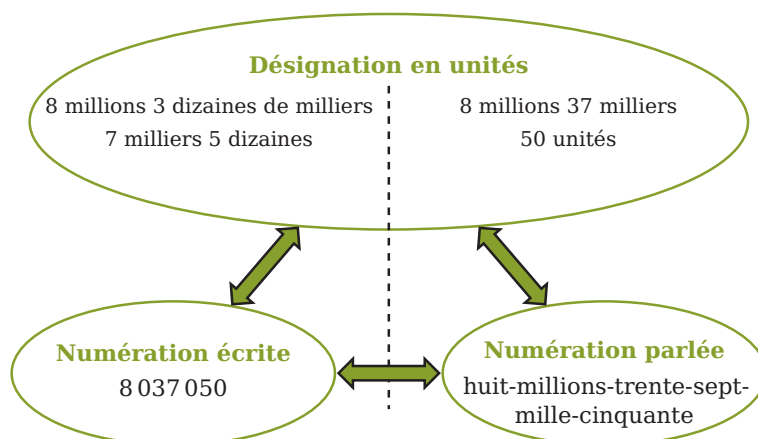


Figure 4. Lien entre trois désignations des nombres.



Faites parler et écrire les nombres en unités de numération !

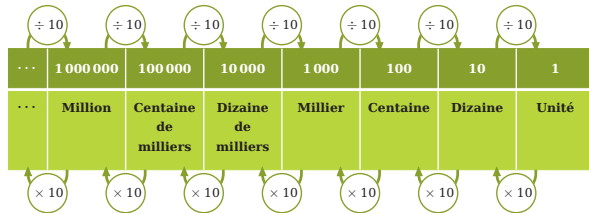


Figure 5. Extension du système d'unités vers la gauche.

Une autre extension que les élèves vont découvrir au cycle 3 est celle qui consiste à étendre aux unités inférieures à 1, que nous allons traiter dans la partie suivante.

Les nombres décimaux et les unités de numération

En mathématiques, les unités de numération sont incontournables pour dire des fractions décimales plus petites que « un » : 1 dixième, 1 centième, 1 millième. Elles sont aussi utilisées pour dire les fractions décimales en général : $\frac{125}{100}$ se lit 125 centièmes, $\frac{7}{10}$ se lit 7 dixièmes, $\frac{2\,356}{1\,000}$ se lit 2 356 millièmes. Bien sûr, on pourrait dire ou lire 125 sur cent, 7 sur dix, lecture usuelle des fractions. Mais une lecture qui aide à la compréhension est plus adaptée à l'enseignement de ces fractions qu'une description de l'empilage symbolique d'un entier sur un entier.

S'il est d'usage courant de lire un nombre décimal « entier virgule entier » (3,25 « trois virgule vingt-cinq »), cette lecture se pose en obstacle à la compréhension du nombre décimal : elle renforce une conception du décimal comme deux entiers juxtaposés ; elle favorise les erreurs des élèves bien connues telles que, par exemple $5,17 > 5,3$ ou

$4,8 + 17,5 = 21,13$, où partie entière et partie décimale sont traitées indépendamment² [7, 8]. Les anglophones sont d'ailleurs plus prudents puisqu'ils lisent la partie décimale chiffre par chiffre : 5.17 se dit *five point one seven*, à défaut de la dire avec des unités de numération, par exemple : *5 and 17 hundredths*.

Une lecture utilisant les unités de numération est adaptée à l'écriture à virgule d'un nombre décimal car elle évite de renforcer l'obstacle cité ci-dessus : 5,17 peut se lire 5 unités 17 centièmes. Les unités de numération permettent de multiplier les écritures et les lectures possibles d'un nombre décimal, en lien avec la variété des fractions décimales qui lui sont égales : 517 centièmes, 5 170 millièmes (qui renvoie aussi à 5,170) ou encore 5 unités 1 dixième et 7 centièmes, etc.

Les unités de numération, celles égales ou plus grandes que l'unité simple (unité, dizaine, centaine, millier, dix-millier, cent-millier...) et celles strictement plus petites que l'unité simple (dixième, centième, millième, dix-millième...) constituent le système des unités de numération qui régissent les nombres décimaux.

La liste des unités de numération (LOU) est la suivante, ordonnée dans le sens croissant, c'est à dire en commençant par des unités plus petites que l'unité simple : ... dix-millièmes, millièmes, centièmes, dixièmes, unités (simples), dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers, centaines de milliers, millions, ... (figure 6). Cette liste est bien sûr organisée comme celle des unités de numération plus grandes que 1, selon la relation qui lie toujours deux unités consécutives de la liste (RUC) : une unité d'ordre n est égale à dix unités d'ordre $(n - 1)$.

2. De même, l'insistance apportée parfois dans les classes et les manuels à la distinction entre « partie décimale » et « partie entière » renforce selon nous la conception erronée de deux entiers juxtaposés. La première occurrence dans Google pour « partie décimale d'un nombre » (consulté le 12 mars 2023) est une description « spatiale » d'un nombre à virgule (et non une explicitation mathématique d'un nombre décimal) : « Les deux parties d'un nombre décimal sont séparées par une virgule qui se situe à la droite des unités. La partie du nombre qui est à gauche de la virgule s'appelle la partie entière et la partie du nombre qui est à droite de la virgule s'appelle la partie décimale (ou fractionnaire). »



À propos du qualificatif « décimal »

La polysémie du qualificatif « décimal » ne joue pas en faveur de l'apprenant, ni de l'enseignant.

Numération décimale signifie usuellement que notre numération écrite relève mathématiquement d'une base dix (l'expression précise serait numération décimale de position).

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Une **fraction décimale** est une écriture de fraction qui a pour dénominateur une puissance de dix.

La **partie décimale** désigne, pour un nombre décimal, le complément de sa partie entière à lui-même. Mais dans les classes elle est souvent écrite ou dite sous forme d'un entier ; par exemple, il est dit que 2,64 a comme partie décimale 64. Cet usage pédagogique pose problème par exemple pour un nombre comme 5,076...

L'enseignant doit prendre conscience de ces distorsions pour comprendre certaines difficultés d'élèves.

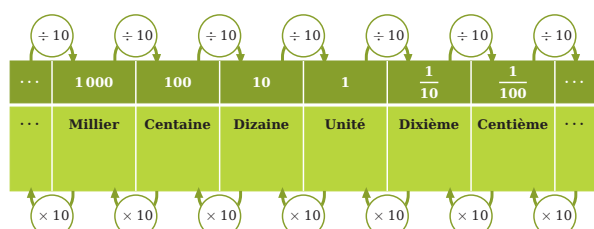


Figure 6. Extension du système d'unités vers la droite.

Le tableau de numération permet de rendre compte de la continuité des principes de la numération décimale à droite de la virgule : la virgule n'est pas une coupure, elle indique le passage aux unités de numération plus petites que 1 (1 unité simple). Le passage d'une unité à une autre consécutive respecte toujours la même règle, la virgule n'affecte en rien ce passage. Contrairement à ce que nous avons pu voir dans certains manuels, la virgule n'est pas utile dans le tableau. En revanche, quand on « sort » un nombre du tableau, elle est nécessaire pour repérer la position du chiffre des unités simples.

Les nombres en unités de numération et le calcul posé

Apprendre des techniques de calcul posé ne se limite pas à montrer des règles que les élèves devront mémoriser : c'est l'occasion de renforcer des connaissances liées aux propriétés des nombres et des opérations, ce qu'Artigue [9] nomme l'intelligence du calcul. Toutes ces techniques, que ce soit avec des entiers ou des décimaux, peuvent être expliquées et justifiées en

s'appuyant sur les unités de la numération. Prenons l'exemple de la division posée de 8 563 par 7 (figure 7) : après avoir divisé 8 par 7 et trouvé un quotient de 1 et un reste de 1, on dit souvent que l'on abaisse le 5 (que l'on schématise par une flèche dans le calcul) et l'on poursuit la division de 15 par 7, ...

$$\begin{array}{r}
 8 \ 5 \ 6 \ 3 \mid 7 \\
 - 7 \\
 \hline
 1 \ 5 \\
 - 1 \ 4 \\
 \hline
 1 \ 6 \\
 - 1 \ 4 \\
 \hline
 2 \ 3 \\
 - 2 \ 1 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Figure 7. Division posée de 8 563 par 7.

Arrêtons-nous à cette première étape. D'une part, la valeur en unités du 8 (soit 8 milliers) nous indique que le quotient partiel obtenu a une valeur de 1 millier et donc que le nombre au quotient sera un nombre à 4 chiffres : cela donne un ordre de grandeur du résultat et permet un contrôle des calculs effectués ensuite. D'autre part, l'identification de la valeur en unités du reste partiel obtenu (1 millier), sa conversion en centaines (10 centaines) et l'ajout des 5 centaines de 8 563 permet de poursuivre la division, en cherchant le quotient



de la division de 15 par 7. L'« abaissement » du 5 s'explique donc par cette conversion du reste partiel en centaines.

Il est possible d'introduire progressivement la division posée à partir d'un problème de partage utilisant les unités de numération. Par exemple, diviser 8 563 par 7 peut être introduit par le partage de la quantité 8 milliers 5 centaines 6 dizaines 3 unités en 7 (par exemple une somme d'argent composée de 8 billets de 1 000, 5 billets de 100, etc. à partager entre 7 personnes). On commence par partager 8 milliers en 7, soit 1 millier à chacun et il reste 1 millier, que l'on convertit en 10 centaines pour continuer le partage de 15 centaines en 7, etc. Les élèves peuvent dans un premier temps écrire les étapes successives du calcul, puis mettre en relation avec l'écriture sous forme de puissance comme cela est proposé dans l'ouvrage de l'équipe ERMEL [10] dont un extrait est donné en figure 8.

Feuille de partage.				
Partager : 8 563 entre 7				
M	C	D	U	
Partage	8 M			
Donne	1 M à chacun			
Reste	1 M			
Partage	15 C			
Donne	2 C à chacun			
Reste	1 C			
Partage	16 D			
Donne	2 D à chacun			
Reste	2 D			
Partage	23 U			
Donne	3 U à chacun			
Reste	2 U			
Résultat du partage : 12237 reste 2				
Vérification : $\begin{array}{r} 1223 \\ \times 7 \\ \hline 8561 \end{array} + \begin{array}{r} 2 \\ \hline 8563 \end{array}$				

Figure 8.
Extrait de l'ouvrage *Les Essentielles ERMEL* [10, p. 66].

On peut poursuivre la division pour obtenir un quotient avec deux décimales, par exemple dans un problème où il est demandé un montant en euros et centimes. L'écriture d'un 0 à droite du reste de la division et d'une virgule au quotient

est la conséquence d'une conversion du reste en dixièmes (2 unités = 20 dixièmes) qui est ensuite divisé par 7 pour obtenir le chiffre des dixièmes du quotient (2). Le reste obtenu (6 dixièmes) sera lui-même converti en centièmes (60 centièmes) et divisé par 7 pour déterminer le chiffre des centièmes du quotient (8). Le reste obtenu (4) indique le nombre de centièmes restant à l'arrêt de la division.

Cet exemple illustre l'appui sur les unités de numération dans la division posée et les *Relations entre Unités Consécutives* (RUC). Les autres techniques de calcul posé (l'addition, la soustraction ou la multiplication) mobilisent aussi ces relations mais dans l'autre sens (par exemple des centaines vers les milliers).

Conclusion

Les unités de numération ne peuvent être ignorées dans l'enseignement puisqu'elles seront de toute façon sollicitées pour les nombres décimaux. Il est dans l'intérêt de l'élève de les travailler en amont de la fréquentation scolaire des nombres décimaux, mais sans se limiter à une description de la position des chiffres. La variété des désignations d'une même quantité que permettent les unités de numération repousse certaines limites de notre numération parlée. Les unités de numération sont une clé pour la compréhension du fonctionnement de notre numération écrite et de son extension aux grands nombres et décimaux, ainsi que de celui des techniques de calcul posé des quatre opérations.

S'approprier les unités de numération nécessite un apprentissage de la liste ordonnée des unités et de la relation entre unités consécutives. Cet apprentissage se renforce au fur et à mesure de l'usage des unités dans différents domaines : les nombres et le calcul, comme nous l'avons illustré dans ce texte, mais aussi dans celui des grandeurs et mesures avec les unités du système métrique qui sont également régies par un principe décimal. On peut d'ailleurs mettre en relation les préfixes *kilo*, *hecto*, *déca*, *déci*, *centi*, ... et les unités



de numération (3 km c'est 3 milliers de mètres) comme le propose Chambris [11], chaque unité de numération jouant le rôle de l'unité de longueur, ou de masse, ou de contenance. Renforcer la connaissance du système des unités de numération est aussi un atout pour la compréhension du système métrique. Le système des unités de numération apparaît ainsi comme l'ossature qui supporte, renforce et articule le travail sur les nombres, le calcul et les grandeurs.

Références

- [1] F. Tempier. « La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource ». 2013.
- [2] C. Houdement et F. Tempier. « Familier mais problématique, le tableau de numération ». In : *Grand N* n° 109 (2022), p. 55-75.
- [3] C. Houdement et F. Tempier. « Understanding place value with numeration units ». In : *ZDM Mathematics Education* (1). N° 51 (2019), p. 25-37.
- [4] F. Tempier. « Des pistes pour enseigner les grands nombres au cycle 3 ». In : *Grand N* n° 105 (2020), p. 75-99.
- [5] S. Soury-Lavergne et al. « Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position ». In : *Revue de Mathématiques pour l'École* n° 233 (2020), p. 128-143.
- [6] C. Chambris, F. Tempier et C. Allard. *Un regard sur les nombres à la transition école-collège*. N° 108. 2017, p. 63-91.
- [7] C. Grisvard et F. Leonard. « Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs ». In : *Bulletin de l'APMEP* n° 327 (1981), p. 47-60.
- [8] É. Roditi. « La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté ». In : *Annales de didactique et de sciences cognitives* n° 12 (2007), p. 55-81.
- [9] M. Artigue. « L'enseignement du calcul aujourd'hui : problèmes, défis et perspectives, conférence ». In : *Repères-IREM* n° 54 (2004), p. 23-39.
- [10] ERMEL. *Les Essentielles ERMEL CM2 - 15 situations apprentissage numération et calcul*. Paris : Éditions Hatier, 2022.
- [11] C. Chambris. « Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? » In : *Grand N* n° 89 (2012), p. 39-69.



Catherine Houdement est professeure émérite de l'université de Rouen et Frédérick Tempier est maître de conférences à CY Cergy-Paris Université. Ils sont tous les deux membres du laboratoire de didactique André Revuz (LDAR .

frederick.tempier@cyu.fr

© APMEP Septembre 2023

*
* *



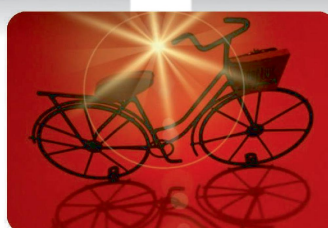
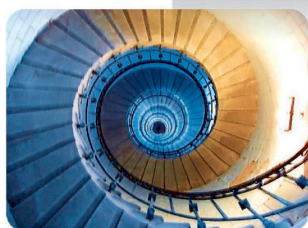


Journées Nationales
du 21 au 24 octobre 2023

Maths en



rennes



Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
« De la maternelle à l'université »

Sommaire du n° 549



Faites parler les nombres !

Éditorial

Opinions

Hommage à Pierre Legrand — Christiane Zehren

✦ Faites parler et écrire les nombres en unités de numération ! — Catherine Houdement & Frédérick Tempier

✦ Calculer ou faire parler les nombres ? — Éric Trouillot

✦ Nombre et suite de chiffres — Jean Toromanoff

✦ Construire la suite des nombres au cycle 1 — Serge Petit

Avec les élèves

Le pari des mois des anniversaires — Jean-François Kentzel

✦ Foot-thèque en cycle 3 — Sandrine Lemaire & Christine Monnoir

✦ Les premiers nombres, on en parle en PS — Laurence Le Corf

Les *sacamaths* — Nathalie Braun & Houria Lafrance

1 Ouvertures

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un entier — François Boucher 58

3 Les amidakujis — Alice Ernoult & Stéphane Gaussent 65

6 L'aiguille de Buffon, encore et encore — Ivan Boyer & Karim Zayana 75

14 Récréations

22 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 81

✦ 30 La table d'addition magique — Sébastien Reb 84
Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 86

✦ 39 Calcul sans peine — Olivier Rioul 88

Au fil du temps

39 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 90

42 Matériaux pour une documentation 92



CultureMATH

