

Le bulletin de l'APMEP - N° 547

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Janvier, Février, Mars 2023

Suites



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Marie-Ange BALLEREAU, Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Cédric GROLLEAU, Louise GROLLEAU, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Nicolas CLÉMENT, Sixtine MARÉCHAL.

Équipe TeXnique : Laure BIENAIMÉ, François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

Un peu de e-magie !



Dominique Souder est bien connu pour les tours de magie qu'il nous propose régulièrement. Cette fois-ci¹, le magicien présente un mystérieux programme de calcul qu'il va soumettre aux spectateurs, équipés pour l'occasion d'une calculatrice scientifique.

Dominique Souder

Déroulement

Le magicien écrit sur un papier un nombre avec cinq chiffres après la virgule. Il replie le papier et le laisse traîner sur la table.

Calculatrice en main et en cachette du magicien, chaque spectateur doit :

- saisir un nombre entier de sept chiffres à mémoriser ;
- afficher son inverse ;
- ajouter 1 ;
- élever le résultat à la puissance du nombre choisi au départ.

Après que chaque spectateur a finalisé son calcul, le magicien déplie son papier.

Stupeur dans le public, chaque spectateur peut lire les six premiers chiffres qu'affiche sa calculatrice : 2,718 28. Le magicien avait prédit le résultat avec une précision allant jusqu'au cinquième chiffre après la virgule ! Avec un public non averti, les maths c'est magique mais nos élèves soupçonnent vite qu'il y a un truc... Auront-ils identifié e ? Pas si sûr car, si le nombre π est bien connu des collégiens, e ne l'est pas. Certains élèves de lycée ne le rencontreront jamais. D'autres le verront en spécialité Mathématiques de la classe de Première.

Explication

Dans notre tour, tout repose sur la propriété mathématique suivante :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Une calculatrice scientifique², ou [Web2.0calc](#) , donne une idée de la rapidité de la convergence de cette suite vers e :

n	$1 + \frac{1}{n}$	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	Nb de décimales exactes
10	1,1	2,593 742 460 1	0
100	1,01	2,704 813 829 421 526 1	1
1 000	1,001	2,716 923 932 235 892 5	2
10 000	1,000 1	2,718 145 926 825 224 9	3
100 000	1,000 01	2,718 268 237 174 49	4
1 000 000	1,000 001	2,718 280 469 319 38	5
10 000 000	1,000 000 1	2,718 281 692 545	6

Le plus petit entier de sept chiffres (1 000 000) fait apparaître cinq décimales exactes, et pour des entiers supérieurs, cette précision peut être encore meilleure car la suite est croissante.

Par exemple, pour le nombre 9 876 543, on trouve comme résultat 2,718 281 692 146 448 6 où six décimales sont justes.

Une justification mathématique plus poussée, portant sur les développements limités et donc de niveau post-bac, figure dans le fichier MATHÉMAGIE #30 [1].

1. NDLR : voir également les fiches MATHÉMAGIE de Sébastien Reb [1] et les écrits d'Arthur Benjamin .

2. La précision d'un tableur traditionnel n'est pas suffisante.



Avec l'introduction des suites numériques en Première et la notion de limite (réellement étudiée en Terminale), on peut évoquer que e peut être défini comme la limite à l'infini de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Un programme en Python pourra déterminer le seuil à partir duquel un entier donné au départ permet d'obtenir les cinq premières décimales.

Suggestion d'utilisation

Ce tour pourrait par exemple être une première approche du nombre d'Euler e qui vaut environ 2,718 281 828 459 045.

Les élèves en spécialité Mathématiques de Première générale découvrent la fonction exponentielle de base e quand ceux de Terminale techno-

logique étudient les fonctions exponentielles de base a dans le tronc commun puis celle de base e dans certaines spécialités.

On peut trouver facilement une valeur approchée de e grâce à la touche « e » de la calculatrice.

Référence

- [1] Sébastien Reb. *MATHÉMAGIE* #30. Laboratoire de mathématiques de Toucy.



Enseignant retraité, pionnier en France des animations autour de la magie mathématique, Dominique Souder propose aussi des sessions de formations à ce domaine.

© APMEP Mars 2023



Sommaire du n° 547

Suites

Éditorial	1	Renforcer la culture scientifique de nos élèves par la lecture — Jessica Gouirand-Thuillet	54
Opinions	3	Ouvertures	58
Les positions de l'APMEP — Claire Piolti-Lamorthe, présidente de l'APMEP	3	Démonstrations et programmes — Didier Dacunha-Castelle	58
Renvoyez l'ascenseur (2) — Agnès Veyron	7	Preuves visuelles II — François Boucher	63
La dyscalculie existe-t-elle? — Serge Petit	13	Récréations	69
 Des <i>patterns</i> dans les classes! — Claire Piolti-Lamorthe, Sophie Roubin, Jana Trgalová & les membres du groupe PAREP ¹	19	 Un peu de e-magie! — Dominique Souder	69
Avec les élèves	29	Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt	71
 Suites logiques en maternelle — Sandrine Lemaire	29	Au fil du temps	74
 Des suites au collège : pourquoi pas des fractales? — Lise Malrieu	36	 Pascal, triangle arithmétique, combinaisons et récurrence — Dominique Baroux & Martine Bühler	74
Le rapporteur <i>Recto-Verso</i> — Patrice Pellegrin	41	Modélisation mathématique et activités économiques — Pierre Arnoux & Véronique Le Payen Poublan	84
 Vous avez dit SUITES... — Mireille Génin	43	Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau	89
 Haricots en suite... — Sébastien Corneau	45	Matériaux pour une documentation	91
Un jeu entre amis pas si anodin — Vincent Billoud, Fabrice Richard & Charlotte Vulliez	50		



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr