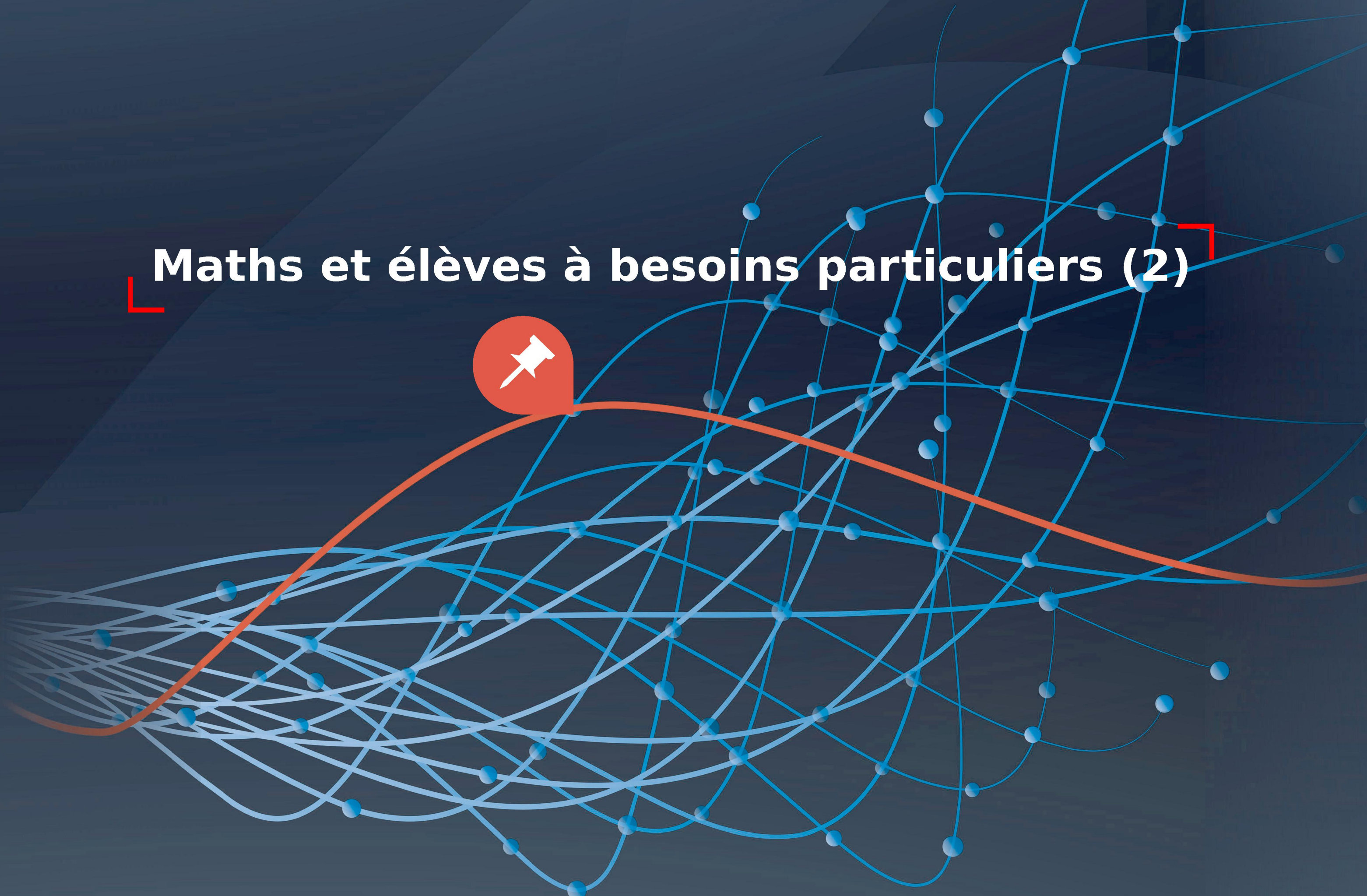
Le bulletin de l'APMEP - N° 546

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2022

Maths et élèves à besoins particuliers (2)



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

AU FIL DES MATHS

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : *Claire PIOLTI-LAMORTHE.*

Responsable coordinatrice de l'équipe : *Cécile KERBOUL.*

Rédacteurs : *Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTEIX, Christine ZELTY.*

« Fils rouges » numériques : *Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Cédric GROLLEAU, Louise GROLLEAU, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Agnès VEYRON.*

Illustrateurs : *Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Sixtine MARÉCHAL.*

Équipe TEXnique : *François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.*

Maquette : *Olivier REBOUX.*

Correspondant Publimath : *François PÉTIARD.*

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD
Dépôt légal : Décembre 2022. ISSN : 2608-9297.
Impression : Imprimerie Corlet
ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

Au fil des problèmes

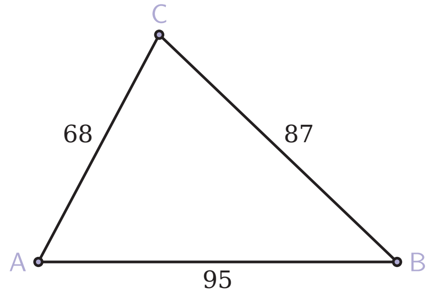
Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à :
frederic.deligt2@gmail.com
ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON
Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt

546-1 Un triangle bien élevé

Un triangle à côtés entiers est appelé « bien élevé » si la somme de deux de ses côtés est égale à la somme du troisième côté et de la hauteur relative à ce côté.

1. Vérifier que le triangle ci-contre est bien élevé.
2. Trouver tous les triangles bien élevés.



546-2 Pour bien finir 2022 et débuter 2023. . .

Montrer que $\dfrac{\left(2\,022^2\right)!}{(2\,022\,!)^{2\,023}}$ est un entier.

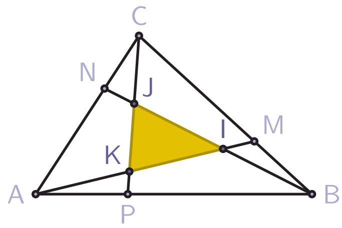
546-3 Une extension de l'inégalité de Nesbitt

Soit a, b et c des réels strictement positifs. Montrer l'inégalité :

$$\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2} \geqslant \frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}$$

546-4 Heptasection d'un triangle (Jacques Chayé – Poitiers)

ABC est un triangle quelconque.
M est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$;
N le barycentre de $(C, 2)$ et $(A, 1)$;
P le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, 1)$.
Les droites (AM) et (BN) se coupent en I ;
Les droites (BN) et (CP) se coupent en J ;
Les droites (CP) et (AM) se coupent en K.
Il n'est pas trop compliqué d'établir que l'aire du triangle IJK est égale au septième de l'aire du triangle ABC.
Mais peut-on se passer de la géométrie analytique pour parvenir au résultat ?



À propos des problèmes parus précédemment

Vous pourrez retrouver sur le site d'*Au fil des maths* les très riches contributions de Daniel Perrin aux problèmes 542-4, 543-1, 543-2, 543-3 et 543-4. Je vous engage à aller les consulter car elles apportent de nombreux compléments et d'intéressantes généralisations.

544-1 Problème de dénombrement et takuzu

Ludovic Jany (Bolquère) et Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) font tous deux référence aux résultats obtenus par Václav Kotěšovec concernant cette suite et qui se trouvent sans démonstration sur le site de l'OEIS (A177790).

En particulier, Mme Gras utilise la relation de récurrence vérifiée par la suite, son terme général et un équivalent quand la longueur de la ligne tend vers l'infini. L'étude du rapport de l'équivalent de la suite et de 2^{2n} lui permet de conclure à une limite nulle pour le rapport de la suite et de 2^{2n} quand n tend vers l'infini. Son étude du rapport des équivalents de deux termes consécutifs de la suite l'amène à déterminer la limite du rapport de deux termes consécutifs qui se trouve être le carré du nombre d'or. Le fait que ce dernier rapport reste inférieur à cette limite a pu être vérifié jusqu'au dix milliardième terme de la suite, mais la preuve générale est encore manquante.

M. Jany ne va pas si loin mais établit la limite nulle précédente avec une observation simple. Le nombre de lignes différentes comportant $2n$ chiffres au *takuzu* est inférieur à la valeur du coefficient binomial central $\binom{2n}{n}$, et la limite du rapport de ce coefficient et de 2^{2n} est nulle.

544-2 Pour les amateurs de second degré

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans), Ludovic Jany (Bolquère) et Pierre Renfer (Saint-Georges d'Orques), ont envoyé une réponse à cet énoncé.

Mme Gras part de la solution à obtenir, à savoir la fonction P définie par $P(x) = x^2 - 0{,}5$, et montre qu'une fonction polynôme du second degré, pour x appartenant à l'intervalle $[-1\,;1]$, dont les valeurs absolues des images seraient inférieures ou égales à 0,5, coïncidera alors nécessairement avec la fonction P.

M. Jany, après avoir exprimé les extremums locaux sur $[-1\,;1]$ de la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^2 + px + q$, montre que si q est différent de $-0{,}5$ ou si p est différent de 0 alors $\max_{x\in[-1\,;1]} |f(x)|$ est strictement supérieur à 0,5 alors que pour $q = -0{,}5$ et $p = 0$ on a $\max_{x\in[-1\,;1]} |f(x)| = 0{,}5$.

Enfin, M. Renfer étudie de son côté les images J des intervalles de longueur 2 de la fonction de référence Q définie par $Q(x) = x^2$ telles que la longueur de J soit minimale. Il parvient alors à une longueur de 0,5 pour un intervalle qui doit être obligatoirement $[-1\,;1]$ et, par translation selon l'axe des ordonnées, donne la solution attendue.

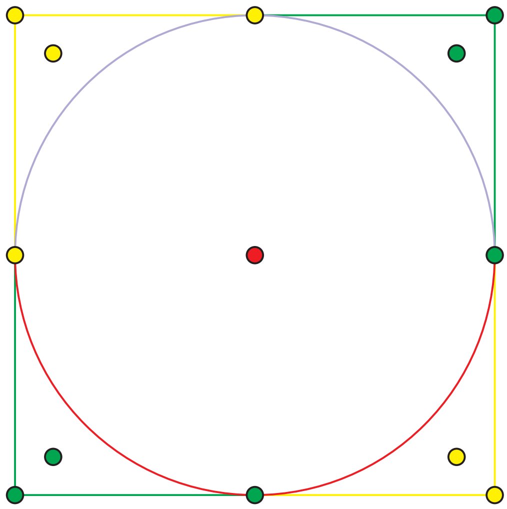
544-3 Un hexagone inscrit

La géométrie classique attire toujours autant. Cinq réponses reçues. Celles de Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans), Ludovic Jany (Bolquère), Pierre Renfer (Saint-Georges d'Orques), Michel Sarrouy (Mende) et Pierre Sallard (Paris).

Tous ces auteurs, à l'exception de M. Jany, utilisent le théorème de l'angle inscrit et parfois de l'angle au centre. MM. Jany et Renfer introduisent de plus une rotation d'angle 120° afin de pouvoir disposer de ses propriétés. À noter que M. Jany introduit un repère dans la question 1 et conclut à l'aide du théorème du sinus et que M. Sallard pour cette même question prouve que l'unique hexagone régulier construit à partir de A possède un sommet sur deux en correspondance avec des sommets de l'hexagone proposé.

544-4 Le problème de Hadwiger–Nelson sous contrainte

Une seule proposition de solution parvenue pour cet énoncé mais malheureusement inexacte.
Voyez-vous pourquoi ? La question est toujours sans réponse.
À vos crayons de couleur !



Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse : (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).

Sommaire du nº 546

Maths et élèves à besoins particuliers (2)

CERCLE DE RECHERCHE ET D'ACTION PÉDAGOGIQUES

CultureMATH

MATh en JEANS

APMEP

www.apmep.fr