

Le bulletin de l'APMEP - N° 544

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Avril, Mai, Juin 2022

Mathématiques durables



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro sont joints le BGV n° 224
spécial « Journées Nationales » et l'affiche de ces Journées

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Adèle HUGUET, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Juin 2022. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Mais qui a tué Alan Turing ?

Dans cet article, Katia Vergnaud et Stéphane Mouez nous font découvrir leur « Cluedo », qui se présente sous la forme d'une enquête fictive basée sur la vie du mathématicien et logicien Alan Turing. Il se prête à un travail transversal intéressant et stimulant pour les élèves placés dans des situations d'apprentissage inédites.

Stéphane Mouez & Katia Vergnaud

Ayant l'envie de travailler en équipe français / mathématiques et d'éveiller la curiosité de nos élèves de Seconde, nous sommes toujours à la recherche de nouvelles activités développant la mémorisation et l'autonomie de nos élèves. Chaque année, nous proposons un défi à notre classe commune de Seconde. Cette année, nous avons créé un « Cluedo » qui se présente sous la forme d'une enquête fictive basée sur la vie du mathématicien et logicien Alan Turing. Il se prête à un travail transversal intéressant et stimulant pour les élèves placés dans des situations d'apprentissage inédites. Des exercices de logique et de programmation constituent des liens pertinents avec le programme de mathématiques. Les activités sur la mémoire et la lecture d'un texte, éclairant sur la place des femmes à l'université dans cette première partie du xx^e siècle, permettent l'ouverture transdisciplinaire recherchée. D'ailleurs, la réflexion sur la condition féminine est souvent amorcée dans les séquences consacrées à la littérature d'idées, une des entrées du programme de français au lycée. D'autre part, cette activité prend tout son sens dans un travail de groupe où les efforts et les qualités de chacun pourront permettre l'élucidation des énigmes. Mener une enquête par équipe, rechercher un coupable, résoudre des énigmes, tels sont les ingrédients qui nous paraissent adaptés pour surprendre nos élèves et sortir ainsi des sentiers battus.

Le travail en groupe se prête en effet tout naturellement à cette enquête fictive sur la vie d'Alan Turing, que les élèves ont déjà découvert lors d'une séance précédente consacrée à la recherche documentaire et à la hiérarchisation des informations en utilisant des cartes mentales. Les libertés que nous prenons avec l'Histoire n'apportent pas de confusion dans l'esprit des élèves : il est important qu'ils soient conscients que ces écarts avec la réalité participent de la mise en œuvre ludique de l'enquête. Les élèves sont ainsi répartis par groupe de quatre en veillant à l'homogénéité des niveaux ; l'idée étant de stimuler leur réflexion par l'interaction entre pairs mais aussi de favoriser l'entraide afin que les élèves plus en difficulté puissent trouver une place valorisante au sein du groupe. Commence alors une compétition bienveillante puisque la résolution de l'énigme doit se faire dans un temps imparti, tout en tentant de la résoudre le plus rapidement possible. Les élèves doivent donc se répartir les tâches afin de mener leur enquête à terme. Solidarité et entraide sont des qualités essentielles dans la réussite du défi.

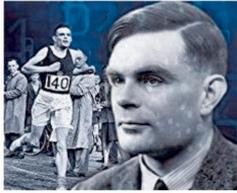
Avant de démarrer, nous parcourons l'ensemble du document¹ avec les élèves afin qu'ils puissent ensuite élaborer leur stratégie. L'enquête se déroule ensuite sur une heure et demie en plusieurs étapes, chacune d'entre elles permettant la collecte d'un indice.

1. Vous trouverez le sujet entier sur la revue numérique .



Mais qui a tué Alan Turing ?

Une enquête FICTIVE basée sur un jeu célèbre ! MAIS QUI A TUE ALAN TURING ?



ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Tout est à déterminer :

- le lieu du crime ;
- le coupable parmi les suspects suivants :

William Welchman son confrère (A), Joane Clarke sa fiancée et collaboratrice (B), Hugh Alexander son adjoint (C), Dilly Knox expert en décodage (D), Robin Gandy son ami (E), une espionne allemande (F).

M. WELCHMAN	MME CLARKE	M. ALEXANDER	M. KNOX	M. GANDY	L'ESPIONNE ALLEMANDE

- l'arme du crime parmi :

- un pistolet (10 944)
- une corde (10 945)
- un couteau (10 947)
- le cyanure (10 946)
- un chandelier (10 948)
- une « bombe » (10 949)
- un problème irrésoluble (10 950) ;

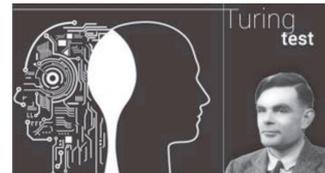
- le mobile du crime : Est-ce un crime passionnel ou une vengeance ?

Le célèbre mathématicien anglais Alan TURING a été retrouvé assassiné le 7 juin 1954 ... Un crime plein de mystères qui suscite de nombreuses questions ...

Turing est l'homme qui a permis aux Alliés de décrypter les codes secrets des militaires allemands, pendant la Seconde Guerre mondiale.

Reconnu pour ses recherches sur l'intelligence artificielle, Turing est également l'un des fondateurs de l'informatique, ce qui n'est pas rien. Il contribue au débat sur la capacité des machines à penser. (« Test de Turing »)

Dans cette enquête imaginaire et fictive, il vous faut découvrir le lieu, la raison de la mort de la victime et le coupable. A vous de jouer !





Place désormais aux indices donnés, avec à chaque fois un petit retour comportant quelques pistes de solutions et des propositions d'élèves sur ces différents indices.

Premier indice : à la recherche du lieu du crime

Nous allons vous lire une liste de mots associée à des noms de ville. Faites preuve de mémoire !

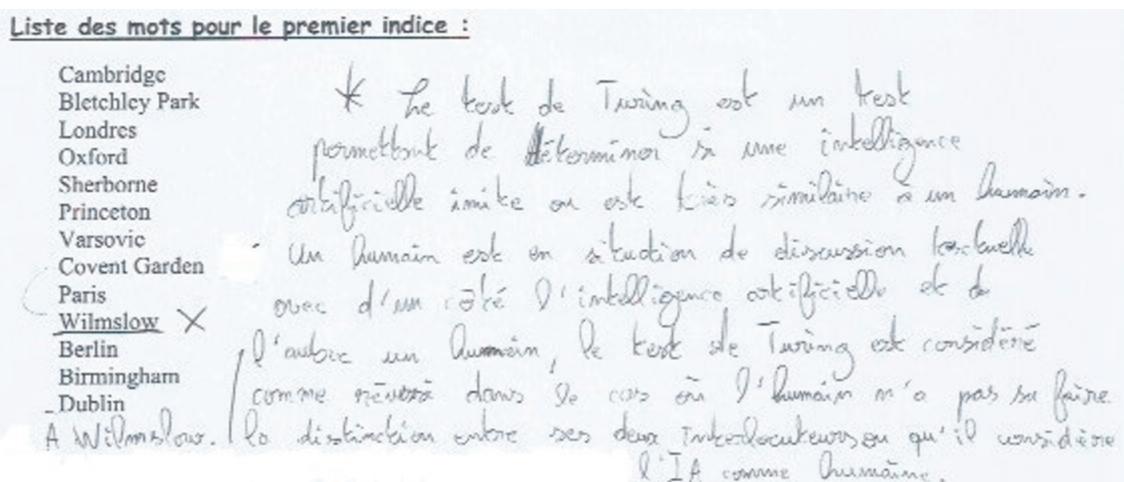
- a) Écrivez les villes dont vous vous souvenez ;
- b) Le lieu du crime n'est pas dans cette liste... Déterminez à l'aide de la fiche donnée en annexe le lieu du crime (cherchez l'intrus!).

Pour le premier indice, nous commençons donc par une liste de lieux à mémoriser ; cette liste n'est lue qu'une seule fois avec obligation de poser le stylo pendant la lecture. Une dizaine de minutes après la lecture, elle est donnée aux élèves avec une ville supplémentaire Wilmslow qui est le lieu du crime (voir figure 1).

Cambridge	Princeton	Wilmslow (À NE PAS LIRE !)
Bletchley Park	Varsovie	Berlin
Londres	Covent Garden	Birmingham
Oxford	Paris	Dublin
Sherborne		

Figure 1. Liste des mots à lire.

Cette première étape se présente comme un défi mémoriel se déclinant donc d'abord dans une phase auditive, puis par une visualisation à l'écrit qui permet aux élèves de confronter leur mémoire à la liste donnée pour identifier la ville intruse.



Deuxième indice : à la recherche du suspect [1]

Toujours à la recherche du suspect, vous surprenez une conversation. Faites preuve de logique ! On pourra s'aider d'un tableau donné dans l'annexe.

Dans cette conversation, une seule personne dit la vérité :

- A dit : « C'est B le suspect. »
- B dit : « C'est D qui l'a fait. »
- C dit : « Ce n'est pas moi qui l'ai assassiné. »
- D dit : « B a menti quand il a dit que c'était moi. »

Qui est le suspect ?





Mais qui a tué Alan Turing ?

Pour le deuxième indice, le tableau de vérité qui amène à la découverte du suspect nécessitera souvent des explications complémentaires, c'est un exercice nouveau et important pour les élèves qui continueront des études en informatique.

HYPOTHESE	Si A l'a fait	Si B l'a fait	Si C l'a fait	Si D l'a fait
A	A ment	A raison	A ment	A ment
B	B ment	B ment	B ment	B raison
C	C dit la v.	C raison	C ment	C raison
D	D dit la v.	D raison	D raison	D ment
Conclusion :	ce n'est pas A	ce n'est pas B	c'est C	ce n'est pas D

Certains élèves utilisent ici une « approche psychologique ». Par exemple, « C dit juste que ce n'est pas lui, je pense donc qu'il est coupable... » ou bien :

B a assassiné Turing. On le sait car c'est celui qui ment le plus et qui paraît le plus suspect. Quand on l'accuse, il ne le nie pas mais accuse quelqu'un d'autre.

Une méthode par déduction est évidemment possible, méthode que nous donnons aux élèves à la fin de la séance.

Déductions :

Méthode longue Autre option : (Basée sur la compréhension du problème)

① Si A dit la vérité \Rightarrow B l'a fait \Rightarrow C dit la vérité
 Or, un seul dit la vérité (LOI). *Contradiction.* \Rightarrow A ment

Si B dit la vérité \Rightarrow D l'a fait \Rightarrow C dit la vérité
Contradiction \Rightarrow B ment

Si C dit la vérité \Rightarrow C ne l'a pas fait
 Or, un seul dit la vérité, ici c'est C
 \Rightarrow A ment
B ment
~~D ment~~ \Rightarrow B ne ment pas. *Contradiction*
 LOI \Rightarrow C ment

②

③. Un seul dit la vérité, c'est forcément D.
 De plus, C ment quand il dit qu'il ne l'a pas fait... Donc C l'a fait.

Figure 2. Solution proposée aux élèves.



Troisième indice : programmez pour trouver le nombre mystère

Chaque arme porte un numéro, celui recherché correspond à un nombre de Fibonacci. Ce sont des nombres obtenus selon le principe suivant :

$$1; 1; 2 = 1 + 1; 3 = 1 + 2; 5 = 2 + 3; 8 = 3 + 5; 13 = 5 + 8; \text{ etc.}$$

$$F_0; F_1; F_2 = F_0 + F_1; \dots; F_n = F_{n-2} + F_{n-1}.$$

Pour obtenir le numéro recherché, entrez le programme suivant à l'aide du logiciel Python (ou sur votre calculatrice) et testez-le avec des valeurs de n de votre choix.

```
Fibo.py
from math import*
n=int(float(input("saisir un entier supérieur à 2: n= ")))
a=1
b=1
for i in range(2,n+1):
    c=a+b
    a=b
    b=c
print("numéro obtenu", c)
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
PROGRAM:FIBO
:Prompt N
:1→A
:1→B
:For(I,2,N)
:A+B→C
:B→A
:C→B
:End
:Disp C
```

Dans le troisième indice, le numéro de l'arme est un nombre de Fibonacci, l'idée est aussi de poser des jalons portant sur des notions historiques, ici une suite classique. Les élèves doivent alors découvrir ce « nombre mystère » en faisant quelques essais à l'aide du programme proposé dans le texte ; c'est l'occasion d'étudier avec les élèves une boucle «pour» et une suite récurrente d'ordre deux.

Quatrième indice : à la recherche du mobile

Faites preuve d'esprit d'analyse !

- Hugh Alexander (né le 19 avril 1909 à Cork ; mort le 15 février 1974 à Londres) est un cryptanalyste et un joueur d'échecs britannique, né en Irlande. Pendant la Seconde Guerre mondiale, Alexander participa à la cryptanalyse d'Enigma, à Bletchley Park. Après la guerre, il fut pendant vingt ans le chef de la section H (cryptanalyse) du GCHQ (« Quartier général des communications du gouvernement »).
- En mars 1943, Turing revient à Bletchley Park. En son absence, son adjoint Hugh Alexander avait officiellement pris la fonction de directeur de la Hut 8², qu'il avait de fait toujours exercée, Turing n'ayant pas d'intérêt pour la direction.
- Après être passée dans un lycée pour filles de Dulwich, Joan Clarke a étudié les mathématiques au Newnham College, une des deux seules universités de Cambridge qui acceptaient les filles. Elle participait aux épreuves de mathématiques, de renommée mondiale, qui exigeaient des plus brillants étudiants de résoudre les problèmes les plus ardues dans un temps imparti. Une expérience précieuse pour sa carrière future. Exceptionnellement douée, elle a été récompensée par le prix Philippa Fawcett, du nom d'une célèbre mathématicienne qui surpassa ses camarades de classe masculins en 1890, et par la bourse Helen Gladstone. En 1939, Joan Clarke fut diplômée avec la mention « double first » (c'est à dire qu'elle était arrivée première à deux de ses examens finaux), mais à titre honorifique seulement puisque Cambridge ne remet de diplôme aux femmes qu'à partir de 1948.

2. La Hut 8 était une section du bureau anglais responsable de l'interception et du déchiffrement des communications étrangères entre 1919 et 1946. Elle était chargée de résoudre les messages Enigma de la marine allemande pendant la seconde guerre mondiale.





Mais qui a tué Alan Turing ?

• Une course pour décrypter Enigma

Arrivée au centre secret de Bletchley Park en juin 1940, Joan Clarke a rejoint la Hut 8 chargée de décrypter Enigma, machine d'encodage utilisée par la marine allemande. Chaque jour passé dans cette cabane de bois, installée sur les terrains d'une somptueuse propriété, était une course contre la montre.

Durant le printemps 1941, Alan Turing se rapproche de Joan Clarke, une des rares femmes cryptologues à Bletchley Park. Malgré un amour platonique qui ne dépasse jamais l'amitié, il se fiance avec elle car par devoir social, les parents de Joan lui demandent de se marier. Turing rompt les fiançailles durant l'été après lui avoir révélé son homosexualité.

- Selon vous, quel pourrait être le mobile du crime ?
- Quelle réflexion vous inspire le texte sur la condition des femmes à cette époque ?

L'idée, dans le quatrième indice, est de faire réfléchir les élèves sur la place des femmes dans les milieux universitaires des années 1950, ceci à travers la lecture d'un texte portant sur Joan Clarke. Ce texte est particulièrement éclairant sur les inégalités touchant les femmes dans les domaines de l'éducation et leur marginalisation dans l'accès au savoir à cette époque. Il sera opportun de le remettre en perspective en cours de français en étudiant différents textes émanant de voix féminines dénonçant leur exclusion du savoir.

Cinquième indice : une dernière preuve...

Décryptez le message !!

Dans la main gauche de Turing a été récupéré un bout de papier totalement froissé où se trouve un message codé qui pourrait nous aider dans la suite de l'enquête.

Message retrouvé dans la main de la victime :

MZHM-L-D-UKDMR!

Le cryptage permet d'envoyer des messages secrets dont seul l'expéditeur et le destinataire peuvent connaître le message.

Ici, Turing a utilisé la méthode de cryptage suivante :

Lettre claire	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5X + 3	3	8			23								
Reste de la division par 26	3	8											
Lettre cryptée		I											

Lettre claire	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
X	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
5X + 3								123					
Reste de la division par 26								19					
Lettre cryptée								T					

En complétant le tableau ci-dessus, décryptez le message retrouvé sur le papier que tenait Turing.

Pour départager les plus rapides

- Expliquez le principe du « test de Turing » ;
- Décédez le message suivant : RNQPIGQPU-NC-RQOOG-FCPU-NG-EJCWFTQ
RQWT-SW'GNNG-U'KORTGIPG-FG-RQKUQP





Le message secret du cinquième indice est un codage affine, il sera donc décrypté à l'aide d'un tableau qui permettra de confirmer les découvertes des deuxième et quatrième indices.

Les deux questions subsidiaires ont pour objectif de départager les groupes et surtout d'évoquer le principe du test de Turing connu par certains élèves qui trouvent ici une occasion de mettre en valeur leurs connaissances dans le domaine de l'Intelligence Artificielle. Le dernier message secret est chiffré par un code César, c'est un clin d'œil au conte « Blanche Neige », particulièrement apprécié par Alan Turing (la lettre A est codée C, la lettre B est codée D, etc.).

*Le test de... Turing... est un... test... permettant... de... déterminer... si...
... une... intelligence... artificielle... imite... ou... est... très... similaire... à... un...
... humain... . Un... humain... est... en... situation... de... discussion... textuelle... pour... réaliser... ce... test.*

Pour décrypter ce message, il suffit de décaler chaque lettre de deux rangs vers la gauche. Il est évidemment possible de donner un coup de pouce aux groupes complètement bloqués.

Les élèves obtiennent ainsi :

2) Décoder le message suivant : RNQPIGQPU-NC-RQOOG-FCPU-NG-EJCWFTQP
PLONGEONS-LA -POMME-DANS-LE- CHAUDRON

RQWT-SW'GNNG-U'KORTGIPG-FG-RQKUQP
POUR-QU'ELLE-S'IMPREGNE-DE-POISON

Quelques restitutions d'élèves

Voici les résultats d'un premier groupe :

C'est à Wilmslow que je suis mort, Hugh Alexander étant mon assassin, il a utilisé de la cyanure afin de se venger du fait que je lui ai volé son poste de directeur.

Compléter avec les quatre indices trouvés :





Mais qui a tué Alan Turing ?

Les résultats d'un second groupe :

Le crime a eu lieu à Wilmslow, le coupable est Hugh Alexander, l'arme du crime est ^{le} cyanure, c'est une vengeance et le code est "Hugh m'a trahi".

Pour conclure ce « Cluedo », nous proposons une synthèse sous la forme d'un schéma. Ces activités qui fonctionnent très bien, quel que soit le profil de la classe, ont naturellement prolongé de façon ludique l'étude de la vie et des découvertes d'Alan Turing que nous avons pu travailler auparavant.

"Mais qui a assassiné Alan Turing ?"

- MÉMORISATION** 1. Lieu du crime : Wilmslow
- LOGIQUE** 2. Le suspect : "C l'a fait" (Tableau de vérité)
C = Hugh Alexander (son adjoint)
- PROGRAMMATION** 3. L'arme : LE CYANURE (Algorithme de Fibonacci)
- ANALYSE** 4. Le mobile du crime : La jalousie de H. Alexander envers Alan Turing.
- DÉCODAGE** 5. "Hugh m'a trahi".
(Codage affine modulo 26)

Les années 50 en Angleterre

Référence

[1] Linda V. Williams. *Deux cerveaux pour apprendre*. 1^{er} juin 1993.

Katia Vergnaud et Stéphane Mouez enseignent respectivement le français et les mathématiques au lycée Alfred Kastler de Talence.

© APMEP Juin 2022

Sommaire du n° 544

Mathématiques durables

Éditorial

1

Mais qui a tué Alan Turing? — Stéphane Mouez & Katia Vergnaud 51

Opinions

L'enseignement des mathématiques dans le nouveau lycée général — Bureau national de l'APMEP 3

Changement de regard sur l'enseignement de la géométrie — Christine Mangiante-Orsola 7

Avec les élèves

✦ Le développement durable à partir de tâches complexes — Stéphanie Thinet 17

✦ Enjeux environnementaux — Sylvain Etienne 20

✦ Bain ou douche? — Claude Fahrer 27

✦ « Eau et hygiène » en classe de Cinquième — Sabine Gougeon & Isabelle Lefèbre 32

Manipulations incarnées avec le matériel de base ou le géoplan — Olivier Le Dantec 38

Quand la géométrie se met en « œuvres »... — Cristine Géobard 46

Un tour de magie en CM2 — Sarah Leleu Maati & Mathilde Scandolari 59

Ouvertures

Petite enquête sur la logique dans la scolarité — François Boucher 65

Éléments théoriques sur l'implication — Zoé Mesnil 71

Mathématiques et épidémie — Pierre Carriquiry 77

Récréations

✦ Célébrons de façon durable nos années qui passent... — Dominique Souder 82

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 85

Au fil du temps

Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 88

Matériaux pour une documentation 90



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr