

Le bulletin de l'APMEP - N° 544

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Avril, Mai, Juin 2022

Mathématiques durables



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro sont joints le BGV n° 224
spécial « Journées Nationales » et l'affiche de ces Journées

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Adèle HUGUET, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Juin 2022. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Enjeux environnementaux

*Cet article présente des exemples de sujets et d'activités accessibles à des collégiens en lien avec les mathématiques et le développement durable [1].
Travail sur les grandeurs physiques, ordres de grandeur : de quoi marquer les esprits !*

Sylvain Etienne

Pour commencer...

Le développement durable se doit d'être intégré régulièrement et à bon escient durant la scolarité d'un élève et cela, dès la maternelle et tout au long de sa scolarité. En effet, l'éducation au développement durable  apparaît pour la première fois dans une circulaire de 2004, renouvelée plusieurs fois depuis.

Les programmes officiels pour l'école et le collège (BO n° 31 du 30 juillet 2020, ,  et ) intègrent, pour les mathématiques, un encart supplémentaire par rapport aux programmes précédents et commencent ainsi en cycle 2 : « Les thèmes du changement climatique, du développement durable et de la biodiversité doivent être retenus pour développer des compétences en mathématiques et favoriser les liens avec les disciplines plus directement concernées. Une entrée par la résolution de problèmes est à privilégier [...] ».

Pour ma part, l'intégration d'activités et d'exercices en lien avec le développement durable est ancré dans ma pratique de classe depuis longtemps. Par ailleurs, le développement durable est un thème intéressant pour développer le travail collaboratif entre professeurs de sciences mais aussi d'autres disciplines. J'ai, par exemple, contribué à l'élaboration de deux *escape games*, auxquels j'ai fait participer mes élèves :

- « Voyageurs du futur » , en lien avec CANOPÉ Nice, relatif aux changements climatiques ;

- « Mafios'eau » , à propos de l'impact des produits chimiques, du rôle d'une station et de la fragilité d'un système de recyclage de l'eau.

Dans cet article, je vous propose des activités s'intéressant aux gaz à effet de serre (GES) réalisées avec des élèves de Sixième ou de Troisième en travail de groupe ou hors la classe.

Concentration en CO₂ atmosphérique

La première activité que je vais vous présenter a été proposée en classe entière avec des élèves de Troisième. Elle permet de développer les compétences « modéliser » et « représenter ». Elle peut être posée comme évaluation diagnostique au chapitre sur la notion de fonction en Troisième.

La séance commence par un QCM individuel¹ réalisé sur Moodle, suivi d'un débat de classe s'appuyant sur les résultats obtenus.

L'effet de serre provoque un réchauffement de la planète.

• Vrai

• Faux

Les activités humaines produisent des gaz à effet de serre.

• Vrai

• Faux

Ces deux questions initiales visent à faire découvrir de premiers constats concernant les gaz à effet de serre. Elles ont été réussies et n'ont pas posé de difficulté particulière.

1. Merci à Martine Olivi pour sa participation à la création des questionnaires.

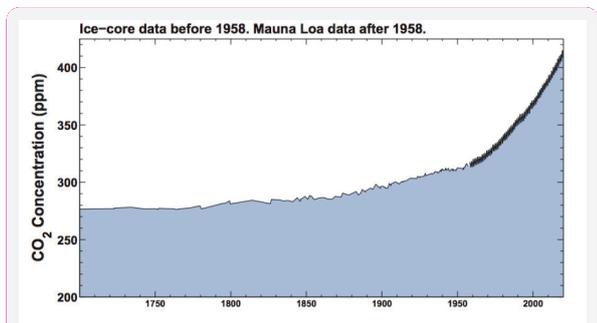


Figure 1. Concentration de CO₂ atmosphérique relative à la période 1700 à 2000 [2].

La concentration de CO₂ dans l'atmosphère a augmenté de 50 % depuis 1800.

- Vrai
- Faux

Cette troisième question a pour objectif principal de quantifier le constat préalablement établi avec les deux questions précédentes. Elle a divisé la classe, avec autant d'élèves pour dire *Vrai* que pour dire *Faux*. J'ai donc demandé aux élèves

d'écrire leur raisonnement sur leur cahier de recherche. Outre quelques élèves avouant avoir voté « au hasard », d'autres ont présenté des difficultés pour récupérer les données sur le graphique, ou encore pour traduire l'augmentation de 50 %. Certains élèves ont fait la remarque que la concentration en CO₂ commençait à 200 ppm et faussait les données.

Un des intérêts de faire cette lecture graphique avec les élèves est de montrer que toutes les relations entre deux grandeurs ne se modélisent pas forcément par des grandeurs proportionnelles, comme ils peuvent l'imaginer. Cette activité, ainsi que la suivante, permet de montrer d'autres modèles (sans les formaliser) comme ici le modèle exponentiel qui fait consensus.

Lors d'une séance ultérieure, un second graphique est proposé représentant la température moyenne terrestre en fonction du temps.

Si les émissions de gaz à effet de serre continuent à la vitesse actuelle, nous atteindrons 1,5 °C de réchauffement entre quelles années ?

- 2018 et 2030 ;
- 2030 et 2045 ;
- 2045 et 2075 ;
- 2075 et 2100.

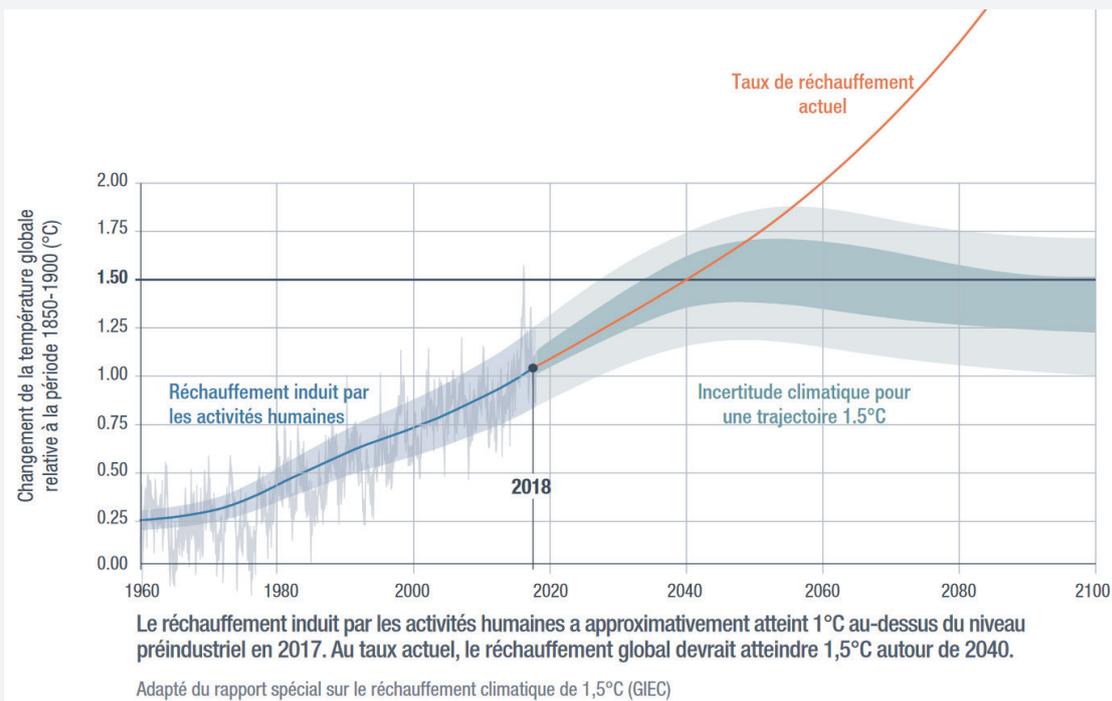


Figure 2. Changement de la température globale relative à la période 1850-1900 (en °C) [3].





La question a été dans l'ensemble bien réussie. J'ai continué par une question orale sur la compréhension globale de ce graphique. Cette représentation graphique n'a pas été facile à comprendre par les élèves pour diverses raisons. En effet, plusieurs « courbes » sont présentes dont une qui varie beaucoup (les données réelles de température) et des estimations futures sont représentées. Plusieurs élèves ont fait remarquer que ça ressemblait aux représentations graphiques de croissance du carnet de santé.

Le glacier du Mont Blanc

Cette activité a été réalisée avec des élèves de Sixième à partir d'un article sur le glacier du Mont Blanc [4]. Outre des questions de vocabulaire ou de lieux, la majorité des élèves a repéré les deux phrases suivantes, se demandant alors si c'était vrai.

« Un volume de glace estimé à 500.000 m^3 est sur le point de se détacher du glacier. [...] C'est à peu près l'équivalent de la taille de la cathédrale de Milan, ou d'un terrain de football recouvert de 80 mètres de glace. »

Une seule élève a repéré le « point » dans l'écriture du volume, ce qui a permis de revenir sur l'écriture des grands nombres.

Après quelques recherches sur la cathédrale de Milan, les élèves se sont aperçus qu'il n'était pas évident de représenter un tel bâtiment. C'est pourquoi un accord a été trouvé pour représenter la situation par un terrain de football recouvert de 80 mètres de glace. Il faut alors veiller aux élèves qui ne fréquentent pas du tout les terrains de football et leur donner une autre représentation (cour de récréation, terrain en EPS, etc.).

À cela s'ajoute le problème des dimensions d'un terrain de football qui ne sont pas fixées : la longueur varie entre 90 et 120 mètres et la largeur entre 45 et 90 mètres. Les élèves ont donc dû faire des choix et ont trouvé de fait des résultats quelque peu différents. Ce qui est parfait pour essayer de comprendre la notion d'ordre de

grandeur, que l'on va pouvoir raccrocher au mot « estimé » dans l'article !

Plusieurs groupes ont réalisé une représentation dans le plan du terrain de football, confondant volume et aire, ce qui a nécessité de faire un nouveau point avec la classe entière. Par ailleurs, comme certains élèves de la classe sont en section football éducatif, ils ont choisi les dimensions du terrain d'Antibes, où ils pratiquent. Ces derniers trouvent un volume de $660\,000 \text{ m}^3$, permettant de valider les données de l'article.

Un dernier travail a été la prise de conscience du solide réel et notamment de la dimension « hauteur de 80 mètres ». Un des immeubles en face du collège possède 5 étages pour une hauteur d'environ 20 mètres. En Sixième, il est possible de travailler sur une photo de la façade avec un élément caractéristique qui permettra de savoir combien de fois on peut reporter la longueur de cet élément sur la façade. À noter que cette activité, déjà très riche, peut être prolongée par un modèle réduit à l'échelle 1/2 000. On conclut qu'il faut 4 fois la hauteur de l'immeuble d'en face pour recouvrir un terrain de football ; ce qui ne manque pas d'impressionner les élèves !

Un retour en classe de Troisième a été fait pour demander combien de pavés droits réduits de 5 cm sur 3,5 cm sur 4 cm — dimensions trouvées grâce à l'échelle 1/2 000 — il faudrait pour remplir l'espace trouvé ($2\,000^3$, soit 8 milliards de solides réduits tout de même !). Sachant que certains élèves de Sixième mettent une heure à produire un tel solide réduit, et qu'une classe comporte 30 élèves, 30 millénaires seraient donc nécessaires pour remplir le solide en vraie grandeur !

Le fait que les élèves de Sixième aient pu transmettre une demande aux élèves de Troisième pour des questions qui dépassaient leur niveau de compétences leur a permis de voir la résolution de problèmes comme autant de sous-problèmes auxquels chacun va pouvoir contribuer selon ses compétences.



Chiffrer les émissions de GES

Cette partie a été proposée à des élèves de Sixième et Troisième. Elle est davantage liée aux compétences « représenter », « raisonner » et « calculer ». Les questions visent à raisonner sur les objets précédemment définis, notamment la tonne équivalente CO_2 (notée tonne d'eq CO_2).

Du diamètre estimé en Sixième... au volume d'une boule en Troisième

Un Français produit actuellement 1 tonne d'eq CO_2 par mois en moyenne. Approximativement, quel volume occupe une tonne de CO_2 ?

- Celui d'une boule de 1 m de diamètre ;
- **Celui d'une boule de 1 dam de diamètre ;**
- Celui d'une boule de 1 hm de diamètre ;
- Celui d'une boule de 1 km de diamètre.

Pour répondre à cette question, j'ai proposé la photo suivante (3) permettant, à l'aide d'un travail collaboratif entre les élèves de Sixième et Troisième d'estimer le volume de la boule. En expliquant leur démarche, les élèves de Sixième ont eu à estimer le plus précisément possible le diamètre du ballon.



Figure 3. Photo d'un ballon représentant l'équivalent d'une tonne de CO_2 à la COP15 [5].

En amont, les élèves de Sixième avaient travaillé en groupes, lors de rituels, sur l'estimation de longueurs d'objets exposés dans des images tirées du site estimation180.com (days 1, 2, 3 et 41 pour la grandeur « longueur ») en se basant sur la taille d'une personne figurant sur chacune de ces images.

Certains groupes ont donné une réponse très rapidement, s'appuyant uniquement sur la perception. J'ai alors souligné le groupe de mots « le plus précisément possible » pour leur demander un complément d'analyse. Globalement, les élèves se sont servis du travail qui avait précédé en rituel en utilisant une personne pour reporter autant que possible la longueur d'une personne sur la « boule ».

Les réponses ont été sensiblement les mêmes, autour d'une dizaine de mètres. Le mot diamètre a posé quelques difficultés pour certains élèves, résolues grâce aux échanges des élèves du groupe.

Par la suite, en exercice d'application en Troisième, la photo (figure 3) est projetée avec la consigne suivante :

Les élèves de Sixième 2 ont estimé que le diamètre de cette boule est de 1 dam.
Calculer le volume de cette boule en m^3 , puis en kL.
Leur transmettre votre réponse.

C'est une simple application de la formule vue plus tôt en cours. Cependant, le fait d'avoir une donnée issue des élèves de Sixième a motivé ceux de Troisième à chercher une réponse en essayant de la détailler.

Quantités émises d'eq CO_2 selon le mode de transport

Deux activités en classe de Sixième ont été ensuite menées en utilisant l'image 4.

La première activité consiste à contrôler le « nuage » à droite sur les quantités émises entre Paris et Marseille. C'est l'occasion d'aller sur Géoportail  pour trouver la distance demandée : 760 km pour une voiture et, comme le trajet est relativement rectiligne d'un point à l'autre, on peut considérer que c'est pareil pour un train ou un avion. Un simple produit plus tard, une conversion parfois malheureuse et les élèves ne retrouvent pas les valeurs annoncées. Par exemple, pour une voiture en longue distance, $85,5 \text{ g/km} \times 760 \text{ km} = 64\,980 \text{ g} \approx 65 \text{ kg}$, ce qui est loin des 136 kg annoncés. Il faudra utiliser les

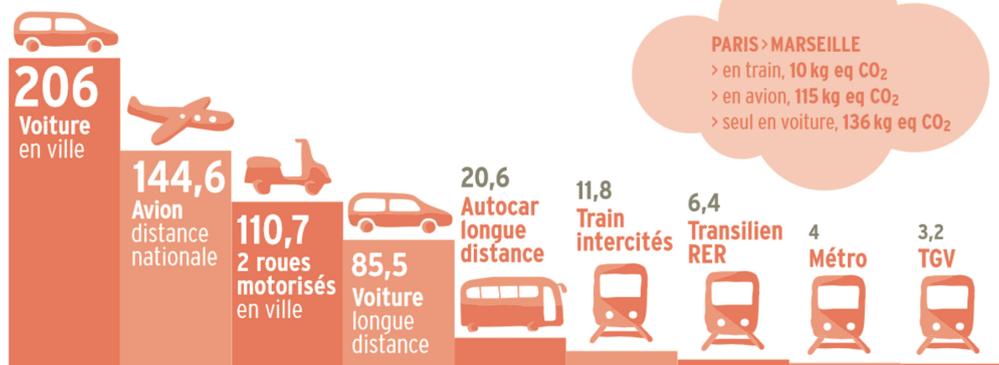


Enjeux environnementaux

dernières phrases de l'image pour rectifier en classe : « Chiffres [sic] basés sur les taux moyens de remplissage en France. L'empreinte carbone des moyens de transport dépend fortement du nombre de passagers ». Une discussion s'engage sur le nombre de passagers moyen du trajet Paris à Marseille. Les élèves, avec mon appui,

estiment qu'il y a en moyenne 2 à 3 passagers par voiture. Avec 2 passagers, on obtient alors $2 \times 65 \text{ kg} = 130 \text{ kg}$. Les valeurs alors trouvées sont suffisamment proches pour convaincre les élèves. Le manque de sources est ici intéressant à relever car nous n'avons pas la possibilité de vérifier les données fournies.

QUANTITÉS ÉMISES SELON LE MODE DE TRANSPORT (en grammes de CO₂ émis par passager* et par kilomètre)



* Chiffres basés sur les taux moyens de remplissage en France. L'empreinte carbone des moyens de transport dépend fortement du nombre de leurs passagers.

Figure 4. Quantités émises d'eqCO₂ selon le mode de transport [6, p. 5].

La deuxième activité consiste à créer son propre problème et le soumettre aux autres élèves. Certains élèves ont seulement modifié les villes de départ et d'arrivée, avec parfois le souci d'avoir un aéroport sur place ou un tracé de ligne de train facilement calculable. Un nouvel élève venait d'arriver de Grenoble, et Grenoble - Antibes fut un peu complexe à décrire. D'autres élèves ont mélangé les transports ou fait d'autres comparaisons, seul ou en famille dans le transport.

La part du numérique² dans les émissions de GES

Cette partie a été moins développée avec les élèves de Troisième, elle le sera sans doute davantage pendant l'année scolaire 2021/2022, en raison notamment du partenariat avec Terra Numerica, dont le collège Sidney Bechet est espace partenaire

L'empreinte énergétique

- Émissions de gaz à effet de serre**
- 116 millions de tours du monde en voiture (42 000 km) ;
 - 1,5 milliard de salariés français parcourant chaque jour 25 km aller-retour en voiture pour aller travailler, pendant 1 an.
- Eau**
- 242 milliards de pack d'eau minérale (9 litres) ;
 - 3,6 milliards de douches.
- Consommation d'électricité**
- 82 millions de radiateurs électriques (1 000 W) allumés en permanence.

Figure 5. Impact du numérique mondial en 2019 exprimé en équivalence d'usages de la vie courante.

2. La part du numérique occupe actuellement 4 % des émissions de Gaz à Effet de Serre (GES) dans le monde , soit environ la même chose que l'aviation , avant la période COVID.



Toutes ces données sont issues d'un rapport de GreenIT  (à la page 11) rendant compte de l'impact du numérique mondial en 2019 exprimé en équivalence par an d'usages de la vie courante. Elles ont été projetées au tableau, en demandant les différents calculs de grandeurs. J'ai aussi demandé à avoir les nombres en écriture scientifique. Par exemple, pour le premier point, on obtient

$$116 \text{ millions} \times 42\,000 \text{ km} = 4,872 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

Sachant qu'en moyenne, les élèves habitent à environ 1 km du collège, cela permet de relativiser. Une difficulté réside dans l'intégration du mot « millions », écrit en lettres, dans le calcul.

Ces comparaisons contribuent à l'acquisition d'ordres de grandeurs pour des valeurs tellement importantes qu'il est très difficile de se les représenter.

Le supercalculateur Fugaku³

Un des plus gros centres de calculs dans le monde (1^{er} du TOP500 / Nov2020 ) est la machine Fugaku au Japon. Quelle est la puissance de ce centre de calculs ?

- 1 MW
- 10 mW
- 100 MW
- 1 GW
- 30 MW

De même que précédemment, à moins d'avoir fait la recherche, les élèves ne connaissent pas la réponse. Les résultats du QCM ont été très dispersés.

La discussion avec les élèves a montré l'incompréhension de la puissance électrique et d'avoir une référence de 1 W par exemple. J'ai alors affiché une échelle de quelques ordres de grandeur de puissance. J'ai cependant apprécié que certains élèves demandent un complément à la collègue de physique-chimie.

Une autre difficulté réside dans l'appropriation des préfixes d'unités de mesure. Certains élèves ne font pas la différence dans leur propre écriture entre majuscule et minuscule, ce qui ne permet pas de discriminer correctement les réponses 10 mW et 30 MW par exemple.

Le supercalculateur Fugaku a une puissance⁴ de 30 MW . Dit ainsi, ça n'a toujours pas beaucoup d'impact pour les élèves.

J'ai alors donné l'exercice suivant pour établir des ordres de grandeur sur la puissance :

« Combien de tablettes numériques sont nécessaires pour égaler la puissance de ce supercalculateur ? »

Après recherche sur l'internet avec les mots-clés « puissance », « tablette » et « watt » (7 grammes eqCO₂ émis par recherche... ) , les élèves découvrent que leur tablette numérique a une consommation électrique annuelle de 12 kWh . Cette donnée est projetée au tableau et les élèves font les quotients « 30 ÷ 12 » ou « 30 000 000 ÷ 12 » ou « 30 ÷ 12 000 » par exemple. Cela montre le manque de dextérité sur les préfixes d'unité de mesure. Un point collégial remet les élèves sur le calcul $30\,000\,000 \div 12\,000 = 2\,500$. Ainsi, il faudrait 2 500 tablettes pour égaler la puissance de ce supercalculateur. Sauf que ce calcul n'a pas de sens. En effet, les élèves n'ont pas remarqué le passage de puissance (en W) à consommation (en Wh), pourtant déjà fait précédemment, autant en mathématiques qu'en physique.

J'ai dû donner moi-même la puissance d'une tablette, environ 3 W, cette donnée étant difficile à trouver (, à la page 9). Le quotient est alors $30\,000\,000 \div 3 = 10\,000\,000$. « Ça fait beaucoup » d'après un élève !

3. En 2020, le supercalculateur Fugaku était le plus puissant d'entre les supercalculateurs .

4. Cette partie a été simplifiée pour les élèves. Il faudrait parler d'efficacité énergétique qui est le nombre de Flops par Watts, le Flops mesurant le nombre d'opérations en virgule flottante par seconde.



Enjeux environnementaux

Un deuxième exercice est proposé la séance suivante :

« Quelle serait la facture annuelle d'électricité pour un particulier français du supercalculateur Fugaku, sachant qu'en moyenne, le prix du kWh est de 0,1893€ ? »

Le calcul n'a pas posé de difficulté particulière au vu du temps passé la veille, notamment sur le fait que 30 MW, c'est 30 000 kW et la différence entre puissance et énergie (consommation).

Le produit $30 \times 10^3 \times 24 \times 365 \times 0,1893$ donne le montant de la facture, soit environ 50 millions d'euros par an.

Cette partie est davantage tournée vers l'esprit critique et donne des clés pour comprendre les dessous du monde digital dans lequel les élèves évoluent.

Conclusion

Beaucoup d'emplois créés ou à créer concernent les enjeux environnementaux et il est donc nécessaire de s'emparer de l'éducation au développement durable. Les activités décrites dans cet article permettent de faire, en partie, la lumière sur le monde actuel et l'urgence climatique.

L'activité mathématique s'ancre dans le réel et la motivation des élèves est sensible. La recherche d'informations, l'esprit critique, la notion de source d'un document sont autant de compétences transversales développées par ces activités.

Références

- [1] *Ressources de l'atelier « Enjeux environnementaux » diffusées lors de la journée de la régionale de Nice-Corse.* 2021.
- [2] *UC San Diego. SCRIPPS Institution of Oceanography.* 2022.
- [3] *Rapport spécial du GIEC réchauffement à 1,5°C : résumé à destination des enseignants.* 2019.
- [4] *RTBF.be.* 7 août 2020.
- [5] *Wikipédia.* 11 décembre 2002.
- [6] of-FEEE (office français de la Fondation pour l'Éducation à l'Environnement en Europe). « *Le climat change, et nous ?* » 2015, p. 5.



Sylvain Etienne est professeur de mathématiques au collège Sidney Bechet à Antibes et chargé de mission pour le plan mathématiques premier et second degré de l'académie de Nice.

etiennesy@orange.fr

© APMEP Juin 2022

Sommaire du n° 544

Mathématiques durables

Éditorial

1

Mais qui a tué Alan Turing? — Stéphane Mouez & Katia Vergnaud 51

Opinions

L'enseignement des mathématiques dans le nouveau lycée général — Bureau national de l'APMEP 3

Changement de regard sur l'enseignement de la géométrie — Christine Mangiante-Orsola 7

Avec les élèves

Le développement durable à partir de tâches complexes — Stéphanie Thinet 17

Enjeux environnementaux — Sylvain Etienne 20

Bain ou douche? — Claude Fahrer 27

« Eau et hygiène » en classe de Cinquième — Sabine Gougeon & Isabelle Lefèbre 32

Manipulations incarnées avec le matériel de base ou le géoplan — Olivier Le Dantec 38

Quand la géométrie se met en « œuvres »... — Cristine Géobard 46

Un tour de magie en CM2 — Sarah Leleu Maati & Mathilde Scandolari 59

Ouvertures

Petite enquête sur la logique dans la scolarité — François Boucher 65

Éléments théoriques sur l'implication — Zoé Mesnil 71

Mathématiques et épidémie — Pierre Carriquiry 77

Récréations

Célébrons de façon durable nos années qui passent... — Dominique Souder 82

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 85

Au fil du temps

Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 88

Matériaux pour une documentation 90



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr