

Le bulletin de l'APMEP - N° 543

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Janvier, Février, Mars 2022

Dites-le avec des images !



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos .

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2022. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Au fil des problèmes

Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à : frederic.deligt2@gmail.com

*ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON*

Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt



543-1 Archimède encore (J.P. Friedelmeyer - Osenbach)

Sont donnés trois points A, B et C non alignés d'un plan affine euclidien.

1. Démontrer qu'il existe une et une seule parabole $\mathcal{P}(A; B, C)$ tangente en B à (AB) et en C à (AC) (figure 1).
2. On construit les trois paraboles $\mathcal{P}(A; B, C)$, $\mathcal{P}(B; C, A)$, $\mathcal{P}(C; A, B)$ où les rôles des points A, B et C sont permutés, et qui se coupent deux à deux en trois points P, Q et R, délimitant sept surfaces curvilignes à l'intérieur du triangle ABC (figure 2). Déterminer l'aire de chacune de ces surfaces en fonction de l'aire du triangle ABC.

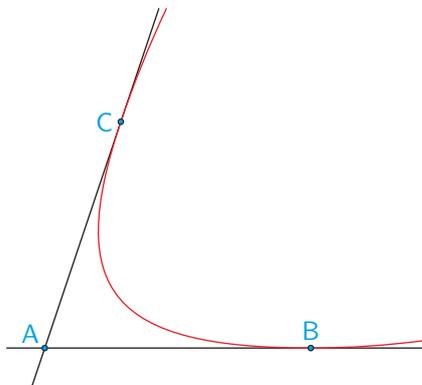


Figure 1.

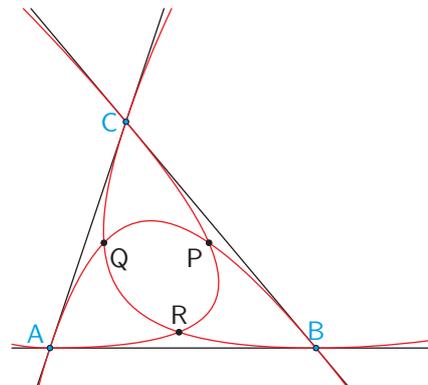


Figure 2.

543-2 Un classique revisité (Robert March - Paris)

J'ai décidé de faire deviner l'âge de mes enfants à mes élèves en leur précisant qu'ils avaient entre 2 et 20 ans. J'ai écrit sur un bout de papier la somme des deux âges et sur un autre leur produit. J'ai donné au hasard un papier à Sophie et l'autre à Germain :

Sophie — En tout cas, je suis sûre que j'ai la somme.

Germain — Merci pour le renseignement, mais j'hésite quand même entre plusieurs solutions.

Sophie — Dans ce cas, moi je la connais.

Germain — Alors moi aussi.

Et vous ?



543-3 Une équation diophantienne (Vincent Thill - Migennes)

Résoudre dans les entiers relatifs puis dans les entiers naturels : $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 4$

543-4 Somme de fractions égyptiennes

Quelles sont les valeurs de l'entier naturel n telles que la fraction $\frac{4}{n}$ soit la somme de deux inverses d'entiers ?



Papyrus Rhind.

À propos des problèmes parus précédemment

Vous pourrez retrouver sur le site d'*Au fil des maths* les contributions de Jacques Vieulet au problème 540-1 et de Marie-Nicole Gras aux problèmes 540-2, 540-3 et 540-4.

541-1 Une construction pratique du centre de gravité d'un quadrilatère plein

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et Pierre Renfer (Saint-Georges d'Orques) attachent un repère à la figure et vérifient que les coordonnées du centre de gravité du triangle ACF sont les mêmes, pour madame Gras, que celles du quadrilatère plein ABCD et que celles du quadrilatère plein ABCD privé du triangle ACF pour monsieur Renfer. Patrick David (Cergy), Julien Sautier et Pierre Carriquiry (Clichy) observent, de leur côté, que les triangles AFE et ABD ont le même centre de gravité, ainsi que les triangles CFE et BCD. Ils concluent par homogénéité du barycentre.

541-2 D'après August Ferdinand Möbius

Marie-Nicole Gras (le Bourg d'Oisans) et Jacques Vieulet (Ibos) obtiennent les premières relations demandées en utilisant notamment le lemme du chevron, puis continuent par des calculs algébriques classiques. L'étude du polynôme du troisième degré associé à l'équation proposée passe par la comparaison des moyennes arithmétique et géométrique. Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Patrick David (Cergy) et Julien Sautier utilisent les coordonnées barycentriques dans le repère affine (A, B, C), l'aire du triangle ABC est choisie comme unité d'aire, et parviennent ainsi, sans complication, aux expressions des aires. Les variations du polynôme du troisième degré sont étudiées en fonction des aires a et b ou p , q et r selon les auteurs.

541-3 Factorielles et carrés

Vincent Thill (Migennes), auteur du problème, trouve deux familles infinies de solutions, l'une avec $p - q = 8$ et l'autre avec $b = 1$. Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) produit trois familles infinies de solutions en fixant ou en liant certaines valeurs ; en prenant $b = 1$, $a = b^4$ ou $p - q = 2$. Son étude n'envisage pas les cas $b = 0$ ou $q = 0$, cas qui eux sont étudiés de façon approfondie par Daniel Perrin (Université Paris-Saclay) dans un article qui occupe quinze pages. Ce dernier étudie en particulier l'existence de solutions pour différentes valeurs de b ou de $p - q$. Un résultat remarquable est l'obtention de toutes les solutions dans le cas où $q = p - 2$. Différentes conjectures sont proposées dans le texte, qui suggèrent de poursuivre l'étude de cette difficile équation qui n'a pas encore reçu de solution générale.





541-4 Une curiosité algébrique

Les différents contributeurs, Maurice Bauval (Versailles), Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans), Jacques Chayé (Poitiers), Pierre Renfer (Saint-Georges d'Orques), Vincent Thill (Migennes) et Patrick David (Cergy) obtiennent une factorisation qui permet de conclure que l'égalité a lieu si deux des nombres sont inverses l'un de l'autre. Patrick David généralise l'équation avec n inconnues et montre qu'il y a alors toujours une infinité de solutions.

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'Au fil des maths à l'adresse : (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).

© APMEP Mars 2022



Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Abonnement 2022 à Au fil des maths - le bulletin de l'APMEP

Abonnez-vous de préférence en ligne sur <https://www.apmep.fr>

NOM (établissement ou personne) :

Adresse :

Code Postal : **Ville :** **Pays :**

Téléphone : **Adresse courriel :**

Numéro de TVA intracommunautaire (s'il y a lieu) :

Adresse de livraison :

Adresse de facturation :

Catégorie professionnelle : étudiant stagiaire 1^{er} degré 2^e degré
 service partiel contractuel enseignant dans le supérieur, inspecteur

Pour toute question concernant la confidentialité des données, écrire à : contactrgpd@apmep.fr.

Abonnement à Au fil des maths - le bulletin de l'APMEP pour les établissements et les personnes qui n'adhèrent pas à l'APMEP. **L'abonnement seul ne donne ni la qualité d'adhérent, ni l'accès à la revue numérique** et ne donne pas lieu à une réduction fiscale. Cependant, les abonnés non adhérents bénéficient du tarif adhérent ou abonné pour l'achat de brochures de l'APMEP (réduction de 30 % sur le prix public). L'abonnement et l'adhésion peuvent être souscrits sur <https://www.apmep.fr>.

60 € TTC pour la France, Andorre, Monaco, particuliers de l'Union Européenne, établissements européens qui n'ont pas de numéro de TVA intracommunautaire,

56,87 € TTC pour les établissements européens ayant un numéro de TVA intracommunautaire,

65 € TTC pour les DOM-TOM sauf Guyane et Mayotte (frais de port compris),

64 € TTC pour la Guyane, Mayotte et les pays hors Union Européenne (frais de port compris).

Règlement : à l'ordre de l'APMEP (Crédit Mutuel Enseignant - IBAN : FR76 1027 8065 0000 0206 2000 151)

par chèque par mandat administratif par virement postal

Nous pouvons déposer les factures sur Chorus.pro; indiquez le numéro d'engagement si nécessaire :

Date : **Signature :** Cachet de l'établissement

Bulletin d'abonnement et règlement à renvoyer à : APMEP, 26 rue Duméril 75013 PARIS
 secretariat-apmep@orange.fr SIRET : 784-262-552-000-36 / TVA : FR 94 — 784 262 552



Sommaire du n° 543

 Dites-le avec des images !

Éditorial

Opinions

Mathématiques et esprit critique — Éliane Vandembroucq

De la modélisation... et de l'innovation pédagogique — François Boucher

Avec les élèves

Manipulations incarnées avec des réglettes — Olivier Le Dantec

 Le château de cartes — Claire Lommé & Olivier Longuet

 Des « vidéos-erreurs » pour aiguiser l'esprit critique — Arnaud Durand

 Résoudre... sans consigne ? — Élodie Lalande & Fabienne Mousseau

 Des chryzodes au collègue — Mickaël Malinge

À bas Euclide ? — Henrique Vilas-Boas

Ouvertures

 Qu'est-ce que je vois ? — Valerio Vassallo

1  Les mathématiques comme inspiratrices de la forme : un petit panorama — Olivier Longuet 55

3  Haïkus — Richard Cauche 63

3  Ces images nous trompent ? — Régionale de Lorraine 66

5 **Récréations** 68

13 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 68

L'algorithme du sapeur — Robert March 71

13  Géométries finies & jeux FANO — André Deledicq 76

23 **Au fil du temps** 80

Pour nos classes... et pour nous : le site hist-maths.fr — Bernard Parzysz 80

 Maths & BD — Pol Le Gall 82

33 Archimède et la mesure du cercle — Martine Bühler 84

41 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 88

48 Matériaux pour une documentation 90

48 **Courrier des lecteurs** 95



CultureMATH




APMEP
www.apmep.fr