

Le bulletin de l'APMEP - N° 542

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2021

**Maths et citoyenneté (2)**



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



***Au fil des maths***, c'est aussi une revue numérique augmentée :  
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos .

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directeur de publication** : Sébastien PLANCHENAU.

**Responsable coordinatrice de l'équipe** : Cécile KERBOUL.

**Rédacteurs** : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

**Illustrateurs** : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe T<sub>E</sub>Xnique** : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

**Maquette** : Olivier REBOUX.

**Correspondant Publimath** : François PÉTIARD.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Décembre 2021. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



# Codes mathématiques de notre quotidien

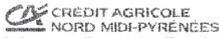
*Avec l'approche qui lui est chère des tours mathématiques, Dominique Souder nous propose des idées d'activités autour des codes bancaires, à faire découvrir aux futurs citoyens que sont nos élèves.*

**Dominique Souder**

Notre quotidien ne peut plus se passer des codes chiffrés. Dans les exemples qui suivent, on découvre comment calculer certains de ces codes et comment les clés de contrôle permettent de repérer certaines erreurs de saisie. Les algorithmes utilisés, reposant sur les restes de divisions euclidiennes, pourront offrir une source d'inspiration pour la mise en place d'activités avec les élèves.

## Calcul de la clé RIB d'un compte

Tout compte bancaire français est identifié par son RIB (Relevé d'Identité Bancaire), identifiant codé sous forme de liste de chiffres et éventuellement de lettres. Les deux derniers chiffres du RIB sont appelés clé de contrôle : cette clé (comprise entre 01 et 97) permet de vérifier la validité du RIB.

 **RELEVÉ D'IDENTITÉ BANCAIRE**

RCS Aibi 444 953 830

DOMICILIATION	FRANCE				TITULAIRE DU COMPTE
CRÉDIT AGRICOLE NORD MIDI-PYRÉNÉES	Banque 11206	Guichet 20018	Numéro de compte 59109009100	Clé RIB 13	MR,MME [REDACTED]

Sur le relevé d'identité bancaire (ce vieux compte n'existe plus) ci-dessus figurent les numéros :

- de la banque (5 chiffres) ;
- du guichet (5 chiffres) ;
- du compte bancaire (11 chiffres) ;
- de la clé RIB (2 chiffres).

Grâce à un algorithme qui s'applique sur le nombre formé des 21 chiffres, la clé peut être calculée avec la formule :

$$\text{Clé RIB} = 97 - \text{reste de la division euclidienne de } (89 \times \text{code banque} + 15 \times \text{code guichet} + 3 \times \text{numéro de compte}) \text{ par } 97. ^1$$

Pour le compte ci-dessus, on trouve :

$$89 \times \text{code banque} = 89 \times 11\,206 = 997\,334$$

$$15 \times \text{code guichet} = 15 \times 20\,018 = 300\,270$$

$$3 \times \text{n}^\circ \text{ compte} = 3 \times 59\,109\,009\,100 = 177\,327\,027\,300$$

$$\text{Total des trois composants} : 177\,328\,324\,904.$$

1. Ce choix de 97 comme diviseur vient du fait que c'est le plus grand nombre premier inférieur à 100 : il permet donc d'obtenir le plus grand nombre de clés distinctes à 2 chiffres comprises entre 01 et 97.



L'utilisation des propriétés des congruences permettra au lecteur de comprendre le pourquoi des nombres : 89, 15 et 3.

On calcule alors le reste dans la division euclidienne par 97 de ce total. Les capacités des calculatrices collèges ne permettent pas ce calcul mais un calcul à la main reste possible<sup>2</sup>.

Finalement, le reste de la division de 177 328 324 904 par 97 est 84. La clé du RIB ci-dessus est égale à  $97 - 84 = 13$ .

**À vous de jouer n° 1**

Quelle est la clé du RIB imaginaire ci-dessous ?

Pays	Banque	Guichet	N° de compte	Clé RIB
...	30066	10335	00020316101	??

**À vous de jouer n° 2**

Quelle est la clé du RIB imaginaire ci-dessous ?

Pays	Banque	Guichet	N° de compte	Clé RIB
...	20041	01016	01567ATG037	??

Aide : La clé RIB est une formule mathématique, qui ne peut s'appliquer que sur des valeurs numériques. Il convient donc de remplacer les éventuelles lettres présentes dans les données du RIB avant de pouvoir calculer sa clé.

Chaque lettre est remplacée par son équivalent numérique de la manière suivante :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	C	D	E	F	G	H	I
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
	S	T	U	V	W	X	Y	Z

**Le numéro IBAN d'un compte bancaire**

Depuis quelques années, les RIB ont été remplacés par une norme internationale d'identification des comptes bancaires appelée IBAN (International Bank Account Number), sous forme de 27 caractères en France. Un code IBAN est constitué de gauche à droite par six blocs de quatre caractères puis un dernier de trois caractères.

**RELEVÉ D'IDENTITÉ BANCAIRE**

CRÉDIT AGRICOLE NORD-MIDI-PYRÉNÉES  
RCS Albi 444 953 830

DOMICILIATION	FRANCE	TITULAIRE DU COMPTE
CRÉDIT AGRICOLE NORD-MIDI-PYRÉNÉES	Banque 11206 Guichet 20018 Numéro de compte 59109009100 Clé RIB 13	MR.MME [REDACTED]
Bank Identification Code (BIC) AGRIFRPP812	ETRANGER uniquement International Bank Account Number (IBAN) FR76 1120 6200 1859 1090 0910 013	[REDACTED]

2. On peut aussi utiliser la fonction MOD d'un tableur (dans les limites de sa capacité de calcul).





Le numéro IBAN d'un compte bancaire est constitué :

- d'un code pays composé de 2 lettres (FR pour la France, BE pour la Belgique, CH pour la Suisse, TN pour la Tunisie, ...);
- suivi d'une clé comprise entre 02 et 98 (voir le calcul de cette clé ci-dessous);
- suivi du numéro de compte BBAN (Basic Bank Account Number) qui a une longueur fixe pour un pays donné mais variable d'un pays à l'autre (30 caractères au maximum). Pour la France, ce numéro correspond aux 23 caractères du RIB (code banque + code guichet + numéro de compte + clé RIB)<sup>3</sup>.

### Algorithme de calcul de la clé du numéro IBAN

Les IBAN des comptes français, s'ils ne sont constitués que de chiffres<sup>4</sup>, ont tous le même début. En effet, pour calculer la clé on commence par ajouter 00 à la suite du code pays dont les lettres ont été converties en leur équivalent numérique avec les valeurs ci-dessous.

A	B	C	...	...	...	Y	Z
10	11	12	...	...	...	34	35

Pour la France, FR se traduit par 15 27. On obtient ensuite après concaténation : 152 700.

La clé IBAN peut alors être calculée avec la formule suivante :

$$\text{Clé IBAN} = 98 - (\text{le reste de la division euclidienne du nombre concaténé par } 97)$$

On obtient alors :  $98 - 22 = 76$  et l'IBAN débutera par FR76.

#### À vous de jouer n°3

Pour un compte en Belgique ne comportant que des chiffres, quelle est la clé IBAN qui suit BE ?

### Les cartes bancaires et l'algorithme de Luhn<sup>5</sup>

Cet algorithme permet de vérifier les numéros des cartes bancaires MasterCard/AMEX/Visa ou des codes SIREN/SIRET en utilisant une clé de contrôle. Si un caractère est mal écrit, alors l'algorithme de Luhn pourra détecter cette erreur.

#### Comment calculer la clé qui sera le dernier chiffre à droite ?

- On imagine être à la fin à droite du numéro complet comprenant cette clé et on se déplace vers la gauche;
- on réalise une somme de tous les chiffres sauf la clé, mais en doublant la valeur de tous ceux de rang pair. Si le double d'un chiffre est supérieur ou égal à 10, on le remplace par la somme de ses chiffres.

Le **chiffre de contrôle (le dernier à droite) = 10 - le chiffre des unités de la somme précédente.**

Par exemple, soit 853X, avec X chiffre clé que l'on souhaite vérifier.

3. Petit problème de maths : démontrer que ce nombre de 23 chiffres est toujours un multiple de 97.

4. Ceux qui voudraient aborder le calcul de la clé IBAN dans le cas des RIB comportant des lettres sont invités à suivre le lien [▶](#).

5. Hans Peter Luhn (1896-1964) est un informaticien allemand qui a travaillé pour la société IBM. On lui doit entre autres la formule de Luhn, l'algorithme d'indexation de Luhn et la méthode de concordance index KWIC (Key Words In Context). Il a déposé plus de 80 brevets. Ses travaux ont considérablement apporté aux professionnels de la documentation à tel point qu'on le considère comme l'un des pères fondateurs de l'informatique documentaire (source : Wikipedia : [▶](#)).



On prend le 3 que l'on double pour obtenir 6, puis le 5, non doublé, qu'on ajoutera. Enfin on double le 8, on obtient 16 et on ajoute les chiffres du nombre obtenu pour obtenir 7. Cela nous conduit alors au nombre 756.

La somme finale est donc 18.

Comme le chiffre des unités de 18 est 8, on calcule  $10 - 8$  et on obtient 2, la clé de contrôle est  $X = 2$ . Ainsi le code 8532 est valide.

Voici un spécimen de carte Visa :



Il y a  $4 \times 4 = 16$  chiffres au recto de cette carte. Le 16<sup>e</sup> chiffre (celui de droite) est la clé de contrôle de la carte bancaire. Il peut se calculer à partir des 15 autres par l'algorithme de Luhn.

Pourquoi cette clé ? Si un utilisateur tape ses chiffres en faisant une faute de frappe ou en intervertissant deux chiffres, alors le programme qui calcule la clé trouvera un mauvais résultat. La machine « comprend » que le numéro est invalide et donc a été mal recopié.

Pour varier les plaisirs, l'enseignant peut présenter un calcul de cette clé par l'intermédiaire d'un **tour de magie...**

Le magicien propose à un spectateur de bien vouloir jouer avec sa carte bancaire.

Il le rassure : le spectateur gardera sa carte en main et ne communiquera pas plus de la moitié de ses chiffres (huit sur les seize). Les positions des chiffres non communiquées seront connues, mais comme un chiffre peut avoir dix valeurs de 0 à 9, cela laissera  $10^8$  soit 100 millions de possibilités différentes pour le numéro de la carte après les indications que le spectateur donnera.

Le magicien explique que les numéros de carte bancaire comportent 16 chiffres mais que le dernier à droite, qui s'appelle « la clé de sécurité » peut être calculé à partir des 15 premiers à gauche. Si le spectateur donnait ces 15 chiffres de gauche, le magicien qui connaît la tactique de calcul de la clé pourrait trouver celle-ci et la communiquer au spectateur pour vérification de sa prouesse. Cependant, toute la salle connaîtrait alors le numéro de la carte bancaire du spectateur, ce qui n'est pas correct. C'est pour cela que le magicien propose l'exploit suivant, où il va retrouver la clé du numéro de la carte mais en ne connaissant à peine plus que la moitié des chiffres de cette carte, et ceci préservera la confidentialité du numéro de carte du spectateur...

- Voulez-vous me dire seulement les huit chiffres situés aux positions impaires à partir de la gauche, c'est-à-dire le 1<sup>er</sup> chiffre, le 3<sup>e</sup>, le 5<sup>e</sup>, ..., jusqu'au 15<sup>e</sup> ? Le magicien les note sur un papier.



- Voulez-vous pour finir faire la somme de tous les chiffres en position paire sauf le dernier à droite, donc voulez-vous faire le total des chiffres en 2<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, ..., jusqu'à la 14<sup>e</sup> position ? Le magicien note cette somme.
- Le magicien au bout de quelques secondes de calculs donne la valeur de la clé. Le spectateur confirme.

Expliquons ce tour, et ce que fait le magicien pour le réussir !

- Le magicien double chaque chiffre de rang impair (à partir de la gauche) communiqué par le spectateur, et quand cela dépasse 9, il remplace le résultat par la somme de ses deux chiffres.
- Le magicien ajoute tous ces huit nombres obtenus.
- Le magicien ajoute à ce résultat le total des sept chiffres de rang pair qui a été calculé par le spectateur.
- Le magicien observe le chiffre des unités du résultat obtenu, puis calcule la différence entre 10 et ce chiffre des unités. C'est la clé.

Prenons par exemple un numéro de carte à 15 chiffres à compléter par le 16<sup>e</sup> chiffre à droite :

5131 4194 0184 910.

Après la première étape, on arrive au nombre de quinze chiffres : 1161 8194 0174 910.

On calcule la somme des quinze chiffres, on obtient 53.

La clé de contrôle est donc égale à :  $10 - 3 = 7$ .

Le numéro complet de carte est 5131 4194 0184 9107.

### À vous de jouer n° 4

Voici les 16 chiffres du numéro de la carte bancaire spécimen représentée plus haut :

4970	1012	3456	7890
------	------	------	------

Ce numéro fictif respecte-t-il la loi de fabrication des cartes bancaires ?

Cet article pourra conduire à des activités magiques sur les mathématiques du citoyen et peut-être rebondir sur d'autres exemples de la vie courante : numéro INSEE, Codes ISBN, codes barre ou Gencode<sup>6</sup>...

Vous trouverez les solutions qui seront publiées sur la revue numérique *Au fil des maths* .



Enseignant de mathématiques aujourd'hui à la retraite, Dominique Souder se consacre désormais à des animations autour de la magie mathématique, et à des formations d'enseignants et de médiateurs scientifiques dans ce domaine où il a été un pionnier en France.

© APMEP Décembre 2021

6. Certains sites sur Internet permettent d'obtenir ou vérifier les codes RIB, IBAN, etc., mais ils ne détaillent pas les calculs mathématiques conduisant aux résultats, comme par exemple  ou .





Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

## Abonnement 2022 à *Au fil des maths* - le bulletin de l'APMEP

Abonnez-vous de préférence en ligne sur <https://www.apmep.fr>

NOM (établissement ou personne) : .....

Adresse : .....

Code Postal : ..... Ville : ..... Pays : .....

Téléphone : ..... Adresse courriel : .....

Numéro de TVA intracommunautaire (s'il y a lieu) : .....

Adresse de livraison : .....

Adresse de facturation : .....

Catégorie professionnelle :  étudiant  stagiaire  1<sup>er</sup> degré  2<sup>e</sup> degré  
 service partiel  contractuel  enseignant dans le supérieur, inspecteur

Pour toute question concernant la confidentialité des données, écrire à : [contactrgpd@apmep.fr](mailto:contactrgpd@apmep.fr).

**Abonnement à *Au fil des maths* - le bulletin de l'APMEP** pour les établissements et les personnes qui n'adhèrent pas à l'APMEP. L'abonnement seul ne donne ni la qualité d'adhérent, ni l'accès à la revue numérique et ne donne pas lieu à une réduction fiscale. Cependant, les abonnés non adhérents bénéficient du tarif adhérent ou abonné pour l'achat de brochures de l'APMEP (réduction de 30 % sur le prix public). L'abonnement et l'adhésion peuvent être souscrits sur <https://www.apmep.fr>.

**60 € TTC** pour la France, Andorre, Monaco, particuliers de l'Union Européenne, établissements européens qui n'ont pas de numéro de TVA intracommunautaire,

**56,87 € TTC** pour les établissements européens ayant un numéro de TVA intracommunautaire,

**65 € TTC** pour les DOM-TOM sauf Guyane et Mayotte (frais de port compris),

**64 € TTC** pour la Guyane, Mayotte et les pays hors Union Européenne (frais de port compris).

**Règlement** : à l'ordre de l'APMEP (Crédit Mutuel Enseignant - IBAN : FR76 1027 8065 0000 0206 2000 151)

par chèque

par mandat administratif

par virement postal

Nous pouvons déposer les factures sur Chorus.pro; indiquez le numéro d'engagement si nécessaire : .....

Date : ..... Signature : ..... Cachet de l'établissement

**Bulletin d'abonnement et règlement à renvoyer à : APMEP, 26 rue Duméril 75013 PARIS**

[secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr)

SIRET : 784-262-552-000-36 / TVA : FR 94 — 784 262 552



## Hors-série n° 1

## Spécial « Premier degré »

Accès libre et gratuit

<https://www.apmep.fr/Au-Fil-des-Maths-le-bulletin-de-l,8848>



**Des articles parus précédemment**  
**De nouveaux articles du cycle 1 au cycle 3**  
**Des témoignages de collègues**  
**Des sources d'inspiration possible**  
**Des idées pour enseigner les mathématiques**

**Trois sommaires : général, thématique, par cycle**

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public  
26 rue Duméril, 75013 PARIS - 01 43 31 34 05 - [secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr) - <https://www.apmep.fr>

# Sommaire du n° 542

## Maths et citoyenneté (2)

### Éditorial

1 Enseigner la géométrie en collège : un petit tour chez Euclide? — Michel Henry 50

### Opinions

✦ Le débat scientifique — Marc Legrand, Thomas Lecorre, Liouba Leroux & Anne Parreau

3 ✦ Utiliser ou démontrer une implication — Zoé Mesnil 58

✦ Débat mathématique, débat démocratique — Georges Mounier

3 Trois formes d'analogie guidant la résolution de problèmes — Catherine Rivier & Emmanuel Sander 65

### Avec les élèves

✦ Apprendre à débattre et à animer un débat mathématique — Thérèse Gilbert

17 **Récréations** 73

✦ Faire un crédit en Quatrième — Alexane Lucas

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 73

Comprendre la dérive génétique à l'aide de la simulation — Jean-Louis Marcia

17 ✦ Codes mathématiques de notre quotidien — Dominique Souder 76

✦ Qui va l'emporter? — Fabien Aoustin

32 **Au fil du temps** 81

### Ouvertures

Petite enquête sur l'existence en mathématiques — François Boucher

40 Quand l'analyse cherchait ses mots — Pierre Legrand 81

44 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 87

44 Matériaux pour une documentation 89



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr