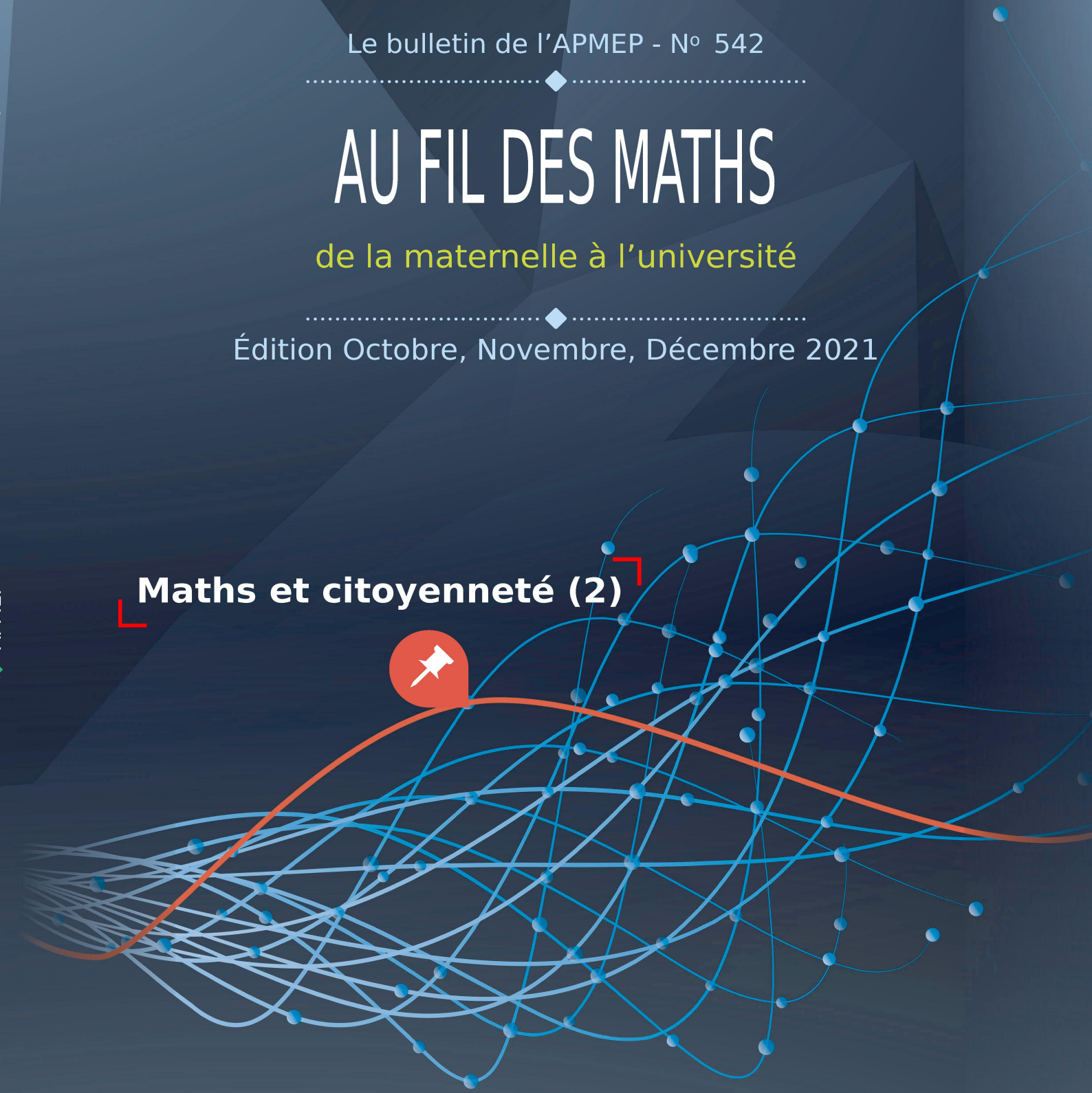
Le bulletin de l'APMEP - N° 542

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2021

Maths et citoyenneté (2)



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION
DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES
DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane Zehren

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille Génin mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : *Sébastien Planchenault*.

Responsable coordinatrice de l'équipe : *Cécile Kerboul*.

Rédacteurs : *Vincent Beck, François Boucher, Richard Cabassut, Séverine Chassagne-Lambert, Frédéric De Ligt, Mireille Génin, Cécile Kerboul, Valérie Larose, Alexane Lucas, Lise Malrieu, Daniel Vagost, Thomas Villemonteix, Christine Zelty*.

« Fils rouges » numériques : *François Bouyer, Gwenaëlle Clément, Nada Dragovic, Laure Étévez, Marianne Fabre, Robert Ferréol, Yann Jeanrenaud, Céline Monluc, Christophe Romero, Agnès Veyron*.

Illustrateurs : *Pol Le Gall, Olivier Longuet, Jean-Sébastien Masset*.

Équipe TEXnique : *François Couturier, Isabelle Flavier, Anne Héam, François Pétiard, Guillaume Seguin, Sébastien Soucaze, Sophie Suchard, Michel Suquet*.

Maquette : *Olivier Reboux*.

Correspondant Publimath : *François Pétiard*.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François Pétiard
Dépôt légal : Décembre 2021. ISSN : 2608-9297.
Impression : Imprimerie Corlet
ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

AU FIL DES MATHS

Faire un crédit en Quatrième

Comment faire passer un message de prévention des risques d'endettement, voire de surendettement, de manière attractive en intégrant une part relativement importante de mathématiques à des élèves de Quatrième ? Dans le cadre d'un partenariat entre la Banque de France et l'académie d'Orléans-Tours, l'autrice nous présente une co-animation menée en Quatrième pour sensibiliser les élèves à la question de budget et de finance.

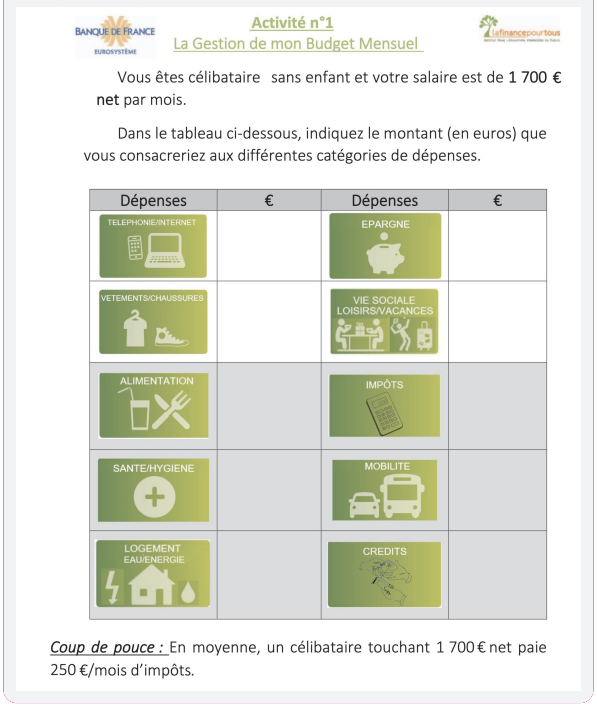
Alexane Lucas

J'ai eu l'opportunité de monter un projet avec Christine Gord [1], intervenante de la Banque de France, se traduisant par la co-animation d'une séance de deux heures autour de questions relatives à la gestion du budget. La présence de cette professionnelle du milieu bancaire me semblait en effet pouvoir apporter un poids plus important à l'authenticité des activités proposées. Celles-ci sont inspirées d'activités présentées lors de la formation « Gestion de Budget et Finance » et sont toutes téléchargeables sur la revue numérique.

La gestion des « sous » selon les élèves

Pour cette séance, les élèves sont regroupés de façon à être avec des camarades de même niveau, tout le matériel usuel (calculatrice, cahiers, ...) est laissé à disposition. Pour débuter, Christine a présenté la Banque de France, son rôle et ses missions, puis elle a questionné les élèves sur ce qu'était le budget pour eux, sans pour le moment parler d'épargne ou de crédit. Certains ont répondu que c'était *« Les sous gagnés chaque mois »*, d'autres *« La somme à accumuler pour procéder à un achat anticipé »*, ou encore *« L'argent à portée de main pour acheter tel ou tel objet ou qui ne peut être dépassé pour une sortie ou des vacances »*. J'ai ensuite distribué la première activité « La gestion de mon Budget Mensuel ».

Activité n° 1 – Gestion de mon budget mensuel



Activité n°1
La Gestion de mon Budget Mensuel

Vous êtes célibataire sans enfant et votre salaire est de 1 700 € net par mois.

Dans le tableau ci-dessous, indiquez le montant (en euros) que vous consacreriez aux différentes catégories de dépenses.

Dépenses	€	Dépenses	€
TELEPHONIE/INTERNET		EPARGNE	
VETEMENTS/CHAUSSURES		VIE SOCIALE LOISIRS/VACANCES	
ALIMENTATION		IMPÔTS	
SANTE/HYGIENE		MOBILITE	
LOGEMENT EAU/ENERGIE		CREDITS	

Coup de pouce : En moyenne, un célibataire touchant 1 700 € net paie 250 €/mois d'impôts.

Dans cette activité, les élèves devaient répartir le salaire de 1 700 € net par mois d'un célibataire sans enfant dans différentes catégories telles que

1. Christine Gord était directrice régionale adjointe en Centre-Val de Loire de la Banque de France au moment de l'intervention et est désormais directrice départementale de la Loire. Elle se propose de poursuivre avec des enseignants ligériens volontaires des actions de formation et des interventions en classe. N'hésitez pas à la solliciter à l'adresse courriel suivante : christine.gord@banque-france.fr.

la téléphonie et l'internet, l'alimentation, le logement (eau, énergie), la vie sociale (loisirs, vacances, …) mais également les impôts, l'épargne et les crédits.

Les élèves devaient donc se mettre d'accord sur le montant à indiquer dans chacune des cases et vérifier la cohérence de leur proposition (total égal à 1 700 €, montant de chaque catégorie possible dans la vie réelle, …).

Les premiers objectifs de l'activité étaient de vérifier que la notion de budget est comprise et de sensibiliser sur la manière de le gérer. L'idée était également de faire émerger un débat sur la signification des mots « épargne » et « crédit ». Les objectifs secondaires étaient d'utiliser correctement le calcul instrumenté (calculatrice) et de coopérer.

Très vite, des questions sur le sens de certains mots tels que « salaire net », « mobilité », « épargne » ou encore « crédit » et « impôt » ont été soulevées.

Des incohérences sont apparues dans certains groupes avec par exemple un total différent de 1 700 € (parfois supérieur, parfois inférieur).

Il est amusant de constater que certains élèves pensaient qu'il n'y avait pas besoin de payer pour le logement ; ou seulement les factures d'eau et d'électricité (après leur avoir rappelé leur existence !) mais bien souvent avec un loyer inexistant. Certains le justifiaient en disant que les parents avaient acheté la maison et n'avaient donc rien à donner pour y vivre, oubliant bien souvent que pour cela ils remboursaient chaque mois… un crédit ! La plupart considérait qu'il n'y avait pas besoin de dépenser en santé/hygiène puisque tout est remboursé par les assurances… Chose plus étonnante, 50 à 100 € semblaient suffire pour se nourrir pendant un mois. Niveau mobilité, ils ont souvent pensé au prix d'un abonnement mensuel au bus de ville mais peu ont pensé à l'essence et aucun au coût d'entretien de la voiture. En revanche, dépenser 300 € par mois en vêtements et chaussures ne semblait pas poser de problème et s'abonner à des programmes TV (Netflix, OCS, Canal+, …), avoir un « super » forfait téléphone, ou divers autres abonnements (Spotify, jeux vidéos, …) semblaient une nécessité — *« C'est obligé ! »* m'a dit un élève — et ils y mettaient le prix, oubliant parfois le simple abonnement internet à domicile, pourtant nécessaire à l'utilisation de ce que je viens de citer !

Sans donner de correction, Christine a ensuite repris la main pour revenir sur les mots qui ont posé problème en énonçant réellement ce qu'était l'épargne et ce que cela signifiait d'épargner.

L'épargne selon les élèves

Pour vérifier que cette notion d'épargne avait bien été comprise des élèves et voir s'ils étaient capables de calculer une somme mensuelle à épargner, j'ai ensuite proposé l'activité « Partons en camping ».

Activité n° 2 – Partons en camping

Pierre et Fatima Budgeste souhaitent partir au camping de la plage pendant les 15 jours des vacances de la Toussaint. Ils seront accompagnés de leurs enfants Sarah et Alex âgés de 1 an et de 5 ans. Ils pensent avoir besoin au maximum de 11 ampères en simultané.
On leur demande de payer le montant total de leur séjour, frais de dossier inclus, au plus tard le 1er octobre.
Combien doivent-ils épargner par mois s'ils commencent au 1er juin pour pouvoir partir dans ce camping ?

Camping de la plage

	TARIFS JOURNALIERS
2 adultes, 1 voiture	19,00 €
Enfants de 2 à 13 ans	4,00 € pour un enfant
Enfant de moins de 2 ans	Gratuit

Frais de dossier : 16,00 €

Tarifs 2019

	TARIFS JOURNALIERS
6 ampères	4,00 €
10 ampères	5,00 €
12 ampères	6,00 €

Au travers de cette activité, les élèves développaient leur capacité à lire et extraire des informations utiles à la résolution d'un problème impliquant des grandeurs variées (intensité, prix, âge) et des durées mais également leur capacité à les organiser et les traiter en vue de sa résolution.

Afin de pouvoir suivre leurs recherches, j'ai imposé à l'un des membres du groupe de noter les calculs réalisés et ce à quoi ils correspondaient pour qu'ils soient tous en mesure d'expliquer la démarche engagée à l'oral et de donner le résultat obtenu.

À nouveau, j'ai pu constater quelques soucis de vocabulaire sur les termes comme « tarifs journaliers », « épargner » (encore !) ou même sur « au maximum » et « simultané ».

Certains groupes avaient mal lu l'énoncé : ils faisaient par exemple payer l'enfant de un an, ne comptaient qu'une seule fois les montants indiqués alors que les tarifs donnés sont journaliers ou comptaient carrément quinze fois les frais de dossier. Dans ces cas-là, une simple relecture ou quelques questions notamment sur les frais de dossier ont suffi à leur faire corriger leurs erreurs. Certains ont également eu un mauvais raisonnement en comptant cinq mois du 1er juin au 1er octobre mais un petit schéma leur a fait prendre conscience de leur erreur.

Faire un crédit … avec des élèves !

Voici le scénario de la dernière activité :
« Pour financer ses vacances, la famille Budgeste décide finalement de contracter un crédit de 451 € dont le TAEG est de 21,2 % remboursable en huit mois ». Il s'agit de faire calculer aux élèves le coût de ce crédit.

Une question pour se mettre littéralement dans le bain

Dans un premier temps, Christine a de nouveau pris la parole pendant une dizaine de minutes afin :

- d'expliquer succinctement ce qu'est un crédit ;
- d'aborder la notion de TAEG retrouvée dans une publicité projetée[2] ;

prêtperso

Pensez aux vacances !
Exemple d'utilisation courante, hors assurances facultatives : pour une utilisation de 500,00 € en vitesse lente (en une seule fois et sans utilisation ultérieure) égale au montant total du crédit, vous réglez **30 mensualités de 21,00 € et une dernière ajustée de 4,59 €. TAEG révisable : 21,2 %.** Taux débiteur révisable : 19,23 %. Coût du crédit : 134,59 €. **Montant total dû : 634,59 €.** Durée maximum du crédit : 31 mois. Coût maximum mensuel de l'assurance (inclus dans votre mensualité**) : 3,04 € pour DIM+CHOM. Coût total de l'assurance : 59,85 € pour DIM + CHOM soit un TAEA de 9,17 %*.

- de présenter la formule permettant de calculer une mensualité.

$$m = \frac{C \times \frac{t}{a}}{1 - \left(1 + \frac{t}{a}\right)^{-n}} \quad \text{où}$$

- C est le montant emprunté en euros (€) ;
- m est la mensualité en euros (€) ;
- n est la durée de l'emprunt en mois (c'est-à-dire le nombre total de mensualités à payer) ;
- a est le nombre de versements par an ;
- t est le Taux Annuel Effectif Global (TAEG).

Dans un second temps, afin de vérifier que les élèves parvenaient à utiliser cette formule — complexe pour des Quatrièmes —, je leur ai demandé de calculer le montant de la mensualité à payer pendant ces huit mois. Cela me permettait aussi de contrôler que les élèves savaient :

- extraire de documents les informations nécessaires pour appliquer une formule ;
- réinvestir correctement les pourcentages ;
- utiliser correctement le calcul instrumenté (calculatrice) impliquant des nombres en écriture fractionnaire et des puissances d'exposant négatif.

2. Inspiration : .

Cette fois encore, certains groupes n'ont pas pris garde au fait que la durée d'emprunt était donnée en mois, le nombre de versement en années, ou encore que t était exprimé en pourcentage.

Sans surprise, certains groupes ont mal appliqué le pourcentage et j'ai donc dû leur faire écrire sous forme fractionnaire afin de retrouver la valeur décimale.

Élèves en pleine recherche avec trois animateurs pour les guider.

Plusieurs groupes ont eu du mal à distinguer a de n. J'ai donc pris un exemple où la durée de l'emprunt était de 2 ans pour que n soit vraiment différent de a (n valant alors 24 tandis que a valait 12 puisqu'on fait 12 versements par an pendant 2 ans).

Tous les groupes ont eu du mal à utiliser la calculatrice ; d'où mon insistance pour utiliser la touche plutôt que car les priorités n'étaient bien souvent pas suffisamment maîtrisées. Finalement, le problème a été résolu à l'aide d'un émulateur.

D'autres questions pour terminer la boucle

Avant de passer à la suite de l'activité, j'ai redonné la parole à Christine afin qu'elle :

- revienne sur la distinction entre intérêts en pourcentages (sur laquelle certains s'étaient trompés) et en euros ;
- explique à quoi correspond la mensualité (les intérêts accompagnés du capital remboursé sur le montant emprunté) ;
- présente l'évolution des sommes dans le temps (les intérêts deviennent de plus en plus faibles et donc le capital mensuel réellement remboursé est de plus en plus proche de la mensualité qui, elle, reste fixe) ;
- présente la formule du calcul de l'intérêt mensuel à la fin.

$$i = \frac{C_t \times t}{a} \quad \text{où}$$

- C_t est le capital restant à rembourser, au début du mois, en euros (€) ;
- a est le nombre de versements par an ;
- t est le Taux Annuel Effectif Global (TAEG) ;
- i est le montant des intérêts du mois à payer en euros (€).

J'ai demandé ensuite aux élèves de se mettre d'accord pour compléter la première ligne du tableau ci-dessous en veillant à ce que chacun ait compris la démarche avant d'appeler pour vérification ; chacun des membres du groupe devait être capable d'expliquer à l'oral les choix faits collectivement.

Activité n° 3 « Et si on faisait un crédit ? » [3]

Période	Capital restant à rembourser en début de mois (C_t)	Mensualité (m)	Intérêts du mois (i)	Capital réellement remboursé à la fin du mois par rapport au montant emprunté
1er mois	€	€	€	€
...	...	...	...	...
9e mois	€			
	TOTAL			

Tableau d'amortissement à compléter.

Enfin, j'ai fait le bilan avec les élèves à l'oral puis, pour clôturer ce travail, montré le lien entre le coût du crédit et le montant total des intérêts. Les seules difficultés rencontrées dans cette deuxième partie d'activité étaient des erreurs de raisonnement :

- m, a, n et t sont constantes et il a fallu faire prendre conscience aux élèves que ces variables n'évoluent pas au cours du temps ;
- C_t et i varient d'un mois à l'autre et il a fallu demander si ces variables évoluaient au cours du temps et si oui par quoi les remplacer ;
- sur le calcul du capital réellement remboursé à la fin du mois, il a fallu demander quel calcul permettait de savoir ce qui a réellement été remboursé une fois qu'on a payé les intérêts du mois (différence entre ce qu'on a payé comme mensualité et les intérêts du mois).

Ces dernières questions avaient pour principaux objectifs de vérifier que la formule permettant de calculer les intérêts du mois était comprise et de faire suivre aux élèves un raisonnement algorithmique. Par ailleurs, elles me permettaient de vérifier que les élèves étaient capables d'organiser des données sous forme de tableau, d'utiliser correctement le calcul littéral (application d'une formule dont les valeurs évoluent au cours du temps) et d'utiliser correctement la calculatrice impliquant des nombres en écriture fractionnaire.

Finalement, au travers de cette activité, les élèves ont découvert comment calculer le montant des intérêts d'un emprunt, fait le lien entre le coût du crédit et le montant des intérêts, pris conscience des dangers des crédits et de l'épargne. Ils ont beaucoup réagi quand ils ont comparé la somme remboursée à la somme « prêtée ». Beaucoup ont alors dit qu'il valait mieux épargner plutôt que d'enchaîner les crédits ! Un dernier temps de parole a été donné à des représentants de la Banque de France pour bien appuyer sur la différence entre achat par « crédit » et par « épargne », avec les avantages et inconvénients du crédit. Ces contraintes ont abouti à des explications sur l'endettement et surtout sur les causes des risques de surendettement.

Une ouverture sur l'avenir

Pour terminer la séance, un temps d'échange suivi de remerciements a eu lieu entre la Banque de France et les élèves. C'est ici que les différents participants de la Banque de France ont pu parler de leurs parcours professionnels et des formations suivies pour arriver à leur fonction actuelle (études, diplômes, écoles, ...). Ils ont alors insisté sur leur besoin constant des mathématiques au

3. À noter que le remplissage de ce tableau d'amortissement aurait pu faire l'objet d'une autre séance en salle informatique permettant de développer les capacités d'utilisation d'une feuille de calcul (tableur) : j'y penserai la prochaine fois !

sein de leur travail. C'est ainsi que ce projet a pu s'inscrire à la fois dans le parcours citoyen et le parcours avenir.

Remerciements en fin de séance de l'ensemble des participants.

Le lendemain, j'ai demandé aux élèves ce qu'ils avaient pensé et ce qu'ils avaient retenu de cette co-animation. Ils étaient tous d'accord pour dire qu'ils avaient « adoré » et qu'ils aimeraient avoir davantage de séances comme cela : sur un thème précis avec plusieurs personnes pour les accompagner et pas seulement des professeurs ! Beaucoup ont retenu que les « impôts » et « factures » coûtaient cher ; ainsi que l'« alimentation » et les divers abonnement annexes (Netflix, téléphone, internet, …). Certains ont même réalisé qu'eux-mêmes revenaient cher à leurs parents et que leur demander de l'argent de poche régulièrement ou des articles de marque (vêtements, jeux, téléphone, …) pouvait les mettre en difficulté même s'ils n'en disaient rien. Certains également ont pris conscience de la chance qu'ils avaient de pouvoir partir en vacances ou d'avoir leurs propres consoles de jeu.

Pour conclure, j'ai donc pu faire vivre les mathématiques au travers de la découverte du monde des finances et du milieu bancaire tout en faisant prendre conscience aux élèves des avantages et inconvénients de l'épargne et du crédit. J'espère ainsi qu'ils ont acquis les connaissances nécessaires à une meilleure gestion de leur budget, ou du moins qu'ils seront sensibilisés à ce sujet.

Dans tous les cas, je pense avoir réussi — en partie grâce aux mathématiques ! — à former nos citoyens de demain à être plus responsables ! …

Alexane Lucas est professeure de mathématiques dans l'académie d'Orléans-Tours. Elle est membre de l'équipe d'*Au fil des maths*.

lucas.alexane.prof@gmail.com

© APMEP *Décembre 2021*

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Abonnement 2022 à *Au fil des maths* – le bulletin de l'APMEP

Abonnez-vous de préférence en ligne sur https://www.apmep.fr

NOM (établissement ou personne) : .....
Adresse : .....
Code Postal : ..... *Ville :* ..... *Pays :* .....
Téléphone : ..... *Adresse courriel :* .....
Numéro de TVA intracommunautaire (s'il y a lieu) : .....
Adresse de livraison : .....
Adresse de facturation : .....

Catégorie professionnelle : ☐ étudiant ☐ stagiaire ☐ 1er degré ☐ 2e degré
☐ service partiel ☐ contractuel ☐ enseignant dans le supérieur, inspecteur

Pour toute question concernant la confidentialité des données, écrire à : `contactrgpd@apmep.fr`.

Abonnement à *Au fil des maths* – le bulletin de l'APMEP pour les établissements et les personnes qui n'adhèrent pas à l'APMEP. **L'abonnement seul ne donne ni la qualité d'adhérent, ni l'accès à la revue numérique** et ne donne pas lieu à une réduction fiscale. Cependant, les abonnés non adhérents bénéficient du tarif adhérent ou abonné pour l'achat de brochures de l'APMEP (réduction de 30 % sur le prix public). L'abonnement et l'adhésion peuvent être souscrits sur https://www.apmep.fr.

☐ **60 € TTC** pour la France, Andorre, Monaco, particuliers de l'Union Européenne, établissements européens qui n'ont pas de numéro de TVA intracommunautaire,
☐ **56,87 € TTC** pour les établissements européens ayant un numéro de TVA intracommunautaire,
☐ **65 € TTC** pour les DOM-TOM sauf Guyane et Mayotte (frais de port compris),
☐ **64 € TTC** pour la Guyane, Mayotte et les pays hors Union Européenne (frais de port compris).

Règlement : à l'ordre de l'APMEP (Crédit Mutuel Enseignant - IBAN : FR76 1027 8065 0000 0206 2000 151)

☐ par chèque ☐ par mandat administratif ☐ par virement postal

Nous pouvons déposer les factures sur `Chorus.pro` ; indiquez le numéro d'engagement si nécessaire : .....

Date : ..... *Signature :* ..... Cachet de l'établissement

Bulletin d'abonnement et règlement à renvoyer à : APMEP, 26 rue Duméril 75013 PARIS

secretariat-apmep@orange.fr SIRET : 784-262-552-000-36 / TVA : FR 94 — 784 262 552

Sommaire du n° 542

Maths et citoyenneté (2)

Éditorial 1

Opinions 3

Le débat scientifique — Marc Legrand, Thomas Lecorre, Liouba Leroux & Anne Parreau 3

Débat mathématique, débat démocratique — Georges Mounier 11

Avec les élèves 17

Apprendre à débattre et à animer un débat mathématique — Thérèse Gilbert 17

Faire un crédit en Quatrième — Alexane Lucas 26

Comprendre la dérive génétique à l'aide de la simulation — Jean-Louis Marcia 32

Qui va l'emporter ? — Fabien Aoustin 40

Ouvertures 44

Petite enquête sur l'existence en mathématiques — François Boucher 44

Enseigner la géométrie en collège : un petit tour chez Euclide ? — Michel Henry 50

Utiliser ou démontrer une implication — Zoé Mesnil 58

Trois formes d'analogie guidant la résolution de problèmes — Catherine Rivier & Emmanuel Sander 65

Récréations 73

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 73

Codes mathématiques de notre quotidien — Dominique Souder 76

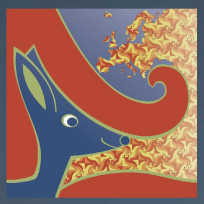
Au fil du temps 81

Quand l'analyse cherchait ses mots — Pierre Legrand 81

Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 87

Matériaux pour une documentation 89

CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr