

Le bulletin de l'APMEP - N° 541

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Juillet, Août, Septembre 2021

Maths et citoyenneté (1)



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2021-2022 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinateur de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Septembre 2021. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Séance de modélisation en mathématiques en lycée professionnel

Enseigner les mathématiques en lycée professionnel est favorable aux activités de modélisation qui intéressent naturellement les professeurs bivalents de mathématiques et sciences et ceux de la voie professionnelle. En amont de la séance, une réflexion peut être lancée à partir d'une vidéo et d'un sondage téléchargeables sur téléphone mobile.

Jean-Jacques Kratz

Contexte et problème proposé à la classe

La compétence « modéliser » est présente depuis les programmes de 2016 de la scolarité obligatoire et du lycée. En lycée professionnel, la mise en œuvre de cette compétence permet de mobiliser dans des situations de modélisation mathématique d'autres disciplines : les sciences physiques et les disciplines de la voie professionnelle, comme par exemple celles de la voie « métiers du bâtiment ». Nous présentons une séance mise en œuvre dans une classe de Seconde professionnelle de spécialité « Maintenance automobile ». **La problématique proposée est : quels radiateurs faut-il pour chauffer une salle de classe ?** La question initiale est posée de manière très ouverte. Au cours de la séance, il s'agira de calculer la puissance de chauffage nécessaire pour chauffer la salle considérée et de déterminer combien de radiateurs installer et quelle puissance pour chaque radiateur. Dans le cas présent, il a été choisi de considérer une rénovation du chauffage de la salle de classe des élèves. **Les objectifs de formation sont de modéliser une situation issue du monde réel, de réinvestir les connais-**

sances sur les solides usuels, les calculs de volume, la proportionnalité et le calcul algébrique (ici la puissance de chauffage en fonction du volume et d'autres facteurs).

En amont de la séance : utilisation d'une vidéo

L'utilisation d'une vidéo une semaine avant la séance permet aux élèves de découvrir une méthode employée par des chauffagistes. Un lien vers la vidéo est envoyé à chaque élève qui peut la consulter sur son téléphone portable et donne la consigne suivante.

Calculer la puissance de chauffage d'une salle de cours

« Un projet prévoit de remplacer les radiateurs de la salle de cours de maths. Vous êtes donc sollicité pour déterminer la puissance de chauffage des radiateurs à installer. Pour préparer ce travail, visualiser la vidéo "Calculer la puissance de chauffage" en mode plein écran (durée 2 min 05 s). Puis répondre au questionnaire. » La vidéo expose le principe du calcul de la puissance d'un radiateur. La problématique posée suppose des



connaissances sur le chauffage uniquement maîtrisées par les chauffagistes. Le recours à cette vidéo est une solution simple et rapide pour présenter la problématique à des élèves de Seconde (ou à un public non initié), de donner des informations et de proposer une méthode de résolution. Les informations fournies par le site professionnel  indiquent différents facteurs influençant le calcul de la puissance de chauffage : le lieu de résidence, l'altitude de ce lieu, la qualité de l'isolation, comme l'illustre l'extrait suivant : « La qualité d'isolation de votre maison joue un rôle important dans le calcul de la puissance de chauffage. Ainsi, le coefficient multiplicateur par région est entendu pour une maison bien isolée. Dans le cas d'une maison très mal isolée, il doit être majoré de 10 W. Ce qui donne par exemple [...] à Serre-Chevalier (1 500 m d'altitude) :

- si votre pièce de 30 m^3 est bien isolée, le calcul est le suivant : $30 \text{ m}^3 \times 36 \text{ W} \times 1,4 = 1\,512 \text{ W}$;
- si votre pièce mal isolée : $30 \text{ m}^3 \times 46 \text{ W} \times 1,4 = 1\,932 \text{ W}$. Pour une bonne répartition de la chaleur, il est conseillé dans ce cas de placer deux radiateurs de 1 000 W dans la pièce. »

Le questionnaire en ligne

Une fois qu'ils ont visionné la vidéo, les élèves répondent à un questionnaire en ligne comportant deux questions :

1. Quelles sont les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage ?
2. Quelles hypothèses faut-il également faire avant d'effectuer le calcul ?

Cette entrée en matière inhabituelle a deux intérêts : essayer de motiver les élèves en utilisant un support vidéo et « mettre les élèves en condition » pour qu'ils s'approprient la problématique avant la séance et ainsi gagner du temps pour la recherche en classe.

Par ailleurs, l'analyse des réponses (voir annexe) avant la séance permet au professeur d'anticiper les éventuelles difficultés que peut présenter le problème : la notion de puissance et son unité, la différence entre données (qui sont imposées par

l'énoncé) et hypothèses (qui résultent du choix de l'élève qui résout le problème), la modélisation mathématique du problème...

Illustrons quelques difficultés rencontrées par certains élèves

Un élève ne semble pas avoir compris la problématique. À la question « Quelles sont les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage ? », il répond : « Les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage sont : les Joules (J), le temps (t) et l'énergie (Q) ». Il semble donner une réponse décontextualisée des informations du site, réponse qui semble référer à une formule non précisée calculant la puissance nécessaire pour chauffer un volume d'eau en un temps (t) donné, en divisant l'énergie Q (en Joule) par le temps de chauffe souhaité T (en seconde). Un autre élève ne distingue pas clairement données et hypothèses. À la question « quelles hypothèses faut-il également faire avant d'effectuer le calcul ? » il répond : « Il faut déjà imaginer la longueur, largeur et hauteur ». Or la longueur, la largeur et la hauteur de la pièce sont des données de la salle de classe, que l'élève obtiendra par mesure. Les hypothèses porteront sur les qualités d'isolation de la salle de classe au regard des informations indiquées par le site.

Enfin, on remarque des difficultés d'expression. Par exemple dans la réponse suivante : « Suivant l'altitude, il faut ajouter un coefficient multiplicateur de 1,1 (500 m) $30 \text{ m}^3 \times 42 \text{ W} \times 1,1 = 1\,386 \text{ W}$ », l'élève emploie le mot « ajouter » dans le sens « tenir compte de », puisque par la suite il opère bien une multiplication et non pas une addition. De la même façon, son égalité ne respecte pas l'équation des grandeurs, mais il faut dire que le site professionnel invite à cette confusion : « Vous habitez en montagne ? Tenez compte de l'altitude. Ajoutez un coefficient multiplicateur aux chiffres précédents ». On reconnaîtra ici des difficultés liées aux différences de formulation, qu'on retrouve plus généralement entre les diverses cultures (mathématiques, physiques, professionnelles, etc.).



Déroulement prévisionnel puis effectif de la séance

Préparation de la séance

Le tableau ci-dessous indique ce que le professeur a prévu *a priori* comme organisation et comme répartition du temps.

Phase	Contenus	Durée
Travail individuel de préparation à la maison	Visualiser une courte vidéo (2 min 05 s). Répondre à un questionnaire en ligne à envoyer au professeur (voir annexe).	15 min
Motivation - Problématisation	Présentation de la situation par le professeur. Reformulation de la question pour mathématiser.	5 min
Phase en groupes de quatre élèves	Discussion des données et hypothèses nécessaires pour modéliser le problème.	10 min
Phase collective	Mise en commun des idées. Quelle organisation ?	10 min
Phase en groupes de quatre élèves	Mesure des dimensions de la salle. Calcul du volume de la salle et de la puissance des radiateurs. Rédaction d'un compte rendu dans le cahier.	30 min
Phase collective	Présentation des résultats de chaque groupe (six groupes de quatre élèves). Comparaison et critique des résultats.	20 min

En début de séance, une discussion, menée d'abord en groupe puis en classe entière, est nécessaire pour confronter les différentes approches du problème et permettre ainsi à chaque groupe d'élèves de s'engager avec ses données et ses hypothèses dans la mise en œuvre d'un modèle.

Les capacités relatives aux solides usuels (reconnaître un solide usuel, calculer un volume) et à l'utilisation des pourcentages et des coefficients multiplicateurs, nécessaires pour faire fonctionner le modèle, ne sont pas forcément bien maîtrisées en Seconde professionnelle. Par ailleurs, il faut s'attendre à ce que la notion de puissance ne soit pas davantage maîtrisée et que l'ordre de grandeur de la puissance de chauffage d'un radiateur ne soit pas connu.

Déroulement effectif de la séance

En début de cours l'élève reçoit le document suivant, qui indique le déroulement et les consignes de la séance, en rappelant les informations du document en ligne proposé avant le cours.

Chauffage d'une salle de cours : quels radiateurs faut-il pour le chauffage de cette salle ?

Consignes

Avant la séance

- Visualiser la vidéo « Calculer la puissance de chauffage » et répondre au questionnaire en ligne.

Pendant la séance (travail en groupe)

- Discuter des données et des hypothèses nécessaires pour modéliser le problème.
- Présenter à la classe le travail de réflexion du groupe.
- Réaliser les mesures nécessaires dans la salle de cours.
- Effectuer et justifier tous les calculs en précisant les données et les hypothèses de modélisation de la salle.
- Représenter la salle en perspective cavalière (échelle 1/50).

Mise en commun des idées au tableau

Voici un extrait des comptes rendus écrits au tableau par différents groupes.

- Groupe 1 : La taille de la salle en m^3 . L'isolation. Combien de fenêtres et de portes ?



- Groupe 2 : Il y a cinq radiateurs. La taille de la salle : longueur, largeur, hauteur. Fenêtres. Chaleur corporelle. L'aération.
- Groupe 3 : Surface de la salle. Isolée ou pas. Enlever 20 % à cause des salles voisines. Ajouter 5 à 10 % pour grande pièce.

Les élèves repèrent des données et des hypothèses qui influent sur les besoins en chauffage de la salle : dimensions de la salle, isolation, présence de fenêtres, système d'aération, occupation de la salle par des élèves... Mais les formulations ne sont pas toujours précises pour être opérationnelles. Ces précisions vont être discutées collectivement à partir des comptes rendus de chaque groupe. Par exemple, dans la prochaine étape, certains élèves vont mesurer les trois dimensions de la salle de classe pour pouvoir déterminer son volume qui intervient dans la formule de la puissance de chauffage nécessaire à la salle, formule proposée sur le site communiqué précédemment aux élèves. Ou bien il sera convenu d'augmenter de 10 % les besoins en chauffage du fait de la présence d'une façade vitrée. Les élèves doivent comprendre que la valeur de ces coefficients de réduction ou d'augmentation des besoins en chauffage font partie des hypothèses à fixer, mais la précision de ces coefficients est relativement approximative : il s'agit d'estimer ces coefficients en fonction des informations mises à disposition.

Bilan de la séance

Le calcul du volume d'un solide géométrique, même élémentaire, n'est pas un automatisme pour de nombreux élèves (pour les trois quarts de la classe).

La méthode de résolution se résume souvent à un unique calcul (pour la moitié des élèves). On peut supposer que cela soit dû à une forme d'appréhension, ou simplement de la paresse, pour s'engager dans davantage de calculs. Un manque de rigueur et de précision peut aussi être incriminé. Pour certains élèves, il a fallu distinguer aire et volume.

1. On remarquera que les cinq compétences de lycée professionnel sont communes au programme de mathématiques et à celui de sciences physiques. Elles sont distinctes des six compétences de l'enseignement général (chercher, représenter, modéliser, raisonner, calculer, communiquer).

D'autres difficultés sont apparues, relatives à la situation géographique du lycée en France, à l'altitude du lycée, à l'orientation de la salle par rapport aux points cardinaux ou à l'appréciation de l'isolation de la salle.

Décalage entre ce qui était prévu et ce qui s'est passé

La discussion nécessaire pour comprendre la problématique a nécessité beaucoup plus de temps que prévu initialement.

Malgré les consignes écrites, les comptes rendus dans le cahier élève sont souvent superficiels. Les élèves oublient de préciser les données utilisées et les hypothèses faites pour résoudre le problème. Les calculs présentés sont parfois incomplets. La validation de la solution du problème ne se fait pas naturellement en cherchant à la confronter à des puissances de radiateurs couramment utilisés pour le chauffage. **L'aide du professeur est alors nécessaire pour engager les élèves dans cette validation.**

Pour favoriser l'acquisition d'automatismes pour le calcul de volume de solides usuels, pour le calcul de pourcentage ainsi que sur les ordres de grandeur de certaines quantités, il faut répéter régulièrement des exercices tout au long de la formation, avec la difficulté de l'horaire réduit (2 heures hebdomadaires de mathématiques).

Points de vigilance

Le travail en groupe et la première phase collective contribuent à alimenter la réflexion. Cependant le professeur veillera à favoriser une certaine autonomie et une part d'initiative dans chaque groupe pour résoudre le problème.

Évaluation des compétences

Le tableau suivant précise les observables pour évaluer les cinq compétences¹ de résolution de problème.



Compétences	Observables
S'approprier	L'élève sait trouver des informations pertinentes pour résoudre le problème.
Analyser - Raisonner	L'élève propose une méthode de résolution en accord avec les informations retenues, éventuellement après discussion avec ses camarades de classe et/ou le professeur.
Réaliser	L'élève exécute la méthode de résolution proposée.
Valider	L'élève porte un regard critique sur le résultat de sa méthode de résolution en le comparant à des puissances de radiateurs installés couramment.
Communiquer	L'élève rend compte de sa démarche oralement et par écrit.

Conclusion

La modélisation de ce problème ne nécessite pas de nouvelles connaissances en mathématiques. En revanche, elle suppose de rechercher des données et faire quelques hypothèses simplificatrices. Pour élargir le champ de l'investigation, on pourrait étudier un modèle physique de chauffage en utilisant une maquette de maison thermique en lien avec le cours de sciences physiques. Les résultats obtenus, dans diverses conditions expérimentales, pourraient être extrapolés afin de déterminer la puissance de chauffage de la salle. On pourrait ensuite comparer ce résultat avec celui obtenu par la méthode utilisée par les chauffagistes.

Jean-Jacques Kratz est professeur de mathématiques et sciences au lycée Émile Mathis de Schiltigheim. Il a été membre du groupe « lycée professionnel » de l'IREM de Strasbourg. Il participe à la formation initiale (INSPE) et continue des professeurs de lycée professionnel.

jean-jacqu.kratz@ac-strasbourg.fr

© APMEP Septembre 2021

Annexe pages suivantes.



Annexe : réponses des élèves avant la séance

Nom Prénom Classe	Quelles sont les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage ?	Quelles hypothèses faut-il également faire avant d'effectuer le calcul ?
D M	Les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage sont : faire le calcul suivant pour chaque pièce : largeur×longueur×hauteur = la pièce calculer en m ³ . Ensuite suivant la région où l'on habite il faut multiplier le volume en m ³ par 32 W, 34 W, 36 W, 42 W. Puis, suivant l'altitude, il faut ajouter un coefficient multiplicateur de 1,1 (500 m), 1,2, 1,3, 1,4, 1,6. Ensuite si la maison est mal isolé il faut rajouter 10 W donc par exemple pour l'Alsace au lieu de faire 30 m ³ ×42 W×1,1 = 1 386 W il faut faire 30 m ³ × 52 W × 1,1 = 1 716 W	Les hypothèses qu'ils faut faire avant les calculs sont : <ul style="list-style-type: none"> • si les pièces sont entouré de voisins qui chauffent il faut retirer 20 % • si les chambres et les pièces sont ensoleillées il faut retirer 5 à 10 % • s'il y a une/des salle(s) de bain(s) il faut ajouter 10 % • s'il y a des pièces à grandes surfaces vitrées ou les pièce situées au nord il faut ajouter 5 à 15 %
D L	Les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage sont de multiplier la longueur, largeur et hauteur (m ³), la région, l'altitude et l'isolation de la pièce.	Il faut aussi savoir si la pièce est entouré par d'autre pièces qui chauffe, si la pièce et ensoleiller et pour les pièces a grande surface vitre et les pièce situé au nord.
N M	Les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage sont première étape faire un calcul de la puissance de chauffage en mesurant vos différentes pièces (longueur, largeur et hauteur). Puis multiplier : largeur × longueur × hauteur = volume en m ³ de chaque pièce.	Hypothèse : il faut déjà imaginer la longueur, largeur et hauteur (la mesurer de suite sera plus simple)
K O	Faire attention à l'altitude, la qualité de l'isolation, le lieu de résidence	Faire un calcul de la puissance de chauffage de la maison
G Y	Mesurer les différentes pièces, volume en m ³ × par 42 W pour l'Alsace, Si on habite en montagne la vidéo nous donne un coefficient par rapport au altitude.	Avant d'effectuer le calcul il faut voir l'isolation des pièces : <ul style="list-style-type: none"> • Retirer 20 % pour les pièces entourées de voisins qui chauffent. • Retirer de 5 a 10 % pour les chambres et les pièces ensoleillées • Ajouter 10 % pour les salles de bains • Ajouter de 5 a 15 % pour les pièces à grandes surfaces vitrées ou les pièces situées au nord.



Nom Prénom Classe	Quelles sont les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage ?	Quelles hypothèses faut-il également faire avant d'effectuer le calcul ?
M K	Longueur, Largeur, hauteur Multipliez : largeur \times longueur \times hauteur volume en m^3	Avant d'effectuer le calcul il faut prendre compte des mesures de toutes les pièces. Puis après procédés le calcul pour toute les étapes.
K A	La puissance de chauffage dans la pièce. La longueur, la largeur et la hauteur. puis on les multiplie par ensemble puis on a le résultat en m^3	Faut savoir la puissance nécessaire en regardant notre région qui est rose donc faut multiplier $m^3 \times 42 W$. Si on habite en montagne faut calculer par l'altitude Sa peut aussi varier en raison de l'isolation des maison et des pièce
H J	Savoir se qu'il nous faut et aussi savoir le m^3 de la salle de maths	Savoir combien de pièce y a dans la maison et savoir les mesure de chaque pièce
K M	Les données nécessaires pour calculer la puissance du chauffage sont : <ul style="list-style-type: none"> • Les joules (J) • Le temps (t) • L'énergie (Q) 	Pour calculer la puissance nécessaire pour chauffer un volume d'eau en un temps (t) donné, il suffit de divisé l'énergie Q (en Joule) par le temps de chauffe souhaité T (en seconde)
G R	Longueur, Largeur et Hauteur.	Il faut faire un calcul de la puissance de chauffage de notre maison en mesurant nos différentes pièces (Longueur, Largeur et Hauteur). Une fois ces éléments prit, il faut multiplier largeur \times longueur \times hauteur = volume en m^3 de chaque pièce. Si on habite en montagne, il faut prendre en compte l'altitude et ajoutez un coefficient multiplicateur aux chiffres précédents.

Sommaire du n° 541

Maths et citoyenneté (1)

Éditorial	1	Ouvertures	54
Opinions	3	La quadrature du cercle et le disque de Poincaré — Pierre Osadtchy	54
✦ Géométrie, rigueur et démonstration — Daniel Lehmann	3	Petite enquête sur l'égalité (II) — François Boucher	56
Renvoyez l'ascenseur ! — Agnès Veyron	7	Sur la récurrence et la dichotomie au lycée — Jean-Paul Roy	63
Avec les élèves	10	D'une observation de Fermat à un moment de calcul — Jean Aymès	69
✦ L'École d'Athènes s'invite au collège — Henrique Vilas Boas	10	Récréations	79
<i>HowMany</i> , le calcul mental par l'image — Alexandre Desmarest	16	Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt	79
À propos de mots... — Véronique Cerclé & Sonia Calvel-Grazi	23	Le jeu du calisson — Olivier Longuet	82
Séance de modélisation en mathématiques en lycée professionnel — Jean-Jacques Kratz	27	Au fil du temps	87
Les symétries dans l'art africain — Marie-France Guissard & Laure Mourlon Beernaert	34	Homo academicus dans son labyrinthe — Frédéric André	87
✦ Argumenter et débattre — Habib Ben Aïcha	45	Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau	90
MathALEA, un générateur d'exercices à données aléatoires — Rémi Angot	50	Matériaux pour une documentation	92



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr