

Le bulletin de l'APMEP - N° 539

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Janvier, Février, Mars 2021

Maths à distance : quelle continuité ?



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2021

Impression : Imprimerie Corlet.

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau ISSN : 2608-9297



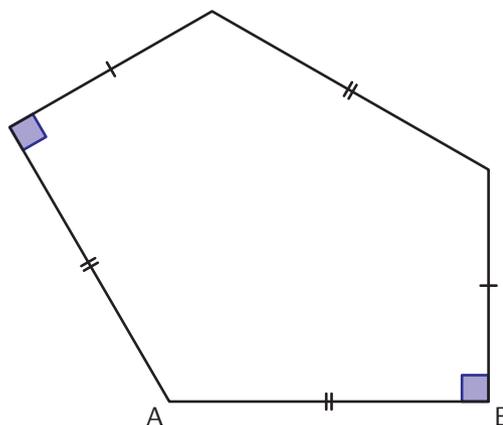
*Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à :
frederic.deligt2@gmail.com
ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON*

Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt

539-1 Une table de bureau originale

Un menuisier a conçu une nouvelle table de réunion modulable. Son plateau a la forme d'un pentagone non régulier. Sachant que la longueur AB vaut 60 cm et que l'angle en A vaut 120° , pourriez-vous donner la valeur exacte de l'aire de ce plateau ?



539-2 Une variante de l'équation de Markov (Vincent Thill - Migennes)

Résoudre dans les entiers naturels

$$a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 6abc.$$



Andreï Markov 1856-1922.

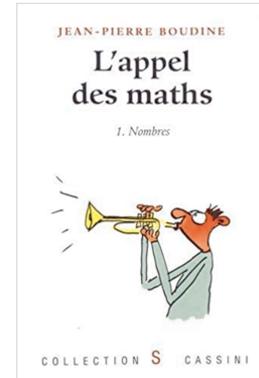


539-3 Rester toujours positif

Poursuivant l'idée de l'énoncé 87 trouvé dans *L'appel des Maths* (volume 1 *Nombres*) de Jean-Pierre Boudine, un recueil de problèmes à destination des lycéens publié en 2019 aux éditions Cassini, on considère la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de nombres réels définie

$$\text{par } \begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = x, \\ a_2 = y, \\ a_{n+3} = a_n - a_{n+1} \end{cases}$$

Existe-t-il un couple $(x; y)$ qui rende tous les termes de la suite strictement positifs ?



539-4 Un duo de coniques (Jean-Pierre Friedelmeyer - Strasbourg)

Relativement à un repère orthonormé (O, I, J) , soit (\mathcal{C}) le cercle unité d'équation $x^2 + y^2 = 1$ et (\mathcal{P}) la parabole d'équation $y = x^2 - \sqrt{2}$; A est un point quelconque de (\mathcal{P}) . On construit les tangentes (AB) et (AB_1) au cercle (\mathcal{C}) issues de A qui recoupent la parabole (\mathcal{P}) en B et B_1 .

1. Démontrer que les tangentes au cercle (\mathcal{C}) issues de B et B_1 autres que (BA) et (B_1A) se coupent en un point C appartenant à la parabole (\mathcal{P}) .
2. Démontrer que lorsque A varie sur (\mathcal{P}) les diagonales (AC) et (BB_1) du quadrilatère variable $ABCB_1$ inscrit dans (\mathcal{P}) et circonscrit à (\mathcal{C}) se coupent en un point fixe K situé sur l'axe de la parabole.
3. Soit M, N, P et Q les points de tangence. Démontrer que les intersections des paires de côtés opposés de chacun des deux quadrilatères $ABCB_1$ et $MNPQ$ sont toutes les quatre alignées sur une même droite (Δ) .

À propos des problèmes parus précédemment

537-1 Mélangeur de couleurs

Deux solutions reçues à cet énoncé.

Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) découpe un carré 4×4 (l'unité est le quart de tour) en 99 parties et détermine rapidement, grâce aux symétries du problème, la présence éventuelle d'une domination rouge dans chacune. La probabilité finale est obtenue par addition de fractions d'aire.

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) examine de son côté le cas où les deux sous-palettes sont chacune d'une seule couleur et détermine alors la probabilité que l'une au moins soit rouge. Pour les autres cas, puisque les couleurs sont réparties de manière identique sur les palettes, il y a équiprobabilité de la domination d'une couleur particulière et cette remarque permet ainsi de calculer la probabilité d'obtenir un ton final dominé par le rouge. L'indépendance des deux types de cas autorise l'addition de ces deux probabilités.

537-2 Construction sous contrainte

La géométrie élémentaire attire toujours autant.

La majorité des réponses (Jacques Chayé (Poitiers), Jacques Vieulet (Ibos), Hervé Chastand (Saint-Aubin-de-Lanquais), Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Marc Roux (Nîmes), Bernard Coutu (Quint-Fonsegrives) et Jean-Claude Carréga (Lyon)) utilisent une rotation de 60° autour d'un point arbitraire



d'une des trois droites qui sera un des sommets du triangle. L'image d'une des deux autres droites par cette rotation intercepte la troisième droite au second sommet du triangle. La construction du troisième sommet est alors immédiate.

Pierre-Alain Sallard (Paris) et Ludovic Jany (Bolquère) se placent dans le cadre de la géométrie analytique et obtiennent des expressions pour les coordonnées des sommets du triangle qui sont certes constructibles à la règle et au compas mais, il faut bien le reconnaître, guère pratiques à mettre en œuvre.

Daniel Djament (Le Pré-Saint-Gervais) répond à la question en utilisant la trigonométrie. Enfin Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) propose une construction particulièrement simple et originale à partir d'un triangle équilatéral construit perpendiculairement aux droites parallèles. Marc Roux propose et résout une possible généralisation où le triangle a une forme imposée.

537-3 Deux équations diophantiennes

$$x^2 + y^2 = 31z^2.$$

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) prouvent l'impossibilité d'une solution autre que triviale, en restreignant l'étude modulo 4. Jacques Vieulet (Ibos), Denis Roussillat (Vénissieux) et Jean-Claude Carréga (Lyon) parviennent à la même conclusion en la restreignant modulo 31.

$$x^2 + y^2 = 29z^2.$$

Jacques Vieulet (Ibos) obtient des familles de solutions à partir de l'identité de Lagrange.

Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et Jean-Claude Carréga (Lyon) obtiennent toutes les solutions en mobilisant l'anneau des entiers de Gauss qui est principal.

Denis Roussillat (Vénissieux) parvient au même résultat par un chemin bien différent; il introduit une représentation paramétrique des points à coordonnées rationnelles du cercle trigonométrique puis lui applique une matrice de similitude directe conservant la rationalité pour parvenir aux triplets élémentaires qui sont solutions de l'équation diophantienne.

537-4 Une fonction homographique particulière

Une condition manquait pour rendre l'énoncé correct. Cela n'a pas arrêté Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) qui a retrouvé l'hypothèse malencontreusement égarée. Il fallait que les nombres dérivés en 0 des fonctions homographiques et de la fonction g soient égaux. Auquel cas on trouvait bien une fonction homographique minimale, à savoir $f(x) = \frac{x + 6}{4x + 6}$.

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse : [▶](#) (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).



Adhésion 2021

Ce numéro 539 d'*Au fil des maths* est le dernier que vous recevez si vous n'avez pas encore renouvelé votre adhésion pour l'année civile 2021.

Pour vous garantir l'envoi du numéro 540 en évitant des frais supplémentaires pour l'association, votre renouvellement doit être effectué avant le 15 mai.

Pour un renouvellement comme pour une première adhésion, rendez-vous sur la boutique en ligne !

En cas de difficulté, n'hésitez pas à joindre le secrétariat par courrier électronique à secretariat-apmep@orange.fr.

Abonnement sans adhésion 2021

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public



Abonnement 2021 à *Au fil des maths* - le bulletin de l'APMEP

Abonnez-vous de préférence en ligne sur <https://www.apmep.fr>

NOM (établissement ou personne) :

Adresse :

Code Postal : Ville : Pays :

Téléphone : Adresse courriel :

Numéro de TVA intracommunautaire (s'il y a lieu) :

Adresse de livraison :

Adresse de facturation :

Catégorie professionnelle : étudiant stagiaire 1^{er} degré 2^e degré
 service partiel contractuel enseignant dans le supérieur, inspecteur

Pour toute question concernant la confidentialité des données, écrire à : contactrgpd@apmep.fr.

Abonnement à *Au fil des maths* - le bulletin de l'APMEP pour les établissements et les personnes qui n'adhèrent pas à l'APMEP. **L'abonnement seul ne donne ni la qualité d'adhérent, ni l'accès à la revue numérique** et ne donne pas lieu à une réduction fiscale. Cependant, les abonnés non adhérents bénéficient du tarif adhérent ou abonné pour l'achat de brochures de l'APMEP (réduction de 30 % sur le prix public). L'abonnement et l'adhésion peuvent être souscrits sur <https://www.apmep.fr>.

- 60 € TTC** pour la France, Andorre, Monaco, particuliers de l'Union Européenne, établissements européens qui n'ont pas de numéro de TVA intracommunautaire,
- 56,87 € TTC** pour les établissements européens ayant un numéro de TVA intracommunautaire,
- 65 € TTC** pour les DOM-TOM sauf Guyane et Mayotte (frais de port compris),
- 64 € TTC** pour la Guyane, Mayotte et les pays hors Union Européenne (frais de port compris).

Règlement : à l'ordre de l'APMEP (Crédit Mutuel Enseignant - IBAN : FR76 1027 8065 0000 0206 2000 151)

par chèque par mandat administratif par virement postal

Date : Signature : Cachet de l'établissement

Bulletin d'abonnement et règlement à renvoyer à : APMEP, 26 rue Duméril 75013 PARIS

secretariat-apmep@orange.fr

Sommaire du n° 539

Maths à distance : quelle continuité ?

Éditorial

Opinions

✦ Covid-19 : les défis en termes de ressources et de collaboration des enseignants — Luc Trouche

Évolution des populations en master MEEF de 2019 à 2024 — Louise Nyssen

Avec les élèves

Favoriser l'apprentissage de la géométrie — M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van Geet & S. Vansimpson

Le jeu Al-Jabr : le bonheur est dans les dés ! — Olivier Garrigue, Ricardo Lima & Jorge Rezende

✦ Utilisation de capsules vidéo et de Genially — Juliette Hernando

✦ Genèse de pratiques au temps du confinement — Maha Abboud, Isabelle Bois, Chrystèle Gautier, Caroline Girardot, Christine Jacquet, Faik Keles, Cécile Kerboul, Marie-Noëlle Lamy, Anne Pinvidic & Fabien Sommier

1 ✦ Faire des élèves des *gamers* en maths — Nathalie Braun 40

3 Se coller aux « Khôlles » — Serge Radeff 44

3 Ouvertures 51

Dessin en perspective et géométrie dans l'espace — Daniel Lehmann 51

16 Petite enquête sur... — François Boucher 63

Petite enquête sur les compétences en calcul à l'entrée dans le Supérieur — François Boucher 64

16 Récréations 71

21 Le théorème des carpettes — Yves Farcy 71

28 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 77

28 Au fil du temps 80

Thalès et ses mystères — Pierre Legrand 80

Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 88

33 Matériaux pour une documentation 90



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr