

Le bulletin de l'APMEP - N° 536

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Avril, Mai, Juin 2020

Les jeux sont faits !



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

**En raison de la situation sanitaire incertaine,
les Journées Nationales 2020,
initialement prévues du 17 au 20 octobre 2020,
sont reportées en 2021, à Bourges, du 16 au 19 octobre**

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinateur de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX †, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD & Olivier REBOUX †

Dépôt légal : Juin 2020. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



Au fil des problèmes

*Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à :
 frederic.deligt2@gmail.com
 ou par courrier à :
 Frédéric de Ligt
 3 rue de la Pierrière
 17270 MONTGUYON*

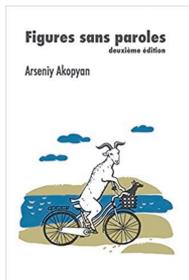
Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt

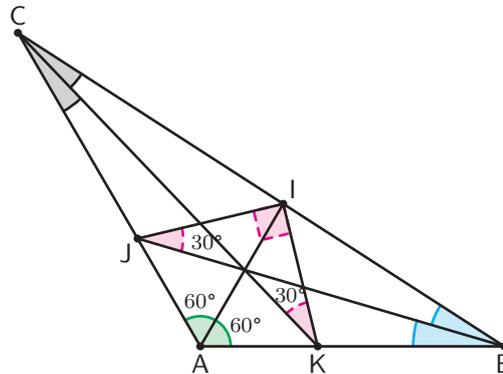


536-1 Une figure sans paroles

Ce qui est à établir est en pointillés.



Source :



536-2 Un bonneteau gagnant (Ivan Riou)

Voilà une variante du bonneteau qui peut enfin s'avérer favorable au joueur.

Trois cartes sont alignées devant le joueur face cachée : la dame de cœur et les rois de pique et de trèfle. Le joueur doit miser un nombre entier d'euros, tant qu'il lui reste de l'argent, trois fois de suite sur une carte qui n'a pas été retournée. À chaque fois, la carte choisie est retournée. Si c'est la dame de cœur qui apparaît, le joueur gagne le montant de sa mise, sinon il perd sa mise. Le joueur dispose d'un capital initial de n euros, n entier non nul.

Quelle stratégie permet au joueur de s'enrichir? Quelle est sa stratégie optimale en terme de gain? Si le joueur adopte une stratégie optimale, de combien d'euros, au minimum, doit-il disposer au début de la partie pour être sûr d'être bénéficiaire et si tel est le cas, quel est alors son bénéfice en fonction de n ?



536-3 Peut-être dû à George Pólya (Pierre Legrand)

On désigne par x un entier au moins égal à 10 dont l'écriture décimale ne comporte aucun zéro et par $P(x)$ le produit de ses chiffres. Comparer $P(x)$ et x^γ , où γ est le logarithme décimal de 9.



536-4 Clin d'œil à Robert Desnos

Un triangle pythagorique¹
 Avec ses médianes entières
 Ça n'existe pas, ça n'existe pas.
 Et pourquoi pas ?



À propos des problèmes parus précédemment

Pour l'énoncé 532-4 proposé par Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et publié en ligne sur le site [▶](#), vous pouvez consulter les solutions de Richard Beczkowski (Chalon-sur-Saône) et de Jacques Vieulet (Ibos) ainsi que celle de l'auteur.

Pour les énoncés proposés dans le numéro 533, quelques solutions reçues plus tardivement ou qui s'étaient égarées dans les spams :

533-1 *In memoriam archimedis*

Les solutions de Bernard Ouillon (Nice) et de Fabrice Laurent (Académie de Nancy-Metz) utilisent aussi un calcul intégral.

533-3 *Sommation*

Richard Beczkowski (Chalon-sur-Saône) emprunte la même voie que celle de Michel Lafond (Dijon), l'auteur de l'énoncé.

533-4 *À vérifier*

Pierre Carriquiry (Clichy) résout la question dans un cadre plus général et calcule la probabilité que dans une suite de n tirages indépendants on trouve une séquence de k zéros ou k uns consécutifs.

Pour les énoncés parus dans le numéro 534 :

534-1 *Pour les algorithmophiles*

Six réponses reçues à cette recherche d'algorithmes accompagnées de l'écriture du programme associé.

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans), François Denizou (Villeurbanne), Jacques Vieulet (Ibos), Nicolas Patrois et Jean Couzineau (Pantin) décrivent une procédure permettant de localiser dans quelle série d'entiers à p chiffres se trouve la N -ième décimale cherchée. Notamment en exprimant en fonction de p le rang N_p du premier chiffre de la série d'entiers à p chiffres. Une division euclidienne de $N - N_p$ par p permet ensuite de déterminer l'entier de cette série contenant la N -ième décimale ainsi que la place occupée par cette décimale dans l'entier trouvé. Un algorithme particulier admettant en entrée cet entier et le rang de la décimale dans cet entier permet alors d'obtenir la décimale proposée.

Olivier Pontini (Madrid) procède différemment. Il fait une lecture, entier par entier, des nombres concaténés qui fournissent les décimales du nombre de Champernowne tout en comptant le rang du

1. Triangle rectangle à côtés entiers.





chiffre des unités de ces entiers. Une fois que l'entier contenant la N -ième décimale cherchée a été isolé, un petit algorithme permet de calculer cette dernière.

Olivier Pontini et François Denizou fournissent en plus les programmes en Python de leur solution.

534-2 One-to-one ?

Trois réponses reçues à ce problème de Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Alain Bougeard (Les Lilas) et Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans). Toutes trois procèdent de la même façon que celle proposée par l'auteur de l'énoncé, Michel Lafond, à savoir par disjonction de cas selon que le réel x est entier ou non entier, positif ou strictement négatif.

534-3 De bien des façons (bis)

Huit courriers nous sont parvenus pour répondre à cet « exercice de style » à la Raymond Queneau.

Pour le niveau Troisième, Maurice Bauval (Versailles), Vincent Beck (Tours), Jacques Vieulet (Ibos), Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et Denis Roussillat (Vénissieux) proposent un calcul algébrique.

Pour le niveau Première, Vincent Beck, Jacques Vieulet et Maurice Bauval passent par la géométrie vectorielle alors que Marie-Nicole Gras, Alain Bougeard (Les Lilas) et Vincent Thill (Migennes) résolvent une équation du second degré.

Pour le niveau Terminale, Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques), Denis Roussillat et Marie-Nicole Gras utilisent les nombres complexes.

Pour le niveau L1/L2, Denis Roussillat est seul à se servir d'une inégalité de convexité ou de la diagonalisation d'une matrice symétrique.

Pour le niveau L2, Jacques Vieulet, Marie-Nicole Gras, Jean Couzineau (Pantin) et Denis Roussillat utilisent la méthode de Gauss pour obtenir une décomposition en carrés de formes linéaires.

534-4 Encore une propriété du triangle équilatéral

Alain André (Guipavas) se place dans le plan complexe pour travailler plutôt avec des affixes et des modules.

Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans) et Pierre Renfer (Saint-Georges-d'Orques) se placent dans un repère pour étudier le signe de l'expression :

$$(MA + MB + MC)(-MA + MB + MC)(MA - MB + MC)(MA + MB - MC)$$

et ainsi atteindre la propriété.

Marie-Nicole Gras va plus loin et montre aussi qu'il s'agit d'une propriété caractéristique du triangle équilatéral. Par ailleurs elle observe que l'aire du triangle dont les côtés mesurent MA , MB et MC ne dépend que du carré de la longueur qui sépare le point M du centre du triangle équilatéral.

Enfin, Jacques Vieulet (Ibos) utilise le régionnement du plan par les médiatrices des côtés du triangle équilatéral ainsi que l'inégalité de Ptolémée.

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse : [▶ \(onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES\)](#).

Sommaire du n° 536

Les jeux sont faits !

Éditorial

Opinions

Pourquoi une seconde spécialité mathématique ?
— Sébastien Planchenault

La trace écrite — Les traces écrites en mathématiques — Alain Vesin

Plaidoyer pour les RMC — Lise Malrieu

Avec les élèves

Transformations littérales et manipulations en Quatrième — Morgan Gilot

✦ Carrés magiques aux cycles 2, 3 et 4 — Jean Toromanoff

✦ Jeu de go en cours de mathématiques — Antoine Fenech

✦ Des jeux à stratégie gagnante pour apprendre à raisonner — Georges Mounier

1 Ouvertures 38

Comment les IREM ont donné un sens à ma vie ☺
— Sylvie Alory 38

3 Le changement dans la continuité — Jean-Baptiste Hiriart-Urruty & Patrice Lassère 43

3 Des problèmes inspirés du livre *Les mathématiques et le réel* — Thérèse Gilbert 53

✦ 5 Les jeux d'évasion — Sébastien Dumortier 58

11 Récréations 67

✦ Faire du calcul mental en jouant avec le *Chamboul'math* — Gérard Martin 67

19 ✦ La Tour d'Hanoï — Michel Boutin & Frédéric de Ligt 71

19 Le calcul mathématique — Olivier Longuet 76

✦ Jouons avec les nombres d'une suite de Fibonacci — Dominique Souder 77

25 ✦ Vous prendrez bien un *Petit Vert* ? — Daniel Vagost 84

31 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 86

Au fil du temps 89

35 Matériaux pour une documentation 89



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr