AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Janvier, Février, Mars 2020

Faites vos jeux!



APMEP

ASSOCIATION

DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél.: 01 43 31 34 05 - Fax: 01 42 17 08 77

Courriel: secretariat-apmep@orange.fr-Site: https://www.apmep.fr

Présidente d'honneur : Christiane Zehren



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée : https://afdm.apmep.fr

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos .

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien Planchenault. **Responsable coordinateur de l'équipe** : Lise Malrieu.

Rédacteurs: Vincent Beck, François Boucher, Richard Cabassut, Séverine Chassagne-Lambert, Frédéric De Ligt, Mireille Génin, Cécile Kerboul, Valérie Larose, Lise Malrieu, Daniel Vagost, Thomas Villemonteix, Christine Zelty.

« Fils rouges » numériques : Gwenaëlle Clément, Nada Dragovic, Laure Étévez, Marianne Fabre, Robert Ferréol, Adrien Guinemer, Céline Monluc, Christophe Romero, Jacques Vallois.

Illustrateurs : Pol Le Gall, Olivier Longuet, Jean-Sébastien Masset.

Équipe T_EXnique : François Couturier, Isabelle Flavier, Anne Héam, François Pétiard, Olivier Reboux, Guillaume Seguin, Sébastien Soucaze, Michel Suquet.

Maquette : Olivier Reboux.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à Au fil des maths.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François Pétiard Dépôt légal : Mars 2020 Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau ISSN: 2608-9297





Manne financière de plusieurs milliards d'euros, les jeux de grattage concernent trois Français sur cinq. Il est pratiquement sûr que dans chaque classe, un nombre non négligeable de parents, voire d'élèves, y jouent. Profitons-en pour faire un peu de mathématiques! Objectifs: mieux comprendre les ressorts de ces jeux et responsabiliser l'acte de jouer.

Gilles Damamme

Voici un thème intéressant à étudier dans l'optique des nouveaux programmes : les jeux de grattage diffusés par FDJ (ex-La Française des Jeux). Ceux-ci laissent la part belle aux probabilités et au dénombrement. Ils sont un terreau à exploiter pour trouver des exercices en connexion avec le réel et une mine d'or pour faire comprendre de façon concrète les notions liées au hasard.

Des idées

Et si on commençait par donner un ou plusieurs tickets de grattage à chaque élève, en lui proposant de créer un exercice pour répondre à une question qu'il se pose à leur propos? Les exercices peuvent concerner à la fois le recto et le verso du ticket :

- 1. au recto se situe la partie à gratter;
- 2. au verso figurent le tableau des gains et le nu-

méro de la série. Les tickets étant émis par séries, on y trouve aussi le nombre de tickets de la série.

Ces séries sont divisées en livrets, en général — selon ma buraliste — d'une valeur de $150 \in$ ou $300 \in$ (à vérifier toutefois, par exemple en faisant des statistiques sur les numéros associés au code-barre au dos des tickets).

Voici le recto d'un ticket de Cash:









22



Ces tickets sont une très bonne base pour concevoir des exercices motivants, à exploiter sans modération... contrairement aux jeux à gratter!

Les premiers exercices auxquels on pense sont souvent des exercices sur la probabilité de gagner, l'espérance de gain et leur évolution au cours du temps.

Une première activité



En observant le verso du ticket ci-dessus, on remarque qu'il y a plus d'un quart de tickets gagnants (si on considère qu'un ticket dont on rembourse la mise est gagnant, ce qui est à discuter avec les élèves): 4 695 051 tickets gagnants sur les 18 millions de tickets. On a donc bien plus d'une chance sur 4 de gagner.

Pour calculer l'espérance de gain on peut utiliser la formule théorique (difficile à écrire) ou écrire directement le calcul à faire en pratique :

$$E(X) = \frac{1796000 \times 5 + 2128800 \times 10 + \dots + 3 \times 500000}{180000000}.$$

De plus, on peut obtenir rapidement le résultat en utilisant le tableau des gains en ligne sur le site de FDJ [1]:

$$\mathrm{E}(X) = \frac{63\,900\,000}{18\,000\,000} = \frac{71}{20} = 3,55.$$

En jouant $5 \in$, on gagnera donc en moyenne $3,55 \in$. L'espérance relative (le rapport de l'espérance sur le prix du ticket) peut être un concept intéressant à introduire. Ici c'est $\frac{71}{100}$ c'est à dire que 71 % des mises sont reversées aux joueurs. Cette donnée est parfois appelé Taux de Retour aux joueurs (TRJ) [2].

Une deuxième activité

Un autre exercice intéressant peut être de calculer la probabilité de gagner une grosse somme en jouant assez longtemps (3 ans par exemple). On peut proposer un exercice comme celui-ci:

- 1. Quelle est la probabilité en jouant au Cash de gagner une somme supérieure ou égale à 5 000 €?
- 2. Killian achète un ticket de Cash pratiquement tous les jours. Au bout de 3 ans, il a joué environ 1 000 fois. Quelle probabilité a-t-il de gagner au moins une fois plus de 5 000 € en jouant 1 000 fois de suite?
- 3. Combien aurait-il économisé en ne jouant pas?

Outre les réponses mathématiques données cidessous, c'est l'interprétation des résultats qui fait tout le sel de cette activité. Voyons ensemble.

1. La probabilité de gagner une somme supérieure ou égale à $5\,000$ \in en achetant un ticket de *Cash* est :

$$\frac{10+5+3+3}{18\,000\,000} = \frac{7}{6\,000\,000}$$

c'est à dire 7 chances sur 6 millions.

 2. Par conséquent, la probabilité que Killian n'ait jamais un ticket gagnant une somme supérieure à 5 000 € en jouant 1 000 fois de suite est de :

$$\left(1 - \frac{7}{6000000}\right)^{1000} \approx 0.998834.$$

Par suite, la probabilité que Killian ait au moins un ticket gagnant une somme supérieure à $5\,000 \in \text{en}$ jouant $1\,000$ fois de suite est donc environ de :

$$1 - 0.998834 = 0.001166$$

soit moins d'une chance sur 857.

3. En résumé, Killian a le choix entre deux possibilités : soit il économise 5 000 € de manière sûre, soit — en jouant 5 000 € — il a une chance sur 857 de gagner plus de 5 000 €.

Cette chance sur 857 peut se détailler ainsi : il a environ une chance sur 1800 de gagner au moins une fois $5\,000 \in$, une chance sur $3\,600$ de gagner au moins une fois $10\,000 \in$, une chance sur $6\,000$ de gagner au moins une fois $100\,000 \in$, une chance sur $6\,000$ de gagner au moins une fois $500\,000 \in$.





Remarquons que les chances de gagner plus de $5\,000 \in \text{sans}$ gagner au moins une fois $5\,000 \in \text{sont}$ négligeables, et qu'en jouant $5\,000 \in \text{--}$ même s'il n'a pas gagné au moins une fois $5\,000 \in \text{--}$ il n'aura pas perdu $5\,000 \in \text{--}$ On peut estimer la somme perdue en « enlevant de l'espérance les gains supérieurs à $5\,000 \in \text{--}$ ».

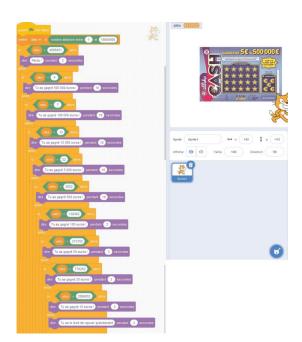
Une troisième activité

Organiser un débat scientifique : on peut faire des exercices sur l'habillage du verso du ticket et sur l'impression qu'il peut donner aux joueurs de gagner en défiant les lois du hasard. Maeva Dumont et moi-même avons créé un débat scientifique sur ce thème qui peut être visualisé en ligne [3].

La première vidéo pose le problème, la deuxième en donne une solution détaillée et la troisième est dédiée à quelques commentaires.

Jeux à gratter et programmation

Un autre type d'exercice consiste à simuler un ticket de grattage. On peut organiser cette activité en collège avec le logiciel Scratch sur deux ou trois séances. Voici par exemple une simulation de tirage du jeu *Cash* :



Ce programme simule un simple tirage et le chat de Scratch exprime par un message le gain du joueur. Il y a une seule variable, appelée aléa, qui sert à simuler le tirage.

La première séance peut consister à comprendre le programme et à proposer aux élèves de construire un programme simulant le tirage d'un autre jeu de grattage à partir d'un ticket ou du tableau de gains sur le site de la FDJ.

La deuxième séance peut consister à affiner le premier programme. Cela peut se faire de multiples façons :

- on peut ajouter une boucle pour simuler plusieurs tirages, de 1 à un nombre fixé, par exemple 100, ou pouvant varier (en déclarant une nouvelle variable k);
- on peut ajouter un compteur pour compter le nombre de tirages, même si ceux-ci sont faits « un à un »; il faut pour cela déclarer encore une nouvelle variable;
- on peut ajouter d'autres compteurs pour comptabiliser les gains, en incluant ou non la mise de départ (dans ce cas, la variable pourra prendre des valeurs négatives) et éventuellement le nombre de tickets gagnants des différents montants.

Pour aller plus loin, on peut proposer de créer un « ticket de grattage électronique » (par analogie avec la cigarette électronique). On alimente alors ce « ticket de grattage électronique » avec une « tirelire » par exemple d'une centaine d'euros : il suffit de pouvoir rajouter 100 à une variable « tirelire » au départ de la simulation; d'alimenter la tirelire de 5 € (si le montant du ticket est de 5 €) et de payer les gains éventuels (comptés de manière négative dans ce programme). On pourra vérifier expérimentalement que, dans la plupart des cas, la tirelire suffit à payer tous les gains (c'est à dire que de rajouter 100 € dans la tirelire suffit dans plus de 90 % des cas à ce que les gains restent toujours négatifs), même en jouant longtemps.



La partie qui reste dans la tirelire (moins la somme mise au départ) représente la somme économisée.

On peut bien sûr décliner ces constructions avec d'autres jeux de grattage.

La troisième séance consiste à faire tourner les programmes. Là encore, il y a de nombreuses possibilités :

- tous les élèves font par exemple 200 tirages;
 on collecte et analyse la somme des résultats de la classe;
- les élèves vont simuler les tirages de différents
 « profils de joueurs » (établis à partir de données) qu'ils se répartissent; de nouveau, on collecte et analyse les résultats de la classe;
- les élèves peuvent aussi simuler les tirages de différents « profils de joueurs » issus de pratiques familiales. Cela demande bien sûr beaucoup de tact, de discrétion et une absence totale de jugement. Je pense néanmoins que si certains élèves sont volontaires, cela peut être une expérience intéressante.

Et bien sûr, toutes ces simulations peuvent se faire avec le « ticket de grattage électronique » et une « tirelire » d'un montant fixé. La collecte des données permettra alors de faire une estimation du pourcentage de cas où la « tirelire » suffit à payer le gain des joueurs.

Comme on peut aussi faire varier les tickets de grattage, cela offre une multitude d'activités différentes et la possibilité de laisser choisir aux élèves.

L'intérêt de cette activité, c'est la répétition des tâches où l'on joue sur les variables didactiques d'algorithme de manière à familiariser les élèves avec un type d'exercice. De plus, ils pourront réinvestir un savoir qu'ils ont acquis pour l'expérimenter et composer éventuellement un autre programme.

Comparatifs

Les exercices et activités que nous avons proposés jusqu'ici ont principalement tourné autour du *Cash*, qui est jusqu'à présent le jeu de grattage le plus vendu en France.

Mais on peut se poser la question : quels sont les jeux de grattage les plus intéressants?

Pour répondre à cette question, on peut calculer l'espérance relative (le rapport de l'espérance sur le prix du ticket) pour différents jeux, qui nous fournira le pourcentage des mises reversées aux joueurs.

Ce calcul peut se faire facilement en allant sur le site de la FDJ et en utilisant les tableaux de lots où le pourcentage des mises reversées aux joueurs est parfois directement indiqué : il suffit cliquer sur le petit « i » pour obtenir le tableau de lots.

Voici quelques exemples de pourcentage des mises reversées aux joueurs.

- Tickets à 0,50 € : *Morpion* : 66 % des mises sont reversées aux joueurs;
- Tickets à 1 €: Banco, Goal, Numéro fétiche:
 64,5 % des mises sont reversées aux joueurs;
- Tickets à 2 €: Astro, Black Jack : 68,5 % des mises sont reversées aux joueurs;
- Tickets à 3 € :
 - Maxi-Goal: 69,5 % des mises sont reversées aux joueurs,
 - Patrimoine: 65 % des mises sont reversées aux joueurs;
- Tickets à 5 € :
 - Cash: 71 % des mises sont reversées aux joueurs,
 - Jackpot : 72 % des mises sont reversées aux joueurs;
- Tickets à 10 € :
 - *Millionnaire*: 73,5 % des mises sont reversées aux joueurs,
 - 10 ans gagnants : 72 % des mises sont reversées aux joueurs.





On constate alors que, presque tout le temps, plus le prix du ticket augmente, plus son espérance relative augmente. Le *Morpion* fait figure d'exception, mais j'ai remarqué que souvent les joueurs en achetaient plusieurs d'un coup.

En même temps, paradoxalement, plus vous jouez gros, plus vous perdez gros en moyenne : la manière d'échapper à ce paradoxe n'est pas d'acheter un ticket à $5 \in$ au lieu d'un ticket à $1 \in$ mais d'acheter un ticket à $5 \in$ au lieu d'acheter cinq fois un ticket à $1 \in$.

Pour les jeux disponibles uniquement en ligne, la constatation reste la même, mais avec des nuances. Par exemple, dans les tickets à 3 €, pour le jeu *Castor*, 71,99 % des mises sont reversées aux joueurs; pour le jeu *Diamond River*, ce sont 75 % des mises qui sont reversées. Ceci peut s'expliquer, d'une part par les frais moindres du jeu en ligne, d'autre part par une attente d'un comportement plus compulsif des joueurs (il suffit d'appuyer sur un bouton pour rejouer...).

Pour aller un peu plus loin, on peut aussi effectuer des comparatifs dans le temps.

Revenons au Cash: quand on calcule les pourcentages des mises reversées par la FDJ aux joueurs en 2012, 2013, etc., ils sont respectivement de 75 % et 74 % pour passer en 2019 à 71 %!

Quand on sait que le chiffre d'affaires lié au *Cash* se chiffre en milliards d'euros, on comprend comment la FDJ a augmenté son bénéfice de manière totalement invisible pour les joueurs... à moins de faire un peu de maths.

Quel hasard?

Une question importante liée aux jeux de grattage est la manière dont le hasard est organisé par le concepteur du jeu. Ainsi, il est presque totalement contrôlé puisque l'on sait à l'avance combien il y a de tickets gagnants dans une série (de plusieurs millions) de tickets, et dans la mesure où l'on suppose que tous les tickets d'une série soient vendus, on peut donc savoir précisément combien rapportera cette série. Reste ensuite à organiser ce hasard : la manière dont sont distribués les tickets est contrôlée par un huissier et tenue secrète. On peut néanmoins faire l'hypothèse suivante à ce propos : FDJ a organisé la répartition de manière contrôlée en garantissant aux distributeurs du jeu (en général les buralistes) un certain nombre de tickets gagnant de petites sommes (de une à deux fois la mise), avec en général un ticket gagnant une somme plus importante par livret de tickets de grattage vendu.

En 2001, Robert Riblet remarque au bar-tabac du coin un habitué qui a acheté un livret entier de tickets et qui les gratte un par un jusqu'à décrocher le gros lot du livret. Le buraliste range alors ce qu'il reste de tickets. Intrigué, Robert Riblet se met à enquêter : pendant trois ans, il rencontre quelque $1\,500$ détaillants et dépense environ $33\,000$ \in en jeux Vegas, Black Jack, etc. Puis en faisant une étude statistique, il fait l'hypothèse que la détermination et la répartition des gains n'ont rien d'aléatoire. Il s'est aperçu que les tickets n'étaient pas répartis au hasard, mais par livrets de 50. Il remarque que pour des tickets de 3 \in , dans trois livrets sur quatre, il n'existe qu'un seul « gros lot » supérieur ou égal à 20 \in .

Robert Riblet entame alors une procédure juridique contre la FDJ, mais en 2013 il perd son procès [4].

En fait, Robert Riblet soulève deux questions.

Premièrement, si les tickets ne sont pas répartis au hasard (plus précisément s'il y a un nombre déterminé de tickets gagnants sans qu'on sache où ils se situent dans le livret) dans les livrets de 50, cela permet à un buraliste malveillant de parfois privilégier certains clients ou de mettre des tickets gagnants de côté pour lui.

Deuxièmement, dès que les gros lots sont écoulés, les tickets d'une série que vendent les buralistes ne permettent plus de gagner de gros lots après. D'ailleurs, depuis le procès, FDJ indique désormais que certains lots peuvent avoir été déjà gagnés lors de l'achat d'un ticket. Néanmoins on





ne peut pas laisser un gros lot jusqu'à la fin de l'écoulement de la série sinon cela voudrait dire qu'il suffirait d'attendre les derniers tickets de la série pour espérer gagner le gros lot.

Conclusion

Nous espérons que ces quelques activités vous inciteront à en proposer de nombreuses autres, comme par exemple une animation du recto des tickets avec un logiciel, en laissant suffisamment de latitude aux élèves afin qu'ils puissent exprimer leur créativité et s'approprier les concepts.

En revanche, cet article n'a pas vocation de donner des conseils éthiques comme par exemple « Ce n'est pas bien de jouer! », mais plutôt d'éclairer le choix du joueur en lui donnant des informations sur ses choix.

Ce sera probablement l'occasion d'évoquer en classe des facteurs psychologiques : par exemple pourquoi, bien qu'un joueur sache qu'il a en moyenne plus de chance de perdre que de gagner, se figure-t-il que lui-même peut être un privilégié et avoir plus de chance qu'une autre personne?

D'autre part, certaines expériences de psychologie ont montré que lorsque l'on gagne assez fréquemment des petites sommes (souvent plus d'une fois sur quatre aux jeux de grattage), il y a un risque d'addiction à ce genre de jeu.

Néanmoins faisons un rêve : si une centaine de profs lisent cet article jusqu'au bout, que sur ces cent profs, une douzaine décident de mettre en pratique quelques activités proposées dans deux classes d'une trentaine d'élèves, et que sur ces soixante élèves, cinq convainquent leurs parents ou un membre de leur famille d'économiser en moyenne 100 € en s'abstenant de

jouer aux jeux de grattage, et ceci pendant vingt ans en moyenne, alors cet article et les activités en découlant auront permis une économie de 120 000 €. Dans ce cas, je serais loin d'avoir perdu mon temps en l'écrivant.

Un grand merci à Maeva Dumont, Léa Vautier, et Mallaury Dapvril ainsi qu'à tous ceux dont le travail m'a aidé à écrire cet article ou qui ont participé aux activités proposées autour de ces jeux de grattage...

Références

- [1] FDJ. Règlement des jeux de grattage (ici celui du Cash). Le tableau des gains permet de calculer très rapidement l'espérance . Décembre 2019.
- [2] « Jeux d'argent et de hasard ». In : Hors-série Que Choisir Argent nº 155 (2019). Trois articles avec de nombreuses informations sur les jeux de hasard et notamment les jeux de grattage, pp. 44-51.
- [3] Canal-U. Des maths pour mieux comprendre le monde. Une activité réalisée sous forme de débat scientifique à partir du recto d'un ticket de grattage (trois vidéos de durée 6 :18, 10 :29 et 11 :19). La première vidéo pose le problème, la deuxième propose une solution et la troisième est dédiée à des commentaires . Janvier 2016.
- [4] Pascal Ceaux. « L'affaire Robert Riblet ». In : Le Monde (janvier 2006). ▶.
- [5] El Jj. Simulation de 50 tirages du Millionnaire (durée 6:33). À visionner plusieurs fois pour retirer toutes les informations ▶. Avril 2017.
- [6] Éduscol. Mathématiques et quotidien. D. Mars 2016.



Gilles Damamme est maître de conférences à l'université de Caen-Normandie et animateur de l'IREM de Caen. Il s'intéresse notamment aux problèmes mathématiques en lien avec la consommation et la vie de tous les jours.

gilles.damamme@unicaen.fr © APMEP Mars 2020



Au fil des Maths a besoin de vous

J'ai un peu de temps

Écrire une fiche d'activité SNT pour la partager (modèle de fiche sur demande : Lise).

Travail ponctuel. $\approx 2 h$

Prérequis: enseigner en lycée.

Comment nous aider?

Donner un grand coup de main à la revue numérique en codant plusieurs articles en html (aide et tuto : Marianne).

Libre organisation du temps avec délais à respecter. ≈ 3 h par article

Préreguis: avoir des connaissances de base en langage par balise ou en TeX. Avoir envie d'apprendre.

> Écrire un article! Tous les niveaux et toutes les thématiques nous intéressent (angoisse de la page blanche : Lise).

> > Travail ponctuel. ≈ 6 h

Prérequis: avoir un sujet... mais pas besoin d'être doué en écriture!

J'ai beaucoup de temps

Écrire des recensions : lire un ouvrage récent (proposé et fourni par Valérie) puis écrire un court article pour le décrire

et le commenter pour le faire découvrir aux collègues.

Libre organisation du temps, avec engagement. \approx 6 h par article

Prérequis : aimer lire et donner une opinion argumentée.

Relire des articles pour la revue numérique avant la mise en ligne (contact : Marianne).

Libre organisation du temps avec délai à respecter. \approx 30 min par article Prérequis: être bon en orthographe.

> Donner un coup de main à la revue numérique en codant un article en html (aide et tuto : Marianne).

> > Libre organisation du temps avec délai à respecter.

> > > ≈ 3 h

Préreguis : avoir des connaissances de base en langage par balise ou en TeX. Avoir envie d'apprendre.

J'ai davantage de temps

Rejoindre l'équipe technique : coder en TeX un ou plusieurs articles selon un cahier des charges (contact : Isabelle).

Travail régulier : tous les trois mois avec délais à respecter. \approx 30 min par page Prérequis: maîtriser LaTeX.

Rejoindre l'équipe de rédaction : une bonne idée! (tout renseignement : Lise).

Travail avec engagement. 5 réunions par an à Paris (des samedis). Travail sur des articles en dehors des réunions. Prérequis: aimer travailler en groupe et mener un projet à terme dans le respect des contraintes éditoriales. Avoir envie de s'investir.

Isabelle: iflavier@orange.fr Lise: aufildesmaths@apmep.fr

Marianne: marianne.fabre@ac-amiens.fr

Valérie: laroseAFDM@netc.fr

Sommaire du nº 535



| Éditorial | 1 | | 43 |
|--|---------|--|----|
| Opinions | 3 | Et si on modélisait? — Gaëlle Bugnet et Vicky Kass-Canonge | 43 |
| ★ Jeux et maths, où en est-on? — Éric Trouillot | 3 | Nombres et écritures de nombres — Pascal Michel | 52 |
| À chaque établissement son laboratoire de math — Hubert Proal | ns 9 | « Gentilles » fonctions polynomiales de degré 3 — Jacques Marot | 57 |
| Avec les élèves | 13 | Quelques beaux problèmes du logiciel Jeux2019— Guy Noël & Yolande Noël-Roch | 70 |
| ♦ Des puzzles en cycle 1 — Marie-France Guissard, | | Récréations | 77 |
| Valérie Henry, Pauline Lambrecht, Patricia Van Geet, Sylvie Vansimpsen & Isabelle Wettendorff | 13 | Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt | 77 |
| Le glisse-nombre — Anne-France Acciari | 19 | ♦ Mathémagie au collège — Dominique Souder | 79 |
| To glasse hembre while trance Accian. | | 🔨 Le jeu de Juniper Green — Valérie Larose | 84 |
| Tickets de grattage ou comment gagner 120 000 € — Gilles Damamme | 22 | Match Point une brochure JEUX pas comme les autres! — Jean Fromentin | 86 |
| Le Rallye Mathématique Transalpin — Christine Le Moal | 28 | Au fil du temps | 88 |
| Faire de la géométrie en grand — Thierry Dias & | | Matériaux pour une documentation | 88 |
| Jimmy Serment | 37 | Anniversaires — Dominique Cambrésy | 94 |



Culture*MATH*





