

Le bulletin de l'APMEP - N° 533

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Juillet, Août, Septembre 2019

Mathématiques et mouvement



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos .

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2019-2020 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAUT..

Responsable coordinateur de l'équipe : Lise MALRIEU..

Rédacteurs : Vincent BECK, Marie-Astrid BÉZARD, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY..

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Adrien GUINEMER, Christophe ROMERO, Jacques VALLOIS..

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET..

Équipe TeXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET..

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Juillet, Août, Septembre 2019

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau ISSN : 2608-9297



Les Sixièmes ne manquent pas d'aire !

Voici deux jolies activités destinées à consolider la notion d'aire et à différencier les notions de périmètre et d'aire en 6^e. Issues de Bulletins inter-IREM [1], elles ont été adaptées au fur et à mesure des années, des élèves et des programmes, et présentées lors d'un stage PAF animé par le groupe MONAF¹ de l'IREM de Rouen.

Anne Dusson & Nathalie Lecouturier

Ces deux activités sont complémentaires l'une de l'autre et l'idéal est de les proposer toutes les deux et dans l'ordre donné ci-dessous. En effet, la première est très cadrée du point de vue des manipulations mais elle présente une déstabilisation dans la perception ; elle contribue à une remise en cause des croyances mathématiques et donne une ouverture pour un nouvel apprentissage. La deuxième laisse place à l'imagination dans les manipulations ce qui, d'ailleurs, peut être déstabilisant pour certains élèves. Dans tout l'article, nous désignerons par *tangram* l'ensemble des sept pièces du célèbre jeu.

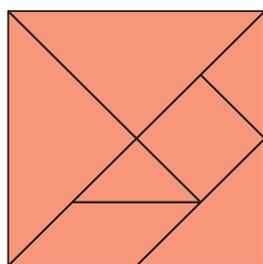


Figure 1. *Tangram.*

1^{re} activité : tangram et bateau

L'objectif principal est de consolider la notion d'aire en apprenant à aiguïser l'œil du mathématicien qui doit s'habituer à se méfier de ce qu'il voit et deviner ce qu'il ne voit pas.

Étape n° 1 : la problématique

Dans un premier temps, aucun matériel n'est distribué de façon à focaliser l'attention des élèves sur la problématique posée. On montre au vidéo-projecteur (ou rétroprojecteur) trois figures en même temps et on pose la question : « À votre avis, ces figures ont-elles la même aire ? Et si vous pensez que non, quelle est celle qui a la plus grande aire ? »

Il est parfois nécessaire d'explicitier ce qu'on appelle « l'aire des figures ». On parle alors de la place occupée par chaque figure au tableau ou sur la feuille en donnant l'image d'une surface qu'on aurait à peindre ou à colorier. On précise également qu'on donne un avis sur un ressenti ou une impression que l'on a, sans être sûr de la réalité.

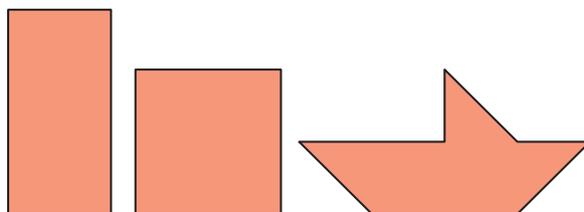


Figure 2. *Les trois figures.*

Chacun va donner son avis et, pour récolter les réponses, on convient de donner des noms aux trois figures : le rectangle, le carré et le bateau.

1. MONAF est le nom du groupe formé des initiales des prénoms de chacun de ses cinq membres : .



Les résultats du sondage sont écrits au fur et à mesure au tableau.

Majoritairement les élèves pensent que le bateau a la plus grande aire et le carré la plus petite. Les avis sont beaucoup plus partagés entre le carré et le rectangle et certains élèves pensent qu'ils ont la même aire.

Ce sondage terminé, on fait remarquer à la classe que les perceptions sont différentes selon les élèves et on leur propose une méthode qui va permettre de prouver ce que l'on affirme et ainsi se mettre d'accord.

Étape n° 2 : Un moyen pour prouver

C'est là que l'on introduit le tangram.

Matériel par élève

- Une feuille avec les trois figures (Figure 2).
- Un tangram (donné sous forme de carré) sur une feuille cartonnée de couleur (Figure 1).

Le *tangram* carré a les mêmes dimensions que le carré de la feuille précédente. Prévoir des tangrams de couleurs différentes pour des voisins de façon à ne pas mélanger les pièces.

Consignes orales données au fur et à mesure :

1. Découper avec précision les pièces du tangram et, sur la feuille, reconstituer le carré.
2. Sur la feuille, reconstituer le rectangle à l'aide des pièces du tangram. Observer si toutes les pièces sont utilisées.
3. Sur la feuille, reconstituer le bateau à l'aide des pièces du tangram. Observer si toutes les pièces sont utilisées.

Certains élèves ont besoin du modèle d'avant le découpage pour reconstituer le carré et l'aide des pairs est importante pour le rectangle et le bateau mais les élèves sont motivés par ce travail de puzzle abordable par tous.

Une fois cette étape franchie — sachant que le rectangle s'obtient avec les sept pièces du tangram et que le bateau utilise une pièce de moins et offre plusieurs solutions — le débat de classe peut reprendre en ce qui concerne la comparaison des aires des trois figures.

Conclusion

On fait donc émerger le fait que le carré et le rectangle ont la même aire et que le bateau a une aire plus petite. C'est le moment de revenir aux impressions du début. Il paraît important de se méfier de ce que l'on voit. Pour rassurer les élèves qui se sont trompés au début, on peut faire la distinction entre l'aire et l'encombrement, ce dernier relevant plus d'une impression et, par là même, source d'erreur. Puis en repensant aux différences de ressentis, on retiendra l'importance de trouver une méthode qui permettra de prouver et de se mettre d'accord. Comme ces deux derniers points sont transférables à d'autres situations, cette activité est très formatrice pour les jeunes mathématiciens que sont nos élèves.

Dans le cahier

Les élèves collent les pièces du tangram utilisées sur le bateau et mettent à côté la pièce inutilisée comme sur les figures 3 et 4, puis chaque élève écrit ce qu'il retient de ce travail.

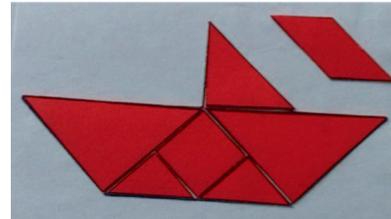


Figure 3. Production d'élève.

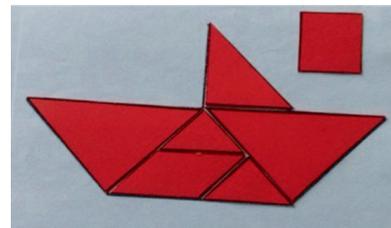


Figure 4. Production d'élève.

2^e activité : les deux rectangles

Objectif principal

Il s'agit de dissocier les concepts d'aire et de périmètre sans avoir recours aux mesures.



Matériel pour chaque élève

- Deux rectangles de même couleur et de mêmes dimensions (en prévoir plus que le nombre d'élèves en raison des erreurs possibles).
- Un tube de colle
- Une paire de ciseaux

Déroulement

Chaque élève reçoit un premier rectangle de couleur et le colle dans son cahier sur la page de gauche.

Puis il reçoit un deuxième rectangle identique (même couleur et mêmes dimensions).

Des élèves voisins ont des rectangles de couleurs et de dimensions différentes pour éviter les mélanges de pièces.

Consignes données au fur et à mesure au vidéo-projecteur :

1. Sur le deuxième rectangle, tracer des segments qui partagent le rectangle en cinq morceaux de forme quelconque.
2. Découper les cinq morceaux.
3. Inventer une nouvelle figure d'un seul tenant en juxtaposant les cinq morceaux.
4. Coller la figure obtenue en dessous du rectangle de départ ou sur la page de droite s'il n'y a pas assez de place.
5. Comparer la figure obtenue et le rectangle de départ : qu'est-ce qui change ? Qu'est-ce qui ne change pas ?

Description et analyse

Pour certains élèves, obtenir cinq morceaux exactement (ni quatre, ni plus de cinq) est difficile. Il faut parfois préciser aux élèves que l'on découpe avec des ciseaux et non en déchirant... L'invention d'une nouvelle figure perturbe des élèves peu habitués à faire travailler leur imagination. En revanche, une fois qu'ils s'autorisent à créer, les élèves laissent libre cours à leur imagination, cherchant à réaliser des figures évoquant un bonhomme, un bateau, etc.

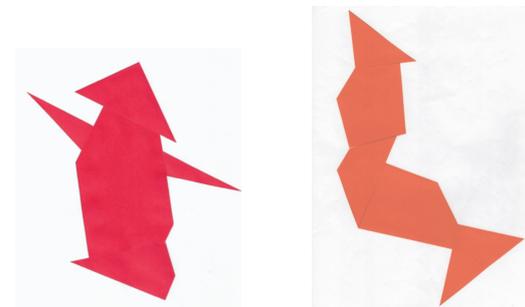


Figure 5. Productions d'élèves.

Pour la comparaison, les élèves commencent par écrire sur leur cahier puis échantent en débat de classe. Ce qui émerge après discussion :

Ce qui change :	Ce qui ne change pas :
<ul style="list-style-type: none"> • Le périmètre • Le nombre de côtés • Le nombre d'angles • Le nombre de sommets • La place occupée ou l'encombrement 	<ul style="list-style-type: none"> • La couleur (émerge en premier !) • L'aire

Dans un premier temps, certains disent que l'aire change donc il faut revenir sur la notion d'aire d'une figure et la distinction entre aire et encombrement que l'on fait apparaître dans la première colonne.

Dans un deuxième temps, l'aire rejoint la colonne « Ce qui ne change pas » mais alors, certains élèves pensent qu'il en est de même pour le périmètre.

On revient sur la notion de périmètre et on trouve un moyen de comparer les deux. L'utilisation d'une ficelle est proposée ainsi que la règle graduée et le compas. Selon le temps, ce travail commencé en classe peut être terminé à la maison.

Dans le cahier

Deux figures de formes différentes peuvent avoir la même aire.





Les 6^e ne manquent pas d'aire !

Deux figures de même aire n'ont pas nécessairement le même périmètre.

Prolongements possibles

- Le groupe « Jeux2Maths »  de l'IREM de Caen propose deux activités pouvant être utilisées en prolongement :
 - * Le jeu *Périmaire*  est un jeu de cartes (aux motifs constitués de carrés) pouvant se jouer en îlots et ne nécessitant aucune formule. Il s'agit de proposer une carte avec une figure ayant le périmètre et/ou l'aire de la carte proposée par l'un des joueurs.
 - * Le jeu *Périmexpaire*  est un peu plus complexe, car cette fois les formes sont curvilignes mais la règle reste inchangée.
- Dans le même esprit, le jeu *Curvica* 

Bilan sur les deux activités

Ces deux activités permettent de travailler les notions d'aire et de périmètre sans avoir recours à des mesures ou des formules. Ce travail est tout indiqué pour des élèves déjà formatés par l'introduction d'unités et/ou de formules mal assimilées.

À la suite de la première activité, au lieu de faire l'activité des deux rectangles, on pourrait faire le même travail de comparaison de périmètres avec les trois figures de l'activité n° 1. Mais, proposer une manipulation qui laisse de la place à l'imagination, permet aux élèves de s'approprier leur figure et certains, ayant compris l'enjeu de la démarche, demandent même à recommencer un découpage pour accentuer encore les différences.

Que demander de plus ?

Référence

- [1] Gérard Combien et Martine Philippon. *Aire et périmètre. le tour de l'aire en collège*.  Villeurbanne : IREM de Lyon, 1994.



Anne Dusson et Nathalie Lecouturier enseignent respectivement à Petit-Quevilly (76) au collège Fernand Léger et à Rouen (76) au collège Barbey d'Aureville. Elles sont toutes deux membres du groupe MONAF de l'IREM de Rouen.

nathalie-m.lecouturier@ac-rouen.fr

anne.dusson@ac-rouen.fr

© APMEP Septembre 2019



Journées nationales de l'APMEP

La Saveur des Mathématiques

De la maternelle à l'université



les 19-20-21-22 octobre 2019

DIJON

infos: www.apmep.fr

Sommaire du n° 533

Mathématiques et mouvement

Éditorial

Opinions

Des pistes pour sortir de la crise de l'enseignement des sciences — Gilles Dowek 3

Les labos de maths — Valérie Larose 6

L'Observatoire EVAPM, une aventure de l'APMEP — Antoine Bodin 8

Avec les élèves

Mouvement mathématique en Bretagne — Claudie Asselain-Missenard 16

Coup de cœur pour une appli — Isabelle Audra 21

Sprint! — Romain Estampes 23

Histoire de ~~boîtes~~ Boole — Agnès Veyron 27

Mesure du flux de muons cosmiques — Luca Agostino 33

Les 6^e ne manquent pas d'aire! — Anne Dusson & Nathalie Lecouturier 39

Algorithmique débranchée — Cyrille Kirch & Olivier Jutand (groupe Lycée de l'IREM de Poitiers) 43

1 Ouvertures

52

Mat'les ressources : un journal pour des ressources — Vincent Bansaye, Alain Camanes & Daphné Giorgi 52

Le transport optimal numérique — Gabriel Peyré 55

Sauver Walu, une aventure! — Dominique Cambrésy 65

Variations autour d'une formule — Attila Máder & Zoltán Matos 69

Mathématiques du jonglage — Vincent Pantaloni 74

Récréations

83

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 83

La coupe du monde de rugby — Michel Soufflet 85

Au fil du temps

88

Matériaux pour une documentation 88

Anniversaires — Dominique Cambrésy 94



CultureMATH

