

Le bulletin de l'APMEP - N° 532

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Avril, Mai, Juin 2019

Les maths à portée de main



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à
aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint le BGV
n° 206 spécial « Journées Nationales ».

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Alice ERNOULT.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, Marie-Astrid BÉZARD, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Vincent PANTALONI, Daniel VAGOST, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLEMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Adrien GUINEMER, Christophe ROMERO, Jacques VALLOIS.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

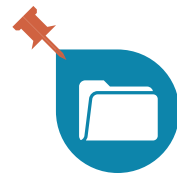
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier REBOUX

Dépôt légal : Juin 2019

Impression : Imprimerie Corlet.

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau ISSN : 2608-9297



À la découverte des flexag^ones

Découpons, plions, collons, flexons ! Bref, jouons avec des bandes de papier. Loïc Terrier nous propose une promenade dans le monde étrange et merveilleux des flexagones, ces formes planes à plus de deux faces !

Loïc Terrier

Origines

Comme le raconte Martin Gardner dans son tout premier article paru dans le *Scientific American*¹, les flexagones ont été découverts par hasard en 1939 par un jeune Anglais, Arthur Stone, venu étudier à Princeton. Découpant des feuilles de format américain pour qu'elles entrent dans son classeur britannique, Stone se trouva en possession de nombreuses bandes de papier qu'il s'amusa à plier de diverses façons. L'un de ces pliages avait l'apparence d'un hexagone ; en le manipulant, Stone s'aperçut qu'il pouvait s'ouvrir en son centre. De plus, s'il coloriait une face de l'hexagone en bleu et l'autre en vert, par exemple, le fait de l'ouvrir faisait apparaître une nouvelle face, vierge, tandis qu'une des faces colorées disparaissait. Le premier flexagone venait d'être découvert : il avait trois faces et on pouvait passer de l'une à l'autre par un mouvement qui sera nommé *flexage*. La nuit suivante, Stone réfléchit à sa trouvaille et par pure déduction comprit qu'il pourrait fabriquer des flexagones d'un autre type, ce qu'il vérifia le lendemain avec un flexagone à six faces. Il trouva ce modèle si intéressant qu'il le montra à ses amis de l'université : très vite, un comité d'étude des flexagones se créa, comprenant, en plus de Stone, Bryant Tucker-

man et John Turkey, respectivement étudiant et jeune professeur en mathématiques, ainsi que Richard Feynman, étudiant en physique². À eux quatre, ils explorèrent le monde des flexagones... Ils n'eurent hélas pas le temps de publier leurs découvertes, car l'attaque de Pearl Harbor et l'entrée en guerre des États-Unis qui s'ensuivit dispersa le petit groupe.

Les flexagones restèrent longtemps inconnus du grand public, jusqu'à ce que l'article de Gardner paraisse, créant une vague d'engouement outre-Atlantique...

À vos ciseaux !

J'ai découvert les flexagones dans l'un des livres de Jean-Paul Delahaye [2] qui réunit plusieurs de ses articles parus dans *Pour la Science*. J'ai été intrigué par cet étrange objet mais (oserai-je l'avouer ?) je n'ai pas bien compris alors comment le manipuler et j'ai vite oublié sur un coin de mon bureau le modèle que j'avais fabriqué. Puis, quelques temps plus tard, j'ai vu une vidéo sur la chaîne Micmaths qui m'a redonné envie de m'y intéresser. J'ai réussi à embarquer mon collègue et ami Pascal Richard et, à nous deux, nous avons commencé à explorer l'univers des flexagones. Enthousiasmés par ce que nous avons

1. On le retrouve dans [1].

2. Et futur prix Nobel !



trouvé, nous avons eu envie de partager nos découvertes, ce qui a donné naissance à un atelier présenté aux Journées de Lyon puis de Nantes.

Pour comprendre les flexagones, il faut les manipuler ! Vous êtes donc vivement invités à vous munir de papier, de ciseaux et de ruban adhésif afin de suivre les traces de Stone dans la découverte et l'exploration des flexagones. . .

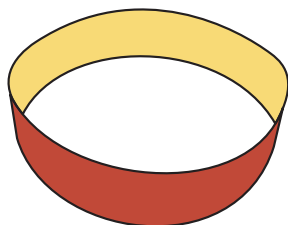
Des vidéos et des figures à imprimer sont disponibles en ligne sur le site d'*Au fil des maths* .

Enfin, le sujet étant fort vaste, un deuxième article suivra.

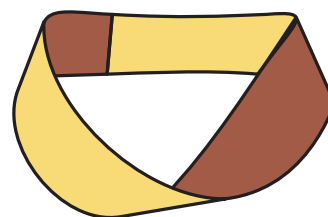
Premier flexagone

Un flexagone est un ruban de papier, droit ou coudé, qu'on a replié sur lui-même à la manière d'un ruban de Möbius. Si vous ne savez pas ce qu'est un ruban de Möbius, prenez quelques secondes et une bande de papier :

- si on relie les deux extrémités du ruban, sans lui imprimer de torsion, on obtient ce que l'on pourrait décrire comme la surface latérale d'un cylindre. Cette surface possède deux faces (une intérieure et une extérieure) ;

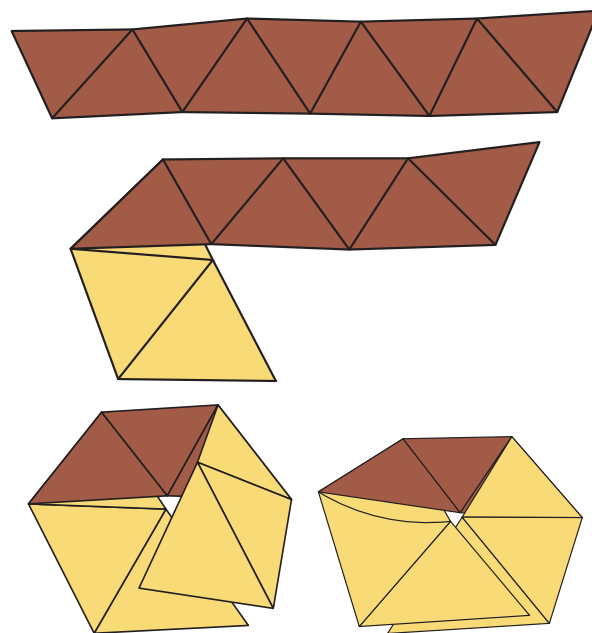


- si on tord le ruban d'un demi-tour avant de le scotcher, on obtient un ruban de Möbius : vous pouvez vérifier (en coloriant) que ce ruban n'a qu'une seule face ! Un tour de magie mathématique (topologique, devrait-on dire) consiste à le couper en deux parallèlement aux bords. Si vous ne l'avez jamais fait, essayez donc de prévoir le résultat avant d'effectuer l'opération !



Revenons aux flexagones : la première étape consiste à réaliser une bande de neuf triangles équilatéraux. On peut le faire façon origami ou plus prosaïquement à l'aide d'une règle graduée ou encore d'une règle non graduée et d'un compas. Sur le site d'*Au fil des maths*, vous trouverez également des feuilles A4 (fichier « base ») prêtes à être imprimées .

Une fois cette bande de neuf triangles obtenue, il est conseillé de bien marquer les plis sur tous les segments intérieurs, de façon à rendre sa manipulation plus aisée. On la replie ensuite comme illustré sur les figures suivantes (les couleurs sont seulement là pour plus de clarté, à ce stade il est inutile de colorier votre bande de triangles) :

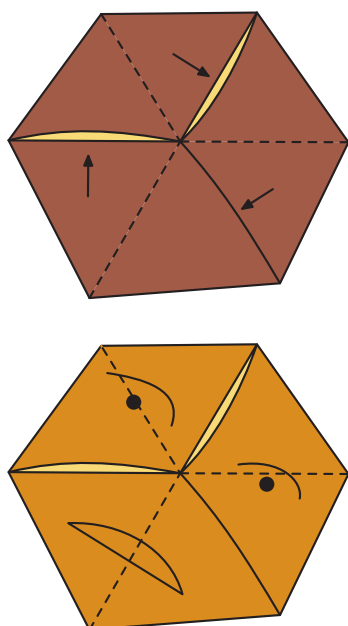


Bien remarquer qu'à la dernière étape, on glisse le triangle de droite sous celui de gauche. On rattaché ensuite ces deux triangles avec du ruban adhésif par l'arête extérieure.



Remarquons qu'on pouvait également procéder à un pliage symétrique : on obtient alors un flexagone qui est l'image-miroir (ou énantiomère) de celui présenté. Leurs propriétés étant identiques, on ne s'attardera pas sur ce point.

On obtient ce qui ressemble fort à un hexagone³, à plat, avec deux « faces »⁴. Si on regarde attentivement ces faces, on voit qu'elles sont constituées de trois losanges, séparés par ce que nous appellerons des soufflets. Dessinons, sur l'une des faces, des flèches sur chaque losange, pointant vers ce soufflet et indiquant l'endroit où le ruban se glisse sous le losange voisin⁵. Sur l'autre face, dessinons les yeux et la bouche d'un bonhomme triste (un élément par losange).

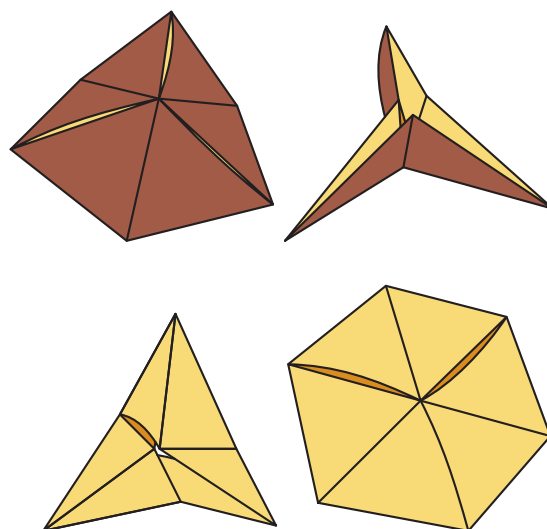


Nous allons à présent procéder à une opération cruciale, le *flexage* : choisir un des trois soufflets et placer le pouce et l'index sur les triangles adjacents.

Pincer le soufflet jusqu'à ce que les deux triangles soient l'un contre l'autre.

Pousser l'arête opposée (qui n'est pas un soufflet) « en creux ». À ce stade, le flexagone a l'apparence de trois triangles reliés par une arête (deuxième figure ci-dessous). Ouvrir alors le centre du flexagone vers l'extérieur et déplier pour le remettre à plat.

L'opération peut vous sembler délicate au premier abord, mais on prend très vite le pli ! Si cela ne vous semble pas clair, n'hésitez pas à aller jeter un coup d'œil sur la vidéo disponible sur le site [▶](#) !



La face que l'on a devant soi est vierge. Retournons le flexagone : les flèches indiquent à présent l'extérieur de l'hexagone. Quant au bonhomme, il a disparu (sa tristesse était probablement due à la conscience de cette disparition prochaine). Dessinons un cercle au centre de la face vierge, puis retournons le flexagone, et flexons : le bonhomme est revenu ! De l'autre côté, les flèches ont repris leur place initiale. Bonhomme face à soi, flexons : la troisième face est revenue, mais le centre est passé au bord. Quant au bonhomme (visible si on retourne le flexagone, sans flexer !) le voici de bien meilleure humeur !

3. Le nom flexagone vient de « flexible hexagon ».

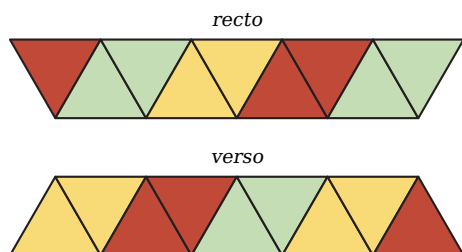
4. Les anglophones utilisent plutôt le mot *side*.

5. Remarquons que si on construit un flexagone énantiomère, les flèches tourneront dans le sens inverse...



Résumons : nous sommes partis d'une bande de neuf triangles (donc dix-huit recto-verso) : une fois le flexagone formé, ces triangles s'assemblent par 6 pour former trois faces hexagonales. Deux des faces sont visibles, la troisième est cachée à l'intérieur du flexagone. Puisqu'il possède trois faces, il sera nommé *triflexagone*⁶.

Remarquons que le flexagone est invariant par rotation d'un tiers de tour, et que cela reste le cas lors du flexage. Cette propriété se retrouve sur le patron : pour l'obtenir, on colorie les faces puis on coupe une des arêtes et enfin on déplie.



Il est important de prendre ici un peu de temps pour manipuler le triflexagone, d'essayer de comprendre ce qu'il se passe lors du flexage, et ce que deviennent les triangles qui composent chaque face... Un patron de triflexagone tout prêt est également disponible sur le site.

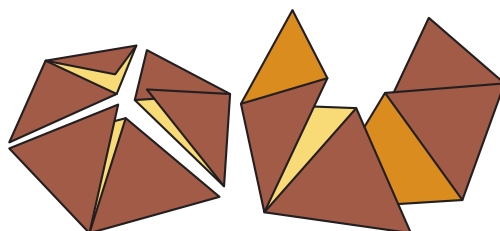
Enfin, si vous découpez le triflexagone « parallèlement aux bords » (on pourra d'abord tracer recto et verso sur le patron du flexagone une ligne parallèle aux bords : une fois le flexagone formé, on découpera suivant cette ligne), une surprise vous attend !

Ajout de faces

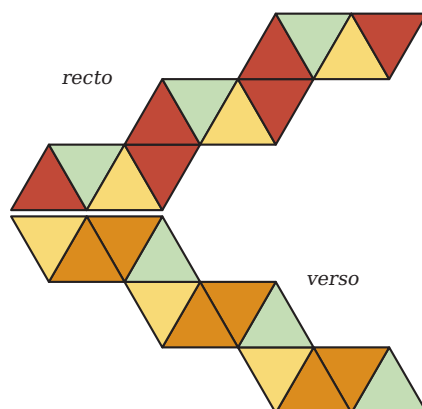
Trois faces c'est bien, quatre ce serait mieux ! Nous allons voir comment ajouter une face à notre triflexagone pour obtenir un tétraflexagone.

Ce qui suit est directement inspiré de la chaîne Micmaths [3] de Mickaël Launay, sa vidéo est très claire :

- on choisit une face du triflexagone, qu'on colorie ;
- on repère les trois losanges de cette face ;
- on découpe en deux ces losanges ;
- on obtient ainsi trois morceaux de flexagone ;
- on scotche un triangle supplémentaire à chacun de ces morceaux, comme indiqué sur la deuxième figure ci-dessous (triangles orange) ;
- on glisse le triangle ajouté sous le morceau à sa gauche, et on les rattache par l'arête extérieure ;
- on recommence avec les suivants.



Le résultat est un tétraflexagone décevant : il est plein de ruban adhésif, et vous aurez de la chance s'il ne tombe pas en morceaux au bout de quelques manipulations. Cependant, une fois la face ajoutée, on peut colorier les quatre faces et couper une arête pour déplier le tétraflexagone : on obtient son patron, et on peut alors construire directement un tétraflexagone tout propre.



Notons que le tétraflexagone est un ruban faisant quatre demi-tours : dès lors, il possède deux faces et deux arêtes : ce n'est plus un ruban de Möbius !

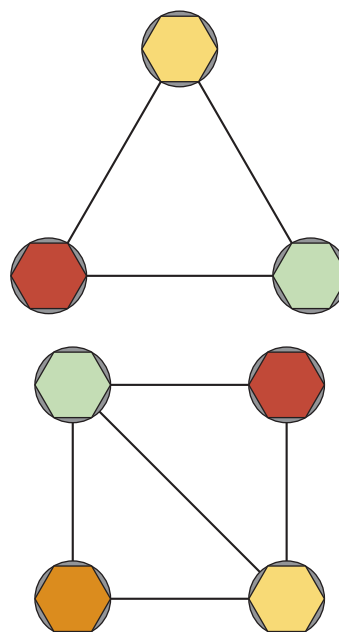
6. En réalité, son nom technique est « *trihexaflexagone* » à cause de la forme hexagonale des faces, mais c'est une dénomination un peu lourde et inutile ici.



Quelques remarques concernant les patrons :

- contrairement à ce qu'on avait pu observer pour le triflextagone, la plupart des patrons ne sont pas constitués d'une bande rectiligne de triangles. Pour des flexagones ayant davantage de faces, il arrive même que le patron revienne sur lui-même, formant plusieurs couches !
- les patrons conservent la symétrie d'ordre 3 inhérente aux flexagones : ils sont constitués de trois morceaux identiques ;
- pour replier un patron, on repère les losanges (deux triangles consécutifs de la même couleur), et on plie afin que les triangles de la même couleur se retrouvent l'un contre l'autre. Sur le patron du tétraflexagone donné ci-dessus, on peut commencer, au choix, par plier pour accoler les triangles rouges ou bien les triangles orange : on se ramène ainsi au patron du triflextagone, qu'on plie comme vu précédemment ;
- les patrons donnés ici nécessitent du ruban adhésif pour former la dernière arête, mais on peut ajouter un triangle (donc deux faces supplémentaires) qui permettra de former des languettes et d'utiliser de la colle. Le raccord sera invisible et le flexagone ainsi créé sera plus beau... C'est la méthode choisie pour les patrons que vous trouverez sur le site.

Ci-dessous les plans du triflextagone et du tétraflexagone :



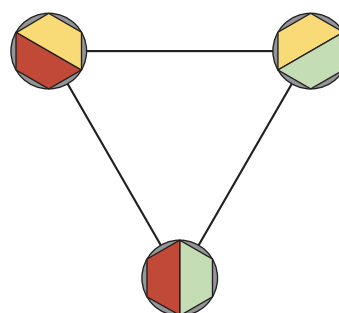
Remarquons que l'arrivée d'une quatrième face a provoqué une rupture de symétrie : les faces verte et jaune sont reliées aux trois autres faces, tandis que l'orange et la rouge ne sont reliées qu'à deux autres faces.

Le plan et la carte

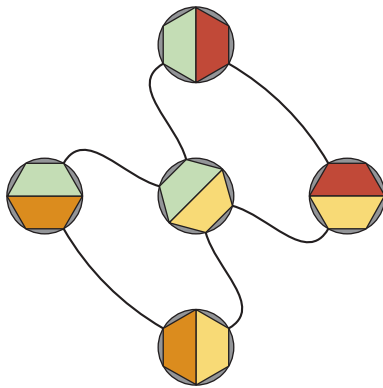
Avec l'arrivée d'une quatrième face, la navigation au cœur du flexagone se complique : on peut tourner pendant longtemps sur trois faces sans jamais trouver la quatrième ! Les choses se compliquent encore davantage pour des flexagones ayant davantage de faces... Il est donc intéressant de se munir d'un outil qui nous permettra de nous orienter. En fait, nous allons voir deux graphes différents : le plan et la carte⁷.

Le plan : un premier graphe peut être établi en prenant pour sommets les différentes faces du flexagone. Deux sommets seront reliés si les faces correspondantes « communiquent », c'est-à-dire si l'on peut passer de l'une à l'autre par flexage.

La carte : un autre graphe possible est obtenu en prenant comme sommets les deux faces visibles du flexagone (une configuration du flexagone). Deux sommets sont reliés si et seulement si on peut passer d'une configuration à l'autre par flexage. En particulier, ces deux configurations auront toujours une face commune.

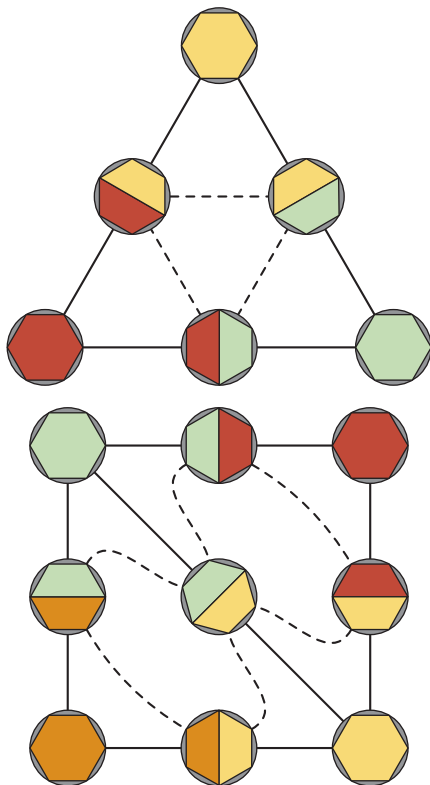


7. Ces noms sont de mon invention, pas des standards de la théorie flexagonale.



La dissymétrie observée sur le plan du tétraflexagone se retrouve sur sa carte : les faces verte et jaune apparaissent trois fois, contre seulement deux fois pour les faces orange et rouge. Plus intéressant, nous verrons qu'elles apparaissent dans des configurations différentes, c'est-à-dire que les triangles qui composent les faces ne sont pas orientés de la même façon.

D'un graphe à l'autre : on peut trouver la carte à partir du plan, et réciproquement :



Vous l'aurez compris ; partant du plan, on marque les milieux des arêtes : ce sont les sommets de

la carte. On relie ensuite ces sommets dès lors qu'ils appartiennent à un même triangle sur le plan.

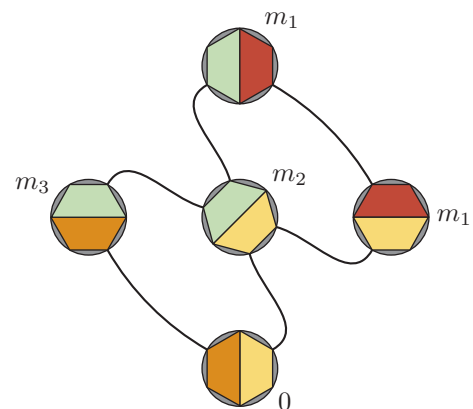
Partant de la carte : les sommets correspondent aux différentes couleurs utilisées, et on relie deux sommets si les couleurs apparaissent ensemble dans au moins une configuration (un sommet de la carte).

Selon les situations, on privilégiera l'usage tantôt du plan tantôt de la carte.

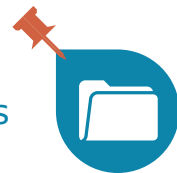
Une question de probabilités

Une question vient assez naturellement à l'esprit lorsque l'on s'est débattu un long moment avant d'accéder à la face promise : combien de temps cela prendrait-il si on flexait aléatoirement, c'est-à-dire si on se déplaçait aléatoirement (et avec équiprobabilité) d'un sommet de la carte à un autre ?

On peut calculer de façon élémentaire le temps moyen nécessaire, comme expliqué dans l'excellent livre d'Arthur Engel [4]. Voyons-le sur un exemple.



Cherchons les temps moyens nécessaires pour atteindre la configuration orange/jaune partant de chacun des sommets de la carte : ce temps moyen vaut 0 si on part de orange/jaune, et pour les autres sommets on les note $m_1, m_2, \dots$. Par symétrie, les temps partant de vert/rouge et rouge/jaune sont égaux. Pour calculer les m_i , on utilise la règle suivante : chaque temps moyen est



égal à 1 plus la moyenne des temps moyens voisins pondérés par les probabilités d'atteindre ces voisins. Par exemple, partant de vert/rouge, on a une chance sur deux d'aller en rouge/jaune et une chance sur deux d'aller en vert/jaune. On en déduit $m_1 = 1 + \frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2$, dont on peut tirer $m_1 = m_2 + 2$.

En vert/jaune, on a :

$$m_2 = 1 + \frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{4}m_3 + \frac{1}{4}0,$$

d'où $m_2 = 4 + \frac{1}{2}m_3$. Enfin, en vert/orange on a : $m_3 = 1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{2}0$, d'où $m_3 = 1 + \frac{1}{2}m_2$.

On en tire $m_3 = 4$, $m_2 = 6$ et $m_1 = 8$. Il faudra en moyenne huit flexages aléatoires pour passer de la configuration vert/rouge à la configuration orange/jaune.

Les règles de déplacements aléatoires choisies ici sont discutables (quand on flexe, on ne revient en général pas en arrière), mais vous êtes invités à choisir vos propres règles, mener vos propres calculs et faire ensuite des études statistiques sur des cobayes de votre entourage pour valider ou non vos modèles !

Le pentaflexagone et la technique de fusion

Pour un flexagone à cinq faces, le plan et la carte ne posent pas de problèmes. Pour obtenir le patron, on peut utiliser la technique de l'ajout de faces vue précédemment. On peut aussi procéder par **fusion** de deux flexagones, telle qu'elle est décrite dans le livre de Pook [5]. C'est une technique générale qui permet, partant d'un flexagone à n faces et d'un flexagone à p faces de fabriquer un flexagone à $(n + p - 2)$ faces.

Avant d'expliquer cette méthode, quelques remarques générales s'imposent :

- tout (hexa)flexagone est constitué de six **pires** de triangles ;

- deux piles voisines forment un **secteur**, et le flexagone est formé de trois secteurs identiques ;
- le nombre total de triangles d'un secteur est invariant par flexage : il est égal au nombre de faces du flexagone ;
- une pile peut être constituée d'un seul triangle : lorsque c'est le cas, le flexagone se trouve dans une configuration dite **périphérique** : ce type de configuration n'a que deux sommets voisins sur la carte du flexagone⁸.

Pour construire le pentaflexagone, on commence par faire un trifixagone et un tétraflexagone. Attention, ils doivent impérativement être orientés de la même façon, c'est-à-dire que si l'on dessine des flèches indiquant les soufflets, ces flèches tourneront dans le même sens (horaire ou trigonométrique) pour les deux flexagones.

- Pour chacun des deux flexagones : flexer jusqu'à se trouver dans une configuration périphérique.
- Sur les deux flexagones, il y a alors trois piles formées d'un seul triangle : marquer ces triangles d'une croix, et mettre en couleur les deux arêtes qui relient chacun de ces triangles aux triangles adjacents. On fera déborder la couleur sur les triangles voisins.
- Découper les triangles marqués et garder les autres piles dans la même disposition.
- Placer les piles restantes de l'un des flexagones dans les vides de l'autre.
- Scotcher les arêtes qui ont été mises en couleurs afin de relier les six morceaux : le nouveau flexagone est formé !

À nouveau, une vidéo est disponible sur le site  pour illustrer cette méthode⁹ !

L'hexahexafluxagone

Comme on l'a dit précédemment, nos flexagones sont en réalité des « hexafluxagones » et un hexafluxagone à six faces porte donc le doux nom d'hexahexafluxagone !

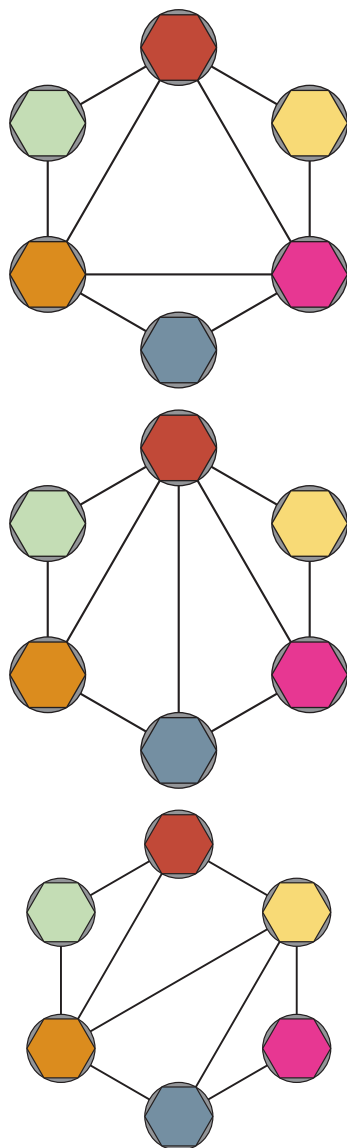
8. Dans un trifixagone, toutes les configurations sont périphériques.

9. Merci à Émilie Christophe pour son aide précieuse dans la réalisation de ces vidéos !





Les choses changent ici : il y a plusieurs plans possibles, et chacun correspond à un flexagone différent.



La technique de fusion vous permet de construire des hexaflexagones : pourriez-vous trouver les trois patrons correspondant à ces trois plans ?

Solution dans un prochain numéro !

À suivre...

Nous sommes loin d'avoir fait le tour du sujet ! Dans un prochain article, nous découvrirons quelques surprenantes propriétés des heptaflexagones et des octaflexagones, nous reviendrons

sur les configurations possibles des différentes faces, et nous nous intéresserons en particulier au problème du pavage des flexagones. Enfin nous verrons comment, avec Python, fabriquer des flexagones de toutes sortes avec des images jpg ou png.

Références

- [1] Martin Gardner. *Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions : The First Scientific American Book of Puzzles and Games*. 1988.
- [2] Jean-Paul Delahaye. *Mathématiques pour le plaisir*. Belin-Pour la science, 2010.
- [3] Mickaël Launay. *Hexaflexagones : la multiplication des faces*. Youtube, chaîne Micmaths. 2015.
- [4] Arthur Engel. *Processus aléatoires pour les débutants*. Cassini, 2011.
- [5] Les Pool. *Flexagons Inside Out*. Cambridge University Press, 2003.
- [6] A.S. Conrad. *The theory of the flexagon*. 1962.

Sur l'internet, vous trouverez aussi :

- l'article de M. Gardner (en anglais) : (mots-clés : gardner flexagon cambridge excerpt) ;
- les vidéos déjantées de Vi Hart (mots-clés : Vi Hart flexagon) ;
- un site très bien fait (en anglais) : flexagon.net ;
- et pour une étude sérieuse des flexagones (en anglais, mots-clés : delta pflexagon) .



Loïc Terrier est adhérent de la dynamique régionale de Lorraine. Après avoir sévi de nombreuses années dans le secondaire, il s'en est récemment évadé et tente à présent de convaincre ses élèves de la prépa ECE (classe prépa économique et commerciale, option économique) du lycée Henri Poincaré de Nancy que les mathématiques peuvent être amusantes. ... Il a animé des ateliers aux Journées Nationales sur L^AT_EX, R et les flexagones.

loic.terrier@free.fr

© APMEP Juin 2019

Sommaire du n° 532



Les maths à portée de main

Éditorial

Opinions

Manifeste pour un enseignement des mathématiques dans le socle commun de la voie générale au lycée — APMEP-SMF

✦ Que disent les recherches sur les manuels « *Méthode de Singapour* » ? — Éric Mounier et Nadine Grapin

✦ La manipulation dans l'enseignement des mathématiques — Nicolas Pinel

Avec les élèves

✦ Le pavé dans la boîte en 6^e — Anne Dusson et Nathalie Lecouturier

Des caches multitâches — François Drouin

✦ Des *Math & Manips* autour des grandeurs — Marie-France Guissard, Valérie Henry, Pauline Lambrecht, Patricia Van Geet, Sylvie Vansimpsen

✦ Les fractions en potions ! — Nicolas Pelay

1 Ouvertures 43

✦ Triangulation et impression 3D — Aurélien Alvarez 43

3 ✦ Visite d'un fablab — Olivier Longuet 52

✦ Des origamis en cours de math — Anne-Marie Aebischer 55

3 Femmes et mathématiques, où en est-on ? — Claudie Asselain-Missenard, Anne Estrade, Valérie Larose 63

6 ✦ À la découverte des flexagones — Loïc Terrier 67

✦ Au calcul bien pesé — Karim Zayana 75

14 Récréations 78

20 Le prix de l'essence flambe-t-il ? — Michel Soufflet 78

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 82

20 ✦ Devine la date de mon anniversaire — Dominique Souder 84

Au fil du temps 86

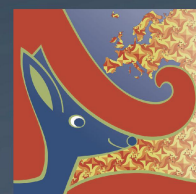
Vers la trigonométrie — Henry Plane 86

Matériaux pour une documentation 90

Anniversaires — Dominique Cambrésy 94



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr