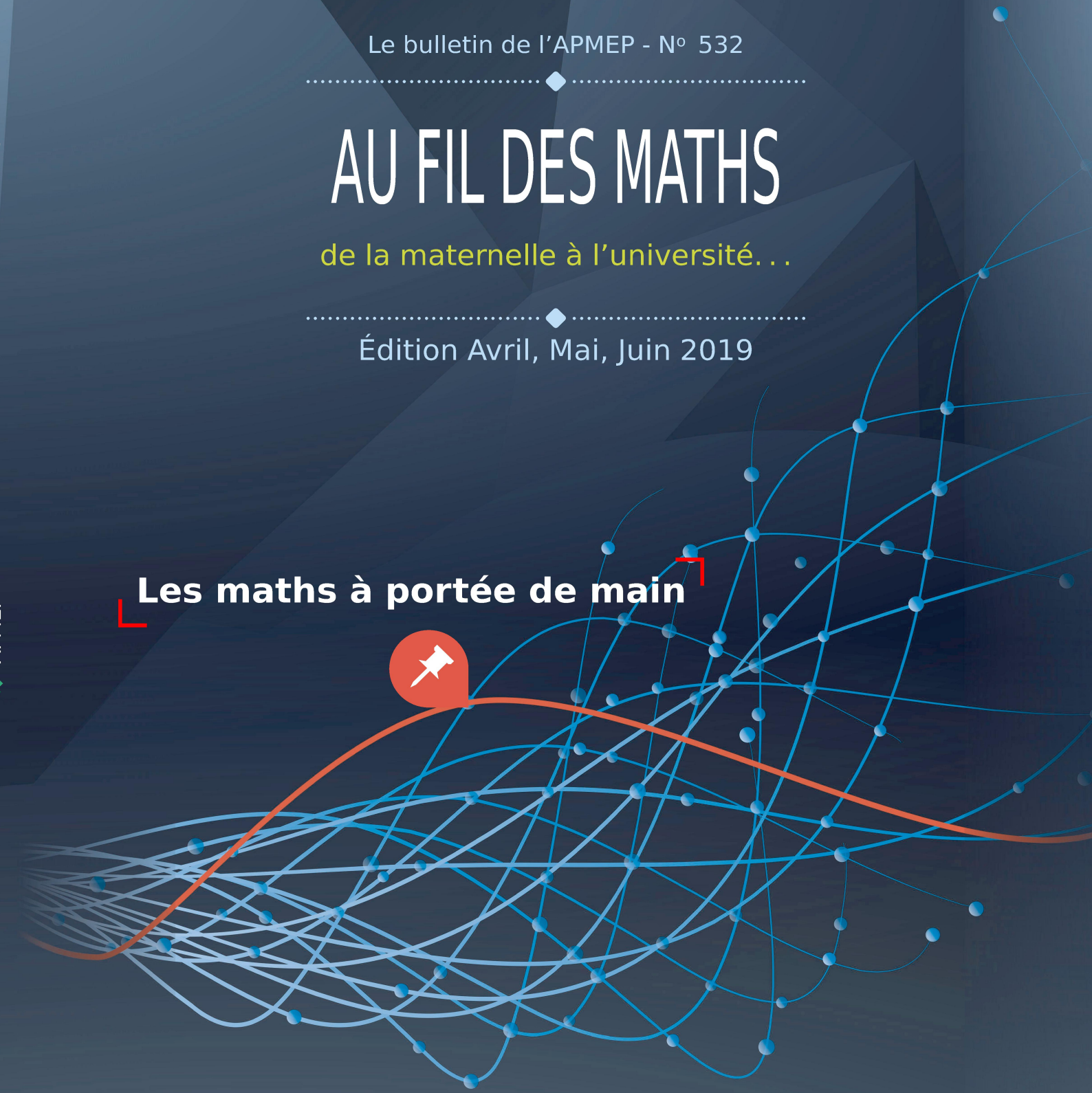
Le bulletin de l'APMEP - N° 532

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université. . .

Édition Avril, Mai, Juin 2019

Les maths à portée de main



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION
DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES
DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane Zehren

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée : **https://afdm.apmep.fr**
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille Génin mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint le BGV
nº 206 spécial « Journées Nationales ».

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : *Alice Ernoult.*

Responsable coordinatrice de l'équipe : *Lise Malrieu.*

Rédacteurs : *Vincent Beck, Marie-Astrid Bézard, François Boucher, Richard Cabassut, Séverine Chassagne-Lambert, Frédéric De Ligt, Mireille Génin, Cécile Kerboul, Valérie Larose, Lise Malrieu, Jean-Marie Martin, Vincent Pantaloni, Daniel Vagost, Christine Zelty .*

« Fils rouges » numériques : *Gwenaëlle Clement, Nada Dragovic, Laure Étévez, Marianne Fabre, Robert Ferréol, Adrien Guinemer, Christophe Romero, Jacques Vallois .*

Illustrateurs : *Pol Le Gall, Olivier Longuet, Jean-Sébastien Masset .*

Équipe TEXnique : *François Couturier, Isabelle Flavier, Anne Héam, François Pétiard, Olivier Reboux, Guillaume Seguin, Sébastien Soucaze, Michel Suquet .*

Maquette : *Olivier Reboux.*

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier Reboux
Dépôt légal : Juin 2019
Impression : Imprimerie Corlet.
ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau ISSN : 2608-9297

AU FIL DES MATHS

Le prix de l'essence flambe-t-il ?

Les problèmes de Papy Michel

La crise des gilets jaunes a débuté en novembre 2018 avec l'augmentation du prix des carburants et plus généralement la baisse du pouvoir d'achat des ménages. Serions-nous entendus sur les ronds-points avec les arguments développés dans cet article qui montrent que les mathématiques sont un outil précieux pour tous les citoyens ?

Michel Soufflet

« Les prix montent et le pouvoir d'achat baisse ». Cet adage populaire qui semble provenir de la nuit des temps fait partie de croyances qui engendrent une incompréhension entre le peuple et les élites.

Le site du journal Contrepoints « Évolution du prix de l'essence (1960-2008) »[1] qui se réfère à « l'Annuaire Statistique de la France » publié par l'INSEE, contient toutes les données pour contrevenir à cette opinion dominante. Il rétablit en particulier la vérité sur les prix et la perte du pouvoir d'achat en rappelant différentes études qui, par étapes, font remonter cette baisse aux prémisses du front populaire !

Pour le professeur de mathématiques, il s'agit à la fois d'aider les élèves à analyser et comprendre ces situations et de leur donner les moyens de les expliquer à leur entourage. C'est aussi l'occasion de les initier, en donnant du sens, aux notions de suites géométriques ou (et) d'exponentielles dès la classe de première à partir de la rentrée 2019. Le nouveau programme de 1re, voie technologique, précise même : « *Parmi elles [attitudes développées] peuvent notamment être mentionnés, la persévérance dans la recherche d'une solution, l'esprit critique, l'engagement réfléchi dans un débat, le souci d'argumenter sa pensée par un raisonnement logique, . . .* ».

Revenons au prix de l'essence. Le tableau qui suit donne une idée de l'évolution du prix de l'essence ordinaire puis du « sans plomb 95 » depuis 1960.

Nous avons repris les résultats du tableau de Contrepoints en convertissant les euros constants de 2008 en euros constants 2018 avec les données de l'INSEE indiquant une inflation régulière de 1,7 % sur cette période (l'inflation est stabilisée à un taux assez bas depuis la création de l'euro).

Nous avons deux moyens de calculer cette variation de l'euro :

- en considérant que l'inflation s'applique au premier janvier de chaque année : $1{,}017^{11} \approx 1{,}203$;
- en considérant que l'inflation s'applique de façon continue : $e^{1{,}017\times 11} \approx 1{,}205$ (taux instantané).

1.

Une inflation instantanée de taux annuel t % vaut $\mathrm{e}^{\frac{t}{100}}$, conséquence de la formule d'Euler[2].

Années	1960	1970	1980	1985	1990	2000	2007	2018
Prix du journal OF en francs puis en euros	0,25	0,5	1,6	3,2	3,4	5,5	0,8	1,05
Prix du litre d'essence en franc courant	0,99	1,1	4,17	5,73	5,35	7,21		
Prix du litre d'essence en euro constant de 2008	1,46	1,1	1,62	1,41	1,13	1,05	1,3	
Prix du litre d'essence en euro constant de 2018	1,76	1,33	1,95	1,7	1,36	1,27	1,56	1,55[3]

On le voit, le prix de l'essence ne suit pas l'inflation, il varie au rythme des crises pétrolières.

Le prix du journal qui suit assez bien le « coût de la vie »[4] peut fournir un élément de comparaison simple pour prendre conscience de l'évolution du pouvoir d'achat.

Ce type de tableau que les élèves peuvent reproduire à l'aide d'un tableur gagnera à être complété par d'autre exemples : prix de la baguette de pain par exemple (qui suit à peu près celui du journal, au contraire de celui de l'essence).

À qui profite l'inflation lorsqu'elle est élevée ?

Supposons que le taux annuel soit de 15 % comme ce fut à peu près le cas entre 1976 et 1982 ; à ce rythme la valeur de la monnaie est divisée par deux au bout de cinq ans ($1{,}15^5 \approx 2{,}01$).

Observons ce qui se passe pour quelqu'un qui vient d'acheter son appartement avec un prêt sur vingt-cinq ans. Il doit rembourser 1 000 € chaque mois, ce qui correspond à un loyer élevé. Dans cinq ans, il remboursera toujours 1 000 € mais la somme lui paraîtra deux fois plus petite ; dans dix ans, son « loyer » lui paraîtra quatre fois plus petit, dans quinze ans, huit fois (soit 125 €) et dans vingt-cinq ans… trente-deux fois. Son loyer lui apparaîtra alors dérisoire.

On voit l'intérêt qu'il y a à faire des emprunts en période inflationniste, mais comme on ne prête qu'aux riches… seuls ceux qui ont déjà un peu d'argent pourront le faire !

Si l'inflation est élevée, les plus démunis voient le peu qu'ils possèdent se dévaluer sans cesse ; les riches investissent et achètent des biens qui rapportent : les écarts de richesses augmenteront.

La lutte contre l'inflation est essentielle pour les plus défavorisés, et ce fait n'est ni politique ni économique, il relève simplement du bon sens.

Une anecdote

Il me revient à ce propos une anecdote qui se passe en 1985 dans une classe de 1re B (ES jusqu'à la rentrée 2018) d'un lycée de Normandie.

En cours d'économie, le professeur avait expliqué le phénomène d'inflation : lorsque les prix et les salaires montent en même temps, les États sont tentés de faire face à leur charges en « faisant fonctionner la planche à billets ». La masse monétaire augmente alors que les richesses du

2. La formule d'Euler dit que la limite lorsque p tend vers l'infini de la suite $\left(1+\frac{t}{p}\right)^p$ est e^t. Pour utilisation pédagogique et des indications sur la démonstration, lire *100 énigmes mathématiques de tous les jours* (Vuibert-De Boeck).

3. Prix moyen en novembre 2018 redescendu en dessous de 1,40 € au début décembre et remonté à 1,45 € en mars 2019.

4. Bien sûr, il ne faut pas se contenter du seul prix d'un article pour évaluer un taux d'inflation, mais le choix du prix d'un quotidien n'est pas le pire car il fait appel à des matières premières, des machines et à des types de main d'œuvre très variés (fabrication, journalistes, etc.).

pays restent stables et l'argent perd de sa valeur par rapport aux pays voisins et, sauf à s'isoler en fermant strictement les frontières, il faut alors procéder à une dévaluation de la monnaie. À l'époque, ces dévaluations fréquentes entre les pays d'Europe mettaient en difficulté la plupart des entreprises, surtout celle qui commerçaient avec les pays voisins car la valeur des marchandises variait entre la commande et la livraison. C'est afin de pallier ces difficultés que l'euro a été créé.

Interrogé par les élèves sur ces questions, je les ai invités à chercher, dans leur famille, un journal assez ancien afin d'y trouver quelques prix de l'époque. Le miracle s'est produit avec une grand mère qui avait conservé un *Ouest-France* de 1958, les grands mères conservent souvent les journaux de leurs dates souvenir. Le miracle était que, dans les pages locales, il contenait les prix d'un marché fermier de la région. Affiché à la Une, le prix de ce journal de 1958 était de 25 F ce qui, avec la réévaluation du franc deux ans plus tard, était devenu 0,25 F au 1er janvier 1960. Or le journal *Ouest France* de 1985 coûtait environ dix fois plus ; j'ai proposé aux élèves de se renseigner sur les prix de chacun des articles affichés afin de voir s'ils avaient également suivi la même évolution. Ce fut le cas pour la plupart d'entre eux, il y avait quelques variantes, mais en moyenne, à l'exception d'un article que nous avons écarté [5], si on choisissait un panier de légumes en 1958, ce même panier, dans la même saison, l'automne, coûtait environ dix fois plus en 1985 !

Visiblement, le franc de 1985 valait dix fois moins que celui de 1960 qui venait alors d'être revalorisé ; à ce rythme-là, si sa valeur avait été divisée par dix en vingt-cinq ans, elle serait divisée par cent en cinquante ans, soit en 2010, et le franc retrouverait son niveau d'avant 1960 que l'on appelait encore « ancien franc ».

Quel pouvait bien être le taux d'inflation annuel qui avait conduit à ce résultat ?

Augmenter un prix de t % revient à le multiplier par $1+\frac{t}{100}$, une inflation annuelle de t % va nous conduire à étudier la suite de terme général $\left(1+\frac{t}{100}\right)^n$.

Entre 1958 et 1985, il s'est écoulé vingt-sept ans, il nous faut trouver le nombre t tel que $\left(1+\frac{t}{100}\right)^{27}=10$.

Nous étions en classe de 1re, nous avons procédé par tâtonnement :

on trouve : $1{,}09^{27}\approx 10{,}24$ et $1{,}089^{27}\approx 9{,}994$. Le taux moyen d'inflation annuel était d'environ 8,9 %.

En Terminale, après avoir étudié la fonction $\ln$, on peut résoudre l'équation : $\left(1+\frac{t}{100}\right)^{27}=10$.

On trouve la valeur exacte de $t=100\left(10^{\frac{1}{27}}-1\right)$ et donc $t\approx 8{,}902$.

Nous retrouvons le résultat obtenu par approximation : avec le panier que nous avions choisi, le taux moyen annuel d'inflation est d'environ 8,9 %.

Ce résultat est assez proche des données de l'INSEE mais il faut bien avoir conscience que le choix d'un panier pour étudier la variation d'un pouvoir d'achat est personnel et donc subjectif. Les méthodes utilisées par les instituts sont d'ailleurs très différentes : l'INSEE utilise un panel fixe de produits, la CGT préfère ce qu'elle appelle le « panier de la ménagère » variable selon les saisons.

L'intérêt de ce travail en classe est qu'il permet aux élèves de s'approprier le concept de variabilité de la monnaie, et bien sûr une approche interdisciplinaire. Lorsqu'une telle expérience est engagée, il faut en informer les collègues, ceux de sciences économiques et d'histoire-géographie

5. Il s'agissait du prix du kg de poulet qui n'était multiplié que par 3 ! Je me suis alors souvenu que les premiers élevages intensifs avaient commencé au début des années 1960. Le poulet de 1985 n'avait plus grand chose à voir avec celui de 1958 qui était encore un produit de luxe.

en particulier qui pourront, à leur guise, entrer en résonance avec leur cours ou l'actualité. La crise sociale au Vénézuéla, par exemple, est liée à une inflation galopante.

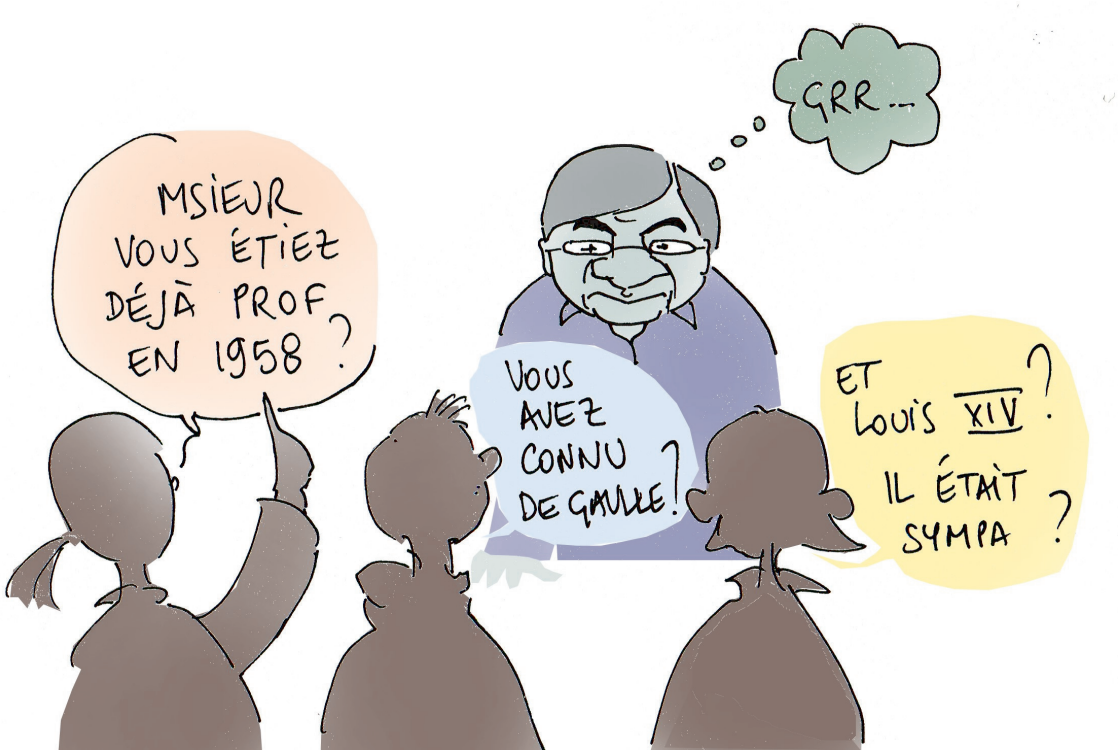
La pratique des mathématiques contribue à la formation des citoyens en permettant de lutter contre les idées reçues comme par exemple, le fait que les prix aient beaucoup augmenté depuis l'arrivée de l'euro. Il y a certes eu, selon l'INSEE, un « effet d'arrondi » lors de la création de cette nouvelle monnaie mais, même avec une inflation basse depuis 2002 et un taux moyen de 1,7 %, dix-sept ans plus tard au 1er janvier 2019, l'euro aura subi une érosion d'environ 1,33 ($1{,}017^{17} \approx 1{,}33$ pour le taux annuel ou $e^{1{,}017\times 17} \approx 1{,}335$ pour le taux instantané). Les prix en franc de 2002 que l'on a encore en mémoire devraient donc être majorés d'un tiers avant d'effectuer toute comparaison.

Pour la rengaine sur le prix de l'essence, laissons le mot de la fin à Raymond Devos dont le sketch de 1994 n'a pas pris une ride !

Michel Soufflet est un ancien président de l'APMEP et animateur IREM.

michel.soufflet@unicaen.fr

© APMEP *Juin 2019*



Sommaire du n° 532

Les maths à portée de main

Éditorial 1

Opinions 3

Manifeste pour un enseignement des mathématiques dans le socle commun de la voie générale au lycée — APMEP-SMF 3

Que disent les recherches sur les manuels « *Méthode de Singapour* » ? — Éric Mounier et Nadine Grapin 6

La manipulation dans l'enseignement des mathématiques — Nicolas Pinel 14

Avec les élèves 20

Le pavé dans la boîte en 6e — Anne Dusson et Nathalie Lecouturier 20

Des caches multitâches — François Drouin 25

Des *Math & Manips* autour des grandeurs — Marie-France Guissard, Valérie Henry, Pauline Lambrecht, Patricia Van Geet, Sylvie Vansimpsen 29

Les fractions en potions ! — Nicolas Pelay 39

Ouvertures 43

Triangulation et impression 3D — Aurélien Alvarez 43

Visite d'un fablab — Olivier Longuet 52

Des origamis en cours de math — Anne-Marie Aebischer 55

Femmes et mathématiques, où en est-on ? — Claudie Asselain-Missenard, Anne Estrade, Valérie Larose 63

À la découverte des flexagones — Loïc Terrier 67

Au calcul bien pesé — Karim Zayana 75

Récréations 78

Le prix de l'essence flambe-t-il ? — Michel Soufflet 78

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 82

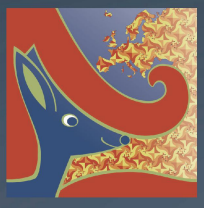
Devine la date de mon anniversaire — Dominique Souder 84

Au fil du temps 86

Vers la trigonométrie — Henry Plane 86

Matériaux pour une documentation 90

Anniversaires — Dominique Cambrésy 94



APMEP

www.apmep.fr