

Le bulletin de l'APMEP - N° 527

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Janvier, Février, Mars 2018

**La multiplication**



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : [secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr) - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



**Au fil des maths**, c'est aussi une revue numérique augmentée :  
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directeur de publication** : Alice ERNOULT.

**Responsable coordinateur de l'équipe** : Lise MALRIEU.

**Rédacteurs** : Marie-Astrid BÉZARD, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Pierre MONMARCHÉ, Vincent PANTALONI, Henry PLANE, Daniel VAGOST.

« **Fils rouges** » numériques : Paul ATLAN, Laure ÉTÉVEZ, Jean-Pierre GERBAL, Adrien GUINEMER, Simon LE GAL, Julien MARCEAU, Harmia SOIHILI.

**Illustrateurs** : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe TeXnique** : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET.

**Relations avec le Bureau national** : Catherine CHABRIER.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier REBOUX

Dépôt légal : Mars 2018

Impression : Imprimerie Horizon P.A. de la plaine de Jouques 200 avenue de Coulin  
13420 GEMENOS

ISBN : en cours



# Exprimer la multiplication au cycle 2

Dans cet article, Serge Petit s'intéresse aux enjeux de l'apprentissage de la multiplication en cycle 2, notamment en regard des registres des représentations sémiotiques. Il présente également des pistes pour aborder cette notion en classe. Sur ce sujet, l'équipe de rédaction vous conseille également la lecture de l'article de Jean Toromanoff p. 6.

Serge Petit

Ces quelques pages ne constituent pas un article scientifique sur la multiplication. Elles n'ont qu'un seul objectif : passer en revue quelques représentations possibles de la multiplication en cycle 2.

Le premier registre sémiotique permettant de l'exprimer étant celui de la langue naturelle, l'article commence par quelques précisions lexicographiques, par d'autres types de représentations et analyse sommairement les liens entre ces représentations.

Afin de permettre au lecteur de se forger une représentation de la manière d'aborder ces notions en classe, on trouvera, au fil de l'article, quelques propositions et réflexions.

## Un sens donné par les mots

Étudier un concept, c'est le désigner : par des mots, par d'autres signes. La langue naturelle est le premier registre de signes utilisé pour exprimer un concept. Il précède l'utilisation de signes plus « mathématiques ». Aussi convient-il, dans un premier temps, de s'interroger sur le sens du mot *multiplication*.

Étudier un mot, c'est tout d'abord regarder le mot dans le contexte dans lequel il apparaît afin d'essayer de déterminer le sens qu'il prend dans ce contexte, puis chercher des mots qui lui ressemblent, qui ont en commun certains éléments de mots. Cette deuxième activité relève de la morphologie lexicale et peut être pratiquée très tôt à l'école.

- *Des mots « qui commencent comme... »*  
Le sens de mots comme *multicoque*, *multicolore*, *multiforme* permet aisément de déduire le sens de l'élément de mot *multi-*, qui signifie « plusieurs » ou « nombreux ».

- *Des mots « qui se terminent comme... »*  
Le mot *multiplication* peut rapidement amener des mots qui se terminent par *-ation*. Cet élément qui se situe en fin de mot, est formé du suffixe *-ion* et de l'augment *-at-*, il est très fréquent et indique une action ou le résultat d'une action (*équation*, *égalisation*, *agitation*, *qualification*, *unification*, etc.). Cette action est définie par les éléments qui le précèdent dans l'écriture du mot. Dans la liste d'exemples ci-dessus, on perçoit aisément un verbe sous-jacent dans les quatre premiers noms, le radical : *égaliser*, *agiter*, *qualifier*, *unifier*.

### En classe

On peut, dans un premier temps demander aux élèves de chercher des mots qui ressemblent au mot *multiplication*. On pourra préciser « qui commencent comme » ou « qui se terminent comme ».

Trouver des mots « qui commencent comme » est facile car cela correspond à une recherche directe dans le dictionnaire. Les mots sont voisins. Ainsi, des mots comme *multicoque*, *multicolore*, *multiforme*, etc., qui peuvent facilement apparaître permettent aux élèves de découvrir le sens de l'élément de mot *multi-*. On peut leur demander de surligner *ce qui est pareil* dans ces trois mots et de remplir le tableau suivant. Puis de surligner ce qui est pareil dans les définitions de la deuxième colonne.

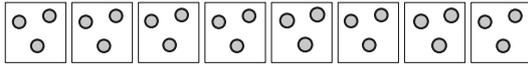
multi coque	Bateau à plusieurs coques
multi colore	Plusieurs couleurs
multi forme	Plusieurs formes



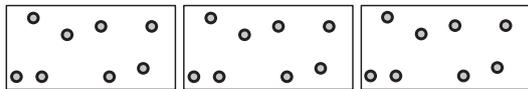


## Un sens représenté de manière analogique

Les expressions « huit fois trois » et « trois fois huit » se représentent par des tas : huit tas de trois pour la première, trois tas de huit pour la seconde.



Représentation des pains (huit fois trois).

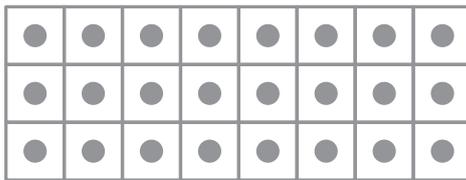


Représentation des saucisses (trois fois huit).

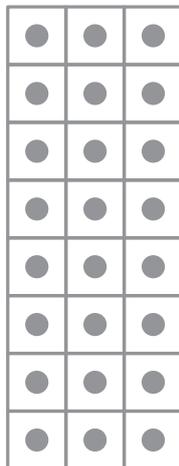
Cette représentation, si elle met bien en évidence la répétition et le mot « fois », ne permet pas de répondre à la question de la commutativité. Bien sûr, il serait possible d'établir les correspondances sagittales entre ces deux représentations pour atteindre le résultat attendu, mais ce serait fastidieux et peu lisible.

Il est possible d'organiser autrement les représentations. Les tableaux constituent d'autres outils pour organiser les données afin de mieux les visualiser.

Pour ce faire, il suffit d'aligner les points de chacun des tas « verticalement » et « horizontalement ». Ce qui donne les deux représentations suivantes :



Représentation des huit fois trois.



Représentation des trois fois huit.

L'observation, par changement de point de vue de l'observateur (tourner l'axe de vue d'un quart de tour), montre que ces deux représentations contiennent le même nombre de points.

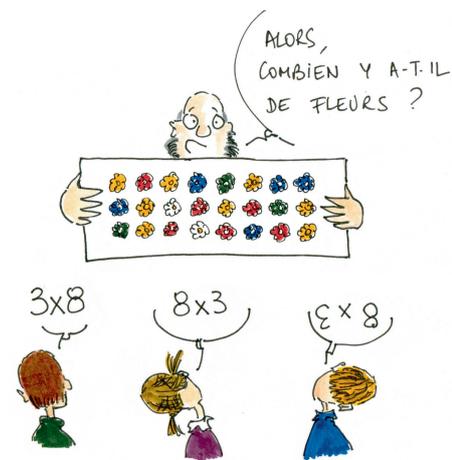
On peut en effet dire que la première représentation vue « Sud-Nord » est constituée de huit colonnes de trois objets et, après un quart de tour de la deuxième, que cette dernière est également constituée de huit colonnes de trois objets.

On établit ainsi par les représentations (et/ou par une reformulation en langue française) que les deux représentations représentent le même nombre de points et qu'en conclusion on a l'égalité : huit fois trois égale trois fois huit.

Les expressions sont longues à écrire. L'introduction du signe  $\times$  peut se faire à ce moment-là afin de disposer d'une traduction de l'expression en langue naturelle huit fois trois dans le registre des écritures symboliques mathématiques.

On a alors les égalités suivantes :  
 $8 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$  (égalité définitoire)  
 $3 \times 8 = 8 + 8 + 8$  (égalité définitoire)  
et l'égalité  $8 \times 3 = 3 \times 8$ , qui traduit une propriété essentielle de la multiplication : la commutativité.

Cette propriété que ne montre pas l'organisation en « tas », mais que montre bien l'organisation en tableaux, est un des points d'appuis essentiels pour les calculs multiplicatifs.



## Petit retour terminologique

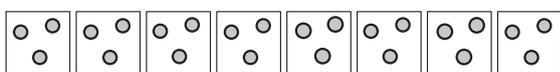
Les résultats des deux opérations  $a \times b$  et  $b \times a$  sont les mêmes quels que soient les entiers  $a$  et  $b$ . Pour désigner ce résultat, il n'est donc pas nécessaire de distinguer un ordre (un agent, un patient ; un nombre acteur et un



nombre qui subit, ou un multiplicateur et un multipli-cande). Un seul terme permet de désigner ce résultat commun : le *produit* (de pro- « idée d'aller vers l'avant » et de -duit qui vient de du(ct) qui donne l'idée de « mener, faire aller »<sup>2</sup>). Ainsi, ce terme est très général et aurait très bien pu être appliqué de la même manière au résultat d'une addition.

Certains auteurs utilisent des expressions comme « *a* multiplié par *b* ». Cette expression, tout comme d'ailleurs « *a* fois *b* » indique l'idée agent/patient. Il s'agit alors de ne pas se tromper.

En effet, s'il y a congruence<sup>3</sup> entre la représentation



et l'expression *huit fois trois*, congruence qui s'établit aussi avec l'action commise (aller huit fois acheter trois pains), il n'y a pas congruence avec l'expression *trois multiplié par huit*, ce qui peut se dire aussi *huit multiplié trois*, expression qui traduit les huit tas de trois pains.

Cette erreur est produite dans la *Méthode de Singapour*, CE2<sup>4</sup>, voir ci-dessous :

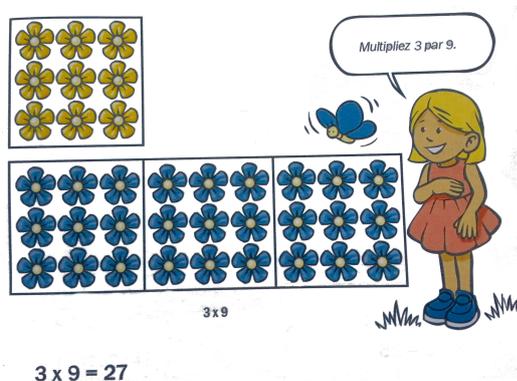


Figure 1. Il y a bien  $3 \times 9$  fleurs bleues, ce qui ne peut pas s'exprimer par « multiplier 3 par 9 » mais si l'on veut utiliser une formulation de ce type, par « multiplier 9 par 3 ».

Nous considérons donc qu'il est raisonnable de se limiter au début des apprentissages à l'expression « fois ».

Le produit de deux entiers peut ainsi se représenter par des tableaux rectangulaires dans lesquels chaque case représente une unité. Les décompositions additives que

l'on peut réaliser sur les dimensions des tableaux permettent de simplifier les calculs et de mettre en œuvre de manière pragmatique la distributivité de l'addition sur la multiplication, permettant ainsi une nouvelle simplification des calculs.

### Discussion à propos du mot multiplication

Ce terme est utilisé en dehors de l'application de  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  vers  $\mathbb{N}$ , il s'agit alors d'un prolongement de la multiplication. Il ne s'agit plus de la même opération. Le sens véhiculé par « fois » permet encore de représenter deux tiers comme étant un tiers plus un tiers, donc deux fois un tiers, prolongement naturel, mais peut-on dire que *un sixième* est égal à *un tiers fois un demi*? Quel est le sens que l'on peut donner à un tiers de fois? Aucun. Le mot « multiplier », qui repose sur cette notion de « fois » ne convient pas non plus, au sens strict. En revanche, le mot *produit*, qui donne le résultat d'un processus qu'il convient de définir (par extension de la notion) peut encore convenir puisqu'il a un sens très large.

Une difficulté didactique surgit rapidement dès que l'on étend le concept de *produit* de deux nombres aux fractions notamment : si le produit de deux nombres entiers, mis à part lorsque le facteur 0 apparaît, augmente le nombre, ce n'est plus le cas si l'on élargit le domaine de définition. Le sens de multiplier « croissez, multipliez-vous » est alors mis en défaut.

### Conclusion

Un travail sur les concepts en mathématiques n'est pas dissociable d'un travail sur les modes de représentations des concepts, que ce soit dans le registre de la langue naturelle, dans un registre figural ou dans le registre des écritures symboliques mathématiques.

L'analyse des mots utilisés peut favoriser à la fois la construction des concepts mathématiques et la construction, chez les élèves, de connaissances lexicales. Ces activités interdisciplinaires apportent leur concours symétriquement aux deux disciplines.

Serge Petit est formateur honoraire en mathématiques à l'IUFM d'Alsace et à l'Université de Strasbourg.

© APMEP Mars 2018

2. Brio, Le Robert.

3. Congruence : de con- (avec, ensemble) et -gr- (marcher, aller), indique que deux expressions « vont bien ensemble », dans le sens où, par exemple, leurs éléments constitutifs se correspondent bien un à un et que leur ordre dans l'écriture est respecté. Voir : Robert Duval. *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang, 1995.

4. Méthode de Singapour, CE2, reproduction p. 41 du numéro Hors-Série de l'hebdomadaire *Le Point*, octobre 2017.





# Sommaire du n° 527

## La multiplication

<b>Éditorial</b>	<b>1</b>	Zayana	<b>45</b>
Réflexions sur l'enseignement des mathématiques — Commissions premier degré et collège de l'APMEP		✦ Agrandissement, réduction... , rotation — Christian Mercat	49
✦ Les débuts de la multiplication à l'école — Jean Toromanoff	3	✦ Questions autour de la multiplication des flottants — François Boucher	56
✦ Exprimer la multiplication au cycle 2 — Serge Petit	6	✦ Jouons le jeu : le salon Culture et Jeux Mathématiques — Marie-José Pestel	69
✦ La multiplication en CE1 — Christine Choquet	12	Petites récréations — Mireille Genin	73
✦ Des bâtons pour multiplier — Séverine Chassagne-Lambert & Valérie Larose	17	✦ Arrêtons le carrelage — Olivier Longuet	74
✦ Prof ou magicien ? — Dominique Souder	22	✦ L'arithmétique en jouant : le Spirograph — Jean Fromentin	76
✦ Dessous de table : la face cachée des tables de multiplication en partie dévoilée ! — Anne-France Acciari & Mathias Zessin	25	✦ Ils sont fous ces Romains ! — Harmia Soilihi	81
✦ La multiplication : découvertes en DNL — Anne Reyssat	29	✦ L'APMEP joue et gagne ! — Nicole Toussaint & Jean Fromentin	83
✦ Aperçu sur quelques techniques multiplicatives — Anne Boyé	33	Au fil du temps — Dominique Cambrésy	89
Pas de probas, pas de chocolat ! — Karim	39	Multiplication et histoire — Henry Plane	91
		Matériaux pour une documentation	93
		Le <b>JEUX</b> nouveau est arrivé ! — Bruno Alaplantive & Frédérique Fournier	95



Culture**MATH**



**APMEP**

[www.apmep.fr](http://www.apmep.fr)