

Le bulletin de l'APMEP - N° 528

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Avril, Mai, Juin 2018

**Mathématiques et langages**



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : [secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr) - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



**Au fil des maths**, c'est aussi une revue numérique augmentée :  
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Valérie LAROSE [vali.larose@gmail.com](mailto:vali.larose@gmail.com)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directeur de publication** : Alice ERNOULT.

**Responsable coordinateur de l'équipe** : Lise MALRIEU.

**Rédacteurs** : Marie-Astrid BÉZARD, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Pierre MONMARCHÉ, Vincent PANTALONI, Henry PLANE, Daniel VAGOST.

« **Fils rouges** » numériques : Paul ATLAN, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Adrien GUINEMER, Simon LE GAL, Julien MARCEAU, Harmia SOIHILI.

**Illustrateurs** : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe TeXnique** : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET.

**Relations avec le Bureau national** : Catherine CHABRIER.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier REBOUX

Dépôt légal : Juin 2018

Impression : Imprimerie Horizon P.A. de la plaine de Jouques 200 avenue de Coulin

13420 GEMENOS

ISSN : 2608-9297



# 3 est-il inférieur ou égal à 4 ?

*En cours de mathématiques, lorsqu'on demande à des élèves, quel que soit leur niveau d'enseignement, ce qu'ils pensent de l'affirmation  $3 \leq 4$ , beaucoup répondent que c'est faux. . . C'est à partir de ce constat troublant que Georges Mounier nous interpelle.*

Georges Mounier

Pour commencer, voici deux situations que vous avez sûrement déjà vécues :

## En classe

### Exemple 1 avec des élèves en classe de Seconde

Énoncé : L'affirmation  $3 \leq 4$  est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.

Réponses d'élèves :

E1 : Elle est vraie et fausse à la fois : vraie car 3 est inférieur à 4, fausse car 3 n'est pas égal à 4.

E2 : Non car 3 ne peut pas être égal à 4.

E3 : Faux parce que 3 est plus petit que 4 mais n'est jamais égal.

### Exemple 2 avec des étudiants préparant le concours de professeur des écoles

Énoncé : À la question « remplacer les pointillés dans l'écriture  $3 \dots 4$  par un symbole de comparaison », un élève A répond  $3 \leq 4$ . Un élève B, corrigeant la production de A, indique Faux, ce que A conteste. Qu'en pensez-vous ?

Réponses d'étudiants :

E1 : L'élève A a confondu les signes  $<$  et  $\leq$ . B a bien vu que  $3 \neq 4$  et c'est pour ça que l'élève A a faux. Il aurait dû écrire  $3 < 4$ .

E2 : Inexact mais pas faux.

E3 : L'élève a raison de dire que c'est faux car pour être juste il faudrait  $3 < 4$  ET  $3 = 4$

L'enseignant qui est confronté à ces réponses est d'abord surpris. Pour lui, si un nombre vérifie la propriété P alors il vérifie la propriété P OU Q. Puis il est démuni devant ces élèves qui n'ont « pas de logique » . . . Mais au fait, quelle logique ? La logique du cours de mathématiques ne fait pas toujours bon ménage avec celle de la langue française.

Les élèves qui rejettent la proposition  $3 \leq 4$  la rejettent parce qu'on ne la rencontre pas dans la « vraie vie » ! Si on sait que P, on ne va pas dire que P ou Q : ça ne se fait pas. Ici, on ne peut pas faire comme si on ne savait

pas que 3 est strictement plus petit que 4. Il ne suffit pas de dire une vérité comme «  $3 < 4$  ou  $3 = 4$  », il faut dire toute la vérité. Sinon on commet un mensonge par omission. Dans une conversation quotidienne, vous ne pouvez pas omettre un élément crucial d'information. Si par exemple vous avez rencontré un ami d'enfance et que vous parlez de cette rencontre à un ami commun, vous ne pouvez pas omettre le fait que votre ami perdu de vue a gagné le gros lot du loto. C'est le principe du maximum d'information énoncé par Marc Legrand [1].

Revenons à notre inégalité  $3 \leq 4$  lue 3 inférieur OU égal à 4.

Les tables de vérité ne sont plus au programme depuis la fin de l'enseignement des « maths modernes ». On peut douter qu'elles aient permis à une génération de lycéens de mieux appréhender ces difficultés. Elles sont un outil technique de démonstration mais elles n'aident pas à comprendre.

La table de vérité pour P ou Q permet de constater que P ou Q est vraie dès que l'une au moins des deux assertions est vraie, ce qui correspond bien au sens commun.

P	Q	P ou Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Mais ce ne sont pas les propriétés logiques du **ou** qui peuvent convaincre les élèves récalcitrants. Il faut justifier, auprès de ces élèves, cette perte volontaire d'information qui nous amène à écrire  $3 \leq 4$  alors qu'on sait très bien que  $3 < 4$ .

Et la justification tient au fonctionnement des mathématiques. Si on sait que l'ensemble des solutions de l'inéquation  $x \leq 4$  est formé des nombres qui ne dépassent





## 3 est-il inférieur ou égal à 4 ?

pas 4, dont 3 fait partie, si on veut que lorsque l'on remplace dans une inéquation l'inconnue par une solution, on obtienne une phrase vraie, alors il nous faut accepter que  $3 \leq 4$  soit vraie. On retrouve un autre exemple de ce fonctionnement lorsqu'on remplace  $a \in A$  par  $a \in A \cup B$ . C'est le cas lorsqu'on dit :  $ABCD$  est un rectangle (parce qu'il a quatre angles droits) donc c'est un parallélogramme et il a donc les diagonales qui ont même milieu (propriété des parallélogrammes).

Comment faire concrètement avec nos élèves lorsque les premiers exercices en appellent à évoquer la logique mathématique ? On peut proposer l'activité du manuel PHARE 4<sup>e</sup> (édition 2007, p. 14), (voir extraits ci-dessous) qui permet d'introduire les symboles d'inégalités strictes ou large puis évoquer les différents « ou » :

- le « ou (exclusif) » du restaurant dans « fromage ou dessert » ;
- le « ou (inclusif) » du mathématicien « s'il pleut ou s'il neige, je ne sors pas » ;

- le « ou conditionnel » dans « fais tes exercices ou tu seras sanctionné » que l'on devrait plutôt remplacer par sinon ;

et enfin revenir sur l'inégalité  $3 \leq 4$ .

En conclusion, une blague célèbre dans le milieu « logicien » : Monsieur X, logicien, vient d'être papa. Son voisin le félicite et lui demande « est-ce une fille ou un garçon ? ». Ce à quoi notre logicien répond OUI, laissant le voisin perplexe !

## Références

- [1] Commission inter-IREM. *Enseigner les Maths autrement en Deug A première année. Principes et réalisations*. Publication Inter-IREM-Université. Paris : IREM de Lille, 1990.
- [2] Éduscol. *Ressources pour la classe de Seconde. Notations et raisonnement mathématiques*. Juillet 2009.



Georges Mounier est enseignant de mathématiques retraité.

© APMEP Juin 2018

Voici un extrait du règlement d'un examen universitaire. Les notes sont sur 20.

Article 1	Les candidats ayant une note inférieure ou égale à 7 sont <b>recalés</b> .
Article 2	Les candidats n'ayant pas la moyenne mais ayant plus de 7 doivent passer un <b>oral</b> de rattrapage.
Article 3	Les candidats ayant une note supérieure ou égale à 10 sont <b>reçus</b> et obtiennent une mention (voir les articles 4 à 7).
Article 4	Les candidats ayant une note comprise entre 10 et 12 obtiennent la mention <b>passable</b> .
Article 5	Les candidats ayant 12 ou une note comprise entre 12 et 14 obtiennent la mention <b>assez bien</b> .
Article 6	Les candidats ayant 14 ou une note comprise entre 14 et 16 obtiennent la mention <b>bien</b> .
Article 7	Les candidats ayant 16 ou plus obtiennent la mention <b>très bien</b> .

22 On désigne<sup>e</sup> par  $x$  la note obtenue par un candidat.

L'article 5 du règlement peut se traduire ainsi :

« Si  $x = 12$  ou  $12 < x < 14$ , alors le candidat est reçu avec mention **assez bien**. »

Traduire chacun des six autres articles du règlement en s'inspirant du modèle ci-dessus.

**Nouvelle notation** : Pour exprimer qu'une note est **inférieure ou égale** à une valeur, on utilisera le nouveau symbole  $\leq$ .

**EXEMPLE** :

L'expression «  $x < 7$  ou  $x = 7$  » s'écrit plus simplement «  $x \leq 7$  ».

23 On désigne par  $x$  la note obtenue par un candidat.

L'article 5 du règlement peut se traduire ainsi :

« Si  $12 \leq x < 14$ , alors le candidat est reçu avec mention **assez bien**. »

Traduire chacun des six autres articles du règlement en s'inspirant du modèle ci-dessus.

J'ai dû imaginer un autre symbole pour traduire les articles 3 et 7.





# Sommaire du n° 528

## Mathématiques et langages

### Éditorial

### Opinions

De la Mathémédiatique — Cédric Villani

Fake news  $\cap$  mathleaks — Marcel Mongeau & Stéphane Puechmorel

La méthode de Singapour? Vraiment? — Rémi Brissiaud

### Avec les élèves

✦ Résolution de problèmes et apprentissage de la langue à l'école élémentaire — Annie Camenisch & Serge Petit 20

✦ Dictée en cours de mathématiques? — Groupe Léo de l'IREM de Paris 25

✦ Conter et compter — Nicolas Villemain 29

L'histogramme sous une autre facette — Charlotte Derouet 33

✦ Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers? — Caroline Poisard, Martine Kervran, Élodie Surget & Estelle Moumin 38

### Ouvertures

Questions d'intervalles — Jean-Christophe Deledicq 46

1 ✦ Vrai ou faux? Parlons-en! — Emmanuelle Forgeoux & Christophe Hache 49

3 Quadrature — François Sauvageot 55

3 ✦ 3 est-il inférieur ou égal à 4? — Georges Mounier 63

7 ✦ Comprendre le langage mathématique — Sueli Cunha 65

La SMF : une société à découvrir — Pierre Pansu 69

### Récréations 71

De surprenantes arithmétiques (I) — André-Jean Glière 71

Un problème de Papy Michel — Michel Soufflet 79

✦ Maths et poésie — Nicole Toussaint 81

✦ Comment j'ai dessiné certaines de mes planches — Olivier Longuet 85

Le jeu du manchon — Anne-Frédérique Fullhard 89

### Au fil du temps 91

Anniversaires — Dominique Cambrésy 91

Matériaux pour une documentation 93



CultureMATH



# APMEP

www.apmep.fr