Le bulletin de l'APMEP - N° 527

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université. . .

Édition Janvier, Février, Mars 2018

La multiplication

APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

AU FIL DES MATHS

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : *Alice ERNOULT*.

Responsable coordinateur de l'équipe : *Lise MALRIEU*.

Rédacteurs : *Marie-Astrid BÉZARD, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Pierre MONMARCHÉ, Vincent PANTALONI, Henry PLANE, Daniel VAGOST*.

« Fils rouges » numériques : *Paul ATLAN, Laure ÉTÉVEZ, Jean-Pierre GERBAL, Adrien GUINEMER, Simon LE GAL, Julien MARCEAU, Harmia SOIHILI*.

Illustrateurs : *Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET*.

Équipe TEXnique : *François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET*.

Relations avec le Bureau national : *Catherine CHABRIER*.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier REBOUX
Dépôt légal : Mars 2018
Impression : Imprimerie Horizon P.A. de la plaine de Jouques 200 avenue de Coulin
13420 GEMENOS
ISBN : en cours

APMEP

Les débuts de la multiplication à l'école

Dans cet article où il est question de l'introduction de la multiplication dans la scolarité, Jean Toromanoff observe plusieurs pratiques et décrit des méthodes qui ont été pratiquées ou qui le sont encore. Il questionne leurs objectifs dans la construction du sens pour les élèves et la mémorisation à long terme.
Sur ce sujet, l'équipe de rédaction vous conseille également la lecture de l'article de Serge Petit p. 12.

Jean Toromanoff

Dans le cursus scolaire, la multiplication n'apparaît explicitement qu'au CE1, mais elle est, en fait, présente dès la maternelle : on en verra deux exemples. Bien entendu, les élèves n'en sont pas conscients ; elle n'est pas institutionnalisée !

Il y a plusieurs façons d'introduire la multiplication à l'école (dans ce qui suit, on n'en mentionnera que trois : les plus courantes), mais on le fait toujours en introduisant un « nouveau symbole », et ce, dès le début. Arrêtons-nous donc d'abord sur cette question plus générale : quelle est la place du symbole dans l'enseignement d'une opération (quelle qu'elle soit), indépendamment de tel ou tel choix pédagogique ?

Distinctions à faire quand on parle d'une opération

Les quatre aspects

Quand on parle d'opération, il y a toujours quatre points différents à bien distinguer.

1. Le **symbole** (on dit souvent aussi le « signe ») de l'opération.
   Ce point semble assez clair : c'est le $+$ pour l'addition, $-$ pour la soustraction, $\times$ pour la multiplication...
   En fait, c'est un peu plus compliqué que cela : les élèves croient que ces symboles, comme tous les symboles mathématiques, ne sont qu'une simple abréviation d'un mot « du français » : $+$ pour « plus », $-$ pour « moins », et $\times$ pour « fois » ; alors que ce n'est pas du tout ça. Quand on écrit 3×4, par exemple, c'est *déjà* 12, et non plus 3 à gauche, *fois* au milieu et 4 à droite ! Mais on ne va pas s'arrêter sur cette question ici [1].
2. Le **sens** de l'opération, comme disent les professeurs des écoles. C'est-à-dire : à quoi sert cette opération ? Quand l'utilise-t-on ? Pour résoudre quels problèmes ? Autrement dit, le sens de l'opération, c'est le lien entre le monde « réel » et l'opération, qui est, elle, une notion abstraite, mathématique, « savante » (voir la suite). On pourrait parler aussi de *modélisation* : quels sont les problèmes que cette opération permet de modéliser (et, finalement, de résoudre assez facilement) ?
3. La **technique** opératoire.
   On devrait dire : les techniques opératoires, car il y en a toujours plusieurs. Mais on croit souvent, en France, qu'il n'y en a qu'une : celle que l'on connaît ! Ces techniques ne portent que sur les nombres, et pas sur des objets réels, ni même des grandeurs [2]. Une technique opératoire, c'est : *comment fait-on*, en pratique, en partant de deux valeurs précises, pour « trouver le résultat » de l'opération ?
4. L'aspect **théorique**, « savant », c'est-à-dire « purement mathématique ».

1. Voir « Promenade dans les symboles de base des mathématiques », Jean Toromanoff, 2017, Éditions Universitaires Européennes.
2. D'où le slogan : « Il ne faut jamais mettre les unités dans les calculs ! ». Slogan qui est exact, quoique, à mon avis, sans grand intérêt, si on parle bien de technique opératoire, mais totalement faux quand on parle d'opérations avec des grandeurs... Hélas, la confusion entre opération et technique opératoire est telle que beaucoup croient que c'est à proscrire aussi « quand on écrit l'opération en ligne », alors que c'est au contraire conseillé. Par exemple, pour le calcul de l'aire d'un rectangle de 6 cm sur 5 cm, écrire juste : « aire $= 6 \times 5 = 30$ » est bien moins porteur de sens qu'écrire « aire $= 6\,\text{cm} \times 5\,\text{cm} = 30\,\text{cm}^2$ », sens d'ailleurs distinct du cas où on aurait six surfaces d'aire $5\,\text{cm}^2$, qu'on écrirait cette fois « $6 \times 5\,\text{cm}^2 = 30\,\text{cm}^2$ » ! Mais, dans cet article, on se bornera au cas des produits de nombres, et non de grandeurs.

Ceci comprend la (ou les) définition(s) qu'on peut en donner, et plus généralement les propriétés qu'elle vérifie (commutativité, associativité, existence ou non d'un élément neutre...), les relations qu'elle entretient avec d'autres concepts (et en particulier avec les autres opérations), etc.

Ordre classique de ces quatre aspects dans l'enseignement d'une opération à l'école

En général, quand on enseigne une opération, on commence par le *sens* (en tout cas une partie de ce sens). On donne des problèmes que cette opération permet de résoudre puis, très vite (trop vite, la plupart du temps), pour des raisons pratiques, on apporte le *symbole*, et enfin une *technique opératoire*. Technique qui finit (hélas) très souvent par être confondue avec l'opération elle-même, surtout si on impose « la » technique (experte... ou simplement habituelle !), à coup d'exercices nombreux et répétitifs. L'exemple type étant l'enseignement de la division euclidienne, qui se réduit trop souvent à l'enseignement de la technique classique, celle dite « de la potence ».

Quant à ce que j'ai appelé l'*aspect savant* (mathématique), surtout depuis l'abandon des « mathématiques modernes », il n'est le plus souvent plus vraiment abordé à l'école, ou très implicitement. Ceci finit par être très gênant, notamment pour la pratique du calcul mental et du calcul en ligne. Mais c'est une autre question...

La multiplication : un cas très particulier

Dans le cas de la multiplication, au contraire, on **commence toujours** en introduisant le symbole ×. Pourquoi ? Parce que c'est absolument nécessaire :

> la multiplication est par essence extrêmement abstraite, en lien avec une écriture formelle, encore plus que les autres concepts mathématiques abordés à l'école élémentaire.

Une illustration de cette affirmation : autant l'addition peut être « apprise » par plusieurs espèces d'animaux (plus exactement on peut proposer à ces animaux des problèmes de type additif qu'ils sauront résoudre), autant la multiplication semble être absolument hors de leur portée. Elle nécessite en effet un fort degré d'abstraction **et** une formalisation. La multiplication « n'existe pas » si elle n'est pas écrite, ou alors c'est qu'on en reste au simple stade d'**additions**... itérées (voir la partie Introduction par les additions itérées).

Si donc on ne se satisfait pas du simple fait que les élèves « sachent effectuer » des multiplications, sans rien y comprendre, mais au contraire si on veut qu'ils maîtrisent vraiment cette opération, il convient d'en soigner l'introduction, car il va falloir que les élèves en construisent le sens, leur sens, qui ne peut vraiment exister que dans leur tête.

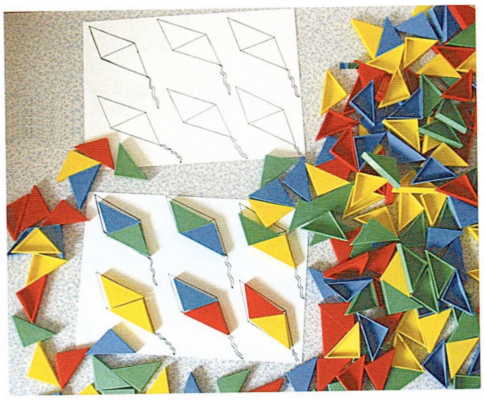
Voyons maintenant les trois principales façons d'introduire la multiplication.

« Introduction » par le produit cartésien

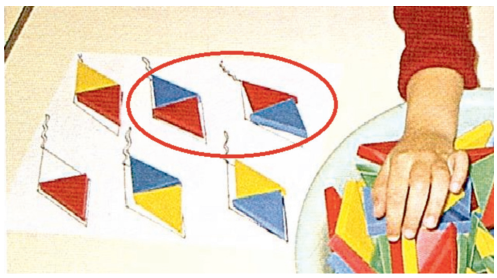
Dès la maternelle, des activités très intéressantes de dénombrement peuvent être proposées aux élèves. En voici deux exemples.

Les cerfs-volants

Voici une première activité, tirée du manuel « Découvrir les maths », GS, Hatier.



Il s'agit de trouver plusieurs « cerfs-volants » différents (par les couleurs), avec la difficile question : « Est-ce que *ces deux-là* (en haut au milieu de la photo) sont différents ? »



« Oui », diront certains élèves (et les mathématiciens avec eux).

« Non, diront d'autres, puisqu'ils sont de mêmes couleurs (bleu et rouge) » ...

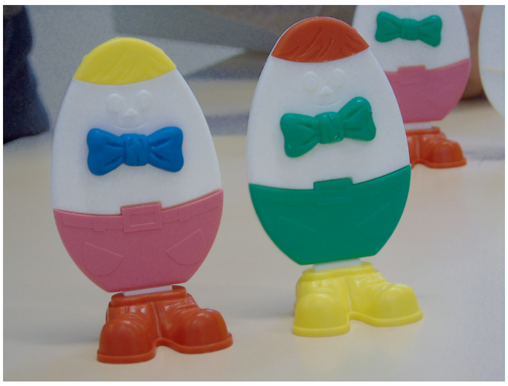
Puis on leur demande de trouver **tous** les cerfs-volants différents (au sens maintenant bien défini), quand on a trois couleurs au choix pour chaque triangle (« moitié » de cerf-volant). Résultat : neuf — et pas six seulement, car la « queue » du cerf-volant sert à bien montrer que le « bleu-rouge », par exemple, est différent du cerf-volant « rouge-bleu ». Variante : si on impose qu'ils soient bicolores, on en trouve six différents (et non trois, pour la même raison).

Les « Math'œufs »

Il s'agit de bonshommes en plastique blanc qu'on peut « habiller » avec des cheveux, des nœuds papillon, des pantalons et des chaussures, fabriqués par ASCO.

Ce matériel a été inventé à l'époque des « mathématiques modernes », quand on voulait introduire ainsi la multiplication — ce qui est heureusement passé de mode !

Actuellement, avec ce matériel, on fait surtout travailler la question du nombre cardinal, de l'équipotence. Mais parmi les nombreuses autres activités possibles, il y a cette question-problème : « Ces deux bonshommes-là sont-ils différents ? » (à peu près la même que celle posée avec les cerfs-volants, mais en plus compliqué, car il peut y avoir deux ou trois choses « pareilles »... et que les bonshommes soient malgré tout différents !)



Et aussi la recherche de **tous** les bonshommes différents (ici, il y a en a trente-six : voir le « portrait de famille »).

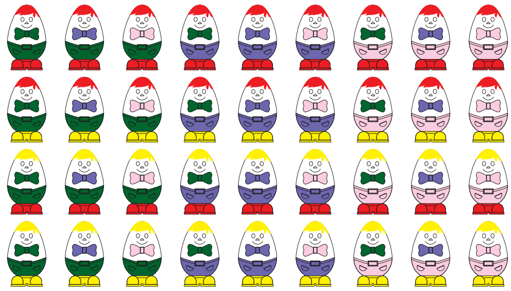


Figure 1. *Portrait de famille.*

On voit bien que la multiplication est sous-jacente à ces deux activités (pour les cerfs-volants : 3×3, ou 3×2 ; pour les Math'œufs : $2 \times 3 \times 3 \times 2$), sans qu'elle soit nommée, ni formalisée, bien sûr.

Mais, au fait, quel rapport avec le « produit cartésien » ? Pour répondre à cette question, rappelons la définition du produit cartésien de deux ensembles.

Exemples et définitions

Si $E = \{e, r, t\}$ et $F = \{1, 2, 3, 4\}$, alors le produit cartésien de E par F est :

$$E \times F = \{(e,1), (e,2), (e,3), (e,4), (r,1), (r,2),$$
$$(r,3), (r,4), (t,1), (t,2), (t,3), (t,4)\}.$$

De façon plus rigoureuse :

Définition 1

Soit A et B deux ensembles. On appelle **« produit cartésien » de A par B** l'ensemble de tous les couples (x, y), où x est élément de A, et y élément de B. On note le nouvel ensemble $A \times B$ qui se lit « A *croix* B ».

Dit ainsi, cela semble très abstrait, mais les élèves de l'école maternelle pouvaient le « comprendre sur des cas concrets », par exemple avec les trois formes « carré », « rond » et « triangle » et quatre couleurs possibles. Quand on cherche **toutes les combinaisons** possibles, on en trouve douze :

	bleu	vert	jaune	rouge
carré	■	■	■	■
rond	●	●	●	●
triangle	▲	▲	▲	▲

Ce qui correspond bien au produit cartésien des deux ensembles {carré, rond, triangle} et {bleu, vert, jaune, rouge}, à savoir :
{(carré, bleu), (carré, vert), (carré, jaune), (carré, rouge), (rond, bleu), (rond, vert), (rond, jaune), (rond, rouge), (triangle, bleu), (triangle, vert), (triangle, jaune), (triangle, rouge)} !

C'est ainsi que, à l'époque des mathématiques modernes, on pensait pouvoir introduire la multiplication. Un des problèmes étant que seuls les professeurs voyaient dans ces « tableaux à double entrée » un produit cartésien. Quant à y déceler la multiplication !

En effet, on « définissait » la multiplication ainsi :

Définition 2

Si n est le cardinal d'un ensemble A et p le cardinal de l'ensemble B, la multiplication de n par p est définie comme le cardinal de l'ensemble-produit $A \times B$.

Dans les deux exemples précédents, cela « donne » bien : $3 \times 4 = 12$! Ceci dit, d'un point de vue théorique, il fallait en plus montrer que cette définition est indépendante des ensembles choisis, utiliser les bijections, etc. Ce n'était vraiment pas simple.

Quel était le but de cette introduction de la multiplication ?

La raison principale résidait dans le fait qu'on pouvait ainsi « effectuer des multiplications » sans passer par l'addition (il suffisait de compter, comme pour l'addition, du reste). D'un point de vue théorique, c'est sans doute parfait, mais on voit bien que, dans la pratique, avec de jeunes enfants, c'est totalement déplacé, surtout si on veut le formaliser !

En revanche, et c'est ce que les « mathématiques modernes » auraient pu réussir, faire fréquenter le produit cartésien est très souhaitable, c'est cela qui était intéressant, mais il ne fallait pas chercher à l'expliciter de façon formelle, et encore moins *introduire* ainsi la multiplication...

Le véritable avantage de cette introduction était d'aborder la multiplication à partir d'une situation, bien sûr essentiellement multiplicative, mais qui n'est pas pour autant une situation de proportionnalité (cas sans doute trop complexe pour un début), alors que c'est très souvent dans des cas de proportionnalité qu'on introduit la multiplication, encore aujourd'hui.

Un type de problème multiplicatif à ne pas oublier de proposer aux élèves, même jeunes

Outre le fait que le produit cartésien a été employé dans les écoles pendant plusieurs années pour introduire la multiplication, et que cela peut être intéressant de le savoir, cette façon de considérer la multiplication a un véritable intérêt : faire rencontrer aux élèves un type de situation (donc quelque chose de relativement concret, sur quoi on peut proposer de vraies activités porteuses de sens) amenant à un type de problèmes multiplicatifs qu'aujourd'hui, en France, au contraire, on ne pense pas à aborder à l'école (ni même, souvent, au collège).

Or, il faut absolument que les élèves apprennent un jour que la multiplication permet de résoudre ce type de problèmes, finalement assez courants ! Souvent, ils ne les rencontrent *explicitement* qu'au lycée, essentiellement en calculs de probabilités (ce qui est à mon avis vraiment trop tardif). Au Québec par exemple, les choix ont été différents et les problèmes faisant appel au produit cartésien se rencontrent beaucoup plus tôt qu'en France.

Car non, il n'est pas du tout évident que ce qui sert à calculer la superficie d'une chambre, le nombre de personnes dans des voitures équitablement chargées, le nombre de places d'un amphithéâtre rectangulaire, voire le nombre de petits cubes dans un gros pavé ou encore le prix de 3 kg de viande (connaissant le prix au kilogramme) puisse servir *aussi* pour trouver le nombre de tous les menus (ou glaces à trois boules) possibles et imaginables !

Il faut proposer ce genre de problèmes. Ils ne sont pas « trop difficiles » à l'école, ni au collège *a fortiori* : c'est simplement un autre type de problème que ceux auxquels sont habitués les élèves. À l'école en France, cela restera bien sûr des problèmes de recherche et pas des problèmes d'application « à savoir résoudre directement ». Mais il faut les faire fréquenter aux élèves ; sinon, on limite la compréhension de la multiplication, qui n'est pas réduite aux deux ou trois types de problèmes classiques seulement.

Ceci dit, s'il faut que les élèves *rencontrent* des problèmes liés à de telles situations de produit cartésien avant la fin de l'école primaire puis les *reconnaissent* « directement » au collège, il est clair qu'il ne faut pas pour autant *introduire* ainsi la multiplication (au CE1) !

Introduction par dispositions rectangulaires

La définition

On commence d'abord « avec des dessins », bien entendu.

Définition 3

Si on place des objets sur chaque case d'un **quadrillage** de n lignes et p colonnes ou si on a n **rangées** contenant **chacune** p objets, le **nombre total** d'objets est $n \times p$.

Évidemment nous, les experts, pouvons voir le lien avec ce qui précède grâce au nombre de cases du tableau à double entrée. Mais ce n'est pas le cas pour les élèves !

Avantages et inconvénients de cette introduction

Il y a beaucoup d'avantages pour l'enseignant à introduire ainsi la multiplication : c'est très visuel, il y a des tas d'exemples concrets, on *voit* tout de suite que la multiplication est commutative, ça permet d'aller vite, etc. Mais ces avantages sont trop évidents, à mon avis, et cachent en fait de réelles difficultés à venir... pour les élèves !

Car, justement, cela donne l'impression à l'élève qu'il a compris, alors qu'il ne fait que « voir », que compter. Et là est le premier inconvénient de cette introduction : comme avec le produit cartésien, le produit est lié à un comptage, que les bons élèves, qui ont compris la numération, effectueront d'ailleurs plutôt par groupements de dix objets que par groupes de p objets, passant à côté de l'essentiel !

Un autre inconvénient est l'écueil du produit par zéro, qui ne peut pas avoir de sens : il faut bien au moins une ligne et une colonne ! Et c'est à mon avis l'une des raisons qui expliquent qu'on a encore tant d'élèves qui pensent que $0 \times t = t$! Car 0 ligne (ou 0 colonne) c'est quand-même **1** trait ; du coup, ils comptent les t *segments*... au lieu de « voir » qu'il n'y a « que »... 0 *case* !

Illustration : le « quadrillage » 0 sur 5, c'est :

—————,

ce qui donne 5 *traits* (alors, $0 \times 5 = 5$?) mais en réalité 0 ***cases*** (donc $0 \times 5 = 0$, ouf !... mais pas évident du tout).

En revanche, il est vrai que cela peut expliquer que $1 \times t = t$ (il n'y a qu'une seule rangée de t objets, donc t objets au total). Encore que, justement, peut-on encore vraiment parler de quadrillage dans ce cas ? Au niveau de l'image mentale, cela peut poser problème aussi : pour avoir un « vrai » quadrillage, un « vrai » tableau, il faut au moins deux lignes et deux colonnes, non ?

Une dernière remarque : ce qu'on définit ainsi risque d'être compris plutôt comme « a *sur* b » (comme on dit une chambre de « 5 m *sur* 8 m ») que comme le produit de a par b. Et d'ailleurs, il s'agit bien, à la fin, d'une nouvelle grandeur, la **grandeur-produit** des deux grandeurs de départ, qui n'est donc plus la même grandeur que celle(s) de départ (par exemple, si on a deux longueurs au départ, le produit est une aire). Alors que, dans le cas de l'addition, on gardait bien toujours une seule et même grandeur avant et après l'opération.

Mais le principal inconvénient est justement que ça va trop vite, que ça paraît simple, alors qu'il faut y passer du temps, parce que c'est plus compliqué qu'il n'y paraît et que, comme toujours en mathématiques, c'est parce qu'il y a plusieurs choses différentes qui peuvent se modéliser par *la* multiplication que celle-ci est si intéressante...

Introduction par additions itérées

La définition

Celle-ci est explicite, mais, avec les élèves, on prendrait des valeurs « précises », bien sûr.

Définition 4

$n \times p = p + p + \cdots + p$ (p étant écrit n *fois*).

Attention : ce n'est pas « $+$ » qui est écrit n fois : on ne fait pas n additions ! Ce qui entraîne d'ailleurs que cela n'a de sens, en toute rigueur, *que* si $n \geqslant 2$!

Comme dans les deux cas précédents, on commence par introduire un symbole, mais, cette fois, on n'introduit même pas une nouvelle opération ni même un sens, d'ailleurs ; juste une écriture, et même plutôt une abréviation ! Mais ce sera provisoire et, heureusement, on ne va pas non plus introduire la multiplication directement comme ça. On va d'abord proposer une ou deux activités de découverte, puis on donnera cette « abréviation », avant de faire découvrir, *par la suite*, qu'il s'agit de bien autre chose : une nouvelle opération !

Éléments d'une progression

Pour les élèves, pendant au moins trois semaines, le « $\times$ » n'est qu'une abréviation. Rappelons que la multiplication est une exception, puisque les symboles mathématiques ne sont absolument pas des abréviations, comme on l'a vu précédemment.

On leur parlera d'une « écriture multiplicative » qui permet d'écrire plus vite une somme dont les nombreux termes sont tous identiques, écriture bien plus pratique que l'écriture additive, mais qui représente, pour l'instant, exactement la même chose.

Il faudra à l'enseignant un peu d'imagination, ou de documentation, pour trouver des situations additives où, effectivement, et à peu près naturellement, on est amené à écrire plusieurs fois des choses du genre $7 + 7 + 7 + 7 + 7$ que, franchement, heureusement, on apprend à écrire 5×7 ! Le jeu de **Yam** est un très bon support, à condition d'en éliminer la partie « combinaisons » ; mais le problème consistant à chercher à construire, avec des cubes identiques, des tours de même hauteur, puis à demander combien on a utilisé de cubes pour faire ces tours, est un support adapté aussi[3] ; il y a également le « **jeu des enveloppes** »[4], etc.

Ce qu'il faut, c'est « dégoûter » les élèves des longues écritures additives, pénibles, au profit des écritures multiplicatives, tellement plus courtes ! Ce n'est qu'ensuite

3. C'est le choix de l'ouvrage « Cap Maths » CE1 (page 7).
4. Jacques Colomb & Roland Charnay, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CE1*. Hatier, Collection ERMEL, 2005.

qu'on fera voir qu'il semble que $4 \times 7 = 7 \times 4$, que $3 \times 8 = 8 \times 3$, etc., et cela transformera ce qui n'était jusqu'alors qu'un outil pratique, une simple écriture raccourcie, en une nouvelle opération, avec sa définition, ses propriétés, ses techniques opératoires, etc. Et qui permettra surtout – comme toute opération – de résoudre des problèmes (d'abord « connus », mais qu'on résout plus vite avec la multiplication, puis beaucoup de nouveaux, qu'on n'aurait pas su résoudre auparavant).

Inconvénients et avantages de cette introduction

Le premier inconvénient, c'est pour l'enseignant : il lui faudra beaucoup d'attention quand il parlera et écrira, car, avec cette introduction, la multiplication n'est, *a priori*, pas commutative ! D'ailleurs, trois voitures avec cinq personnes, ce n'est pas « pareil » que cinq voitures avec trois personnes : les situations sont différentes, seul le *nombre* de personnes est le même.

Il ne faudrait pas qu'il dise parfois « six fois cinq » pour « $5+5+5+5+5+5$ » ; et d'autres fois « quatre fois trois » pour « $4+4+4$ » ! Et pas non plus « 5 multiplié[5] par 3 » pour « $5+5+5$ », puis ensuite dire « 3 multiplié par 4 » pour « $4+4+4$ ».

Mais c'est justement parce que l'on va finalement s'apercevoir, après tant d'efforts (pour le professeur) et d'activités diverses (pour l'élève), que « ça revient au même » (là, ce sont les élèves qui le disent, pas le professeur !), que l'on écrive $n \times p$ ou $p \times n$, que l'on va voir que la multiplication est vraiment intéressante en elle-même. Elle va prendre du sens, devenir une opération à part entière, et plus seulement juste cette abréviation pratique pour écrire toute une série d'additions.

Ceci dit, $0 \times n$, et même $1 \times n$, n'auront toujours pas de sens avec cette introduction. En revanche, $n \times 0 = 0$ devient évident ($n \times 0 = 0 + 0 + \cdots + 0$), de même que $n \times 1 = n$. Ceci restera dans les mémoires sans trop de difficulté, et, la commutativité aidant (même si, bien sûr, elle ne peut plus être *prouvée* dans ces cas-là : on *décide* qu'il en est ainsi), l'autre sens ($0 \times n = 0$, $1 \times n = n$) ne posera pas trop de difficultés de mémorisation non plus.

La seule chose importante, c'est que ce soit cohérent, que l'ordre entre n et p ne change jamais jusqu'à la « preuve » de la commutativité (preuve qui se fait d'ailleurs grâce aux quadrillages).

Et la suite de la progression ?

De toute façon, quelle que soit l'introduction choisie pour la multiplication, la suite de la progression sera à peu près identique : il faudra étendre le sens de la multiplication à d'autres types de problèmes multiplicatifs (et déjà au moins aux deux autres situations qui n'ont pas été choisies pour l'introduction)... progressivement, bien entendu !

À la fin du CE2, les élèves pourront conserver en tête la (ou les) définition(s) qu'ils veulent, et pas forcément « celle de la maîtresse » : cela n'aura plus vraiment d'importance. Il en est d'ailleurs toujours ainsi : le fait même de comprendre efface de la mémoire les premiers pas, les « échafaudages ». Car, ce qui est utile, c'est bien de savoir résoudre de plus en plus de problèmes multiplicatifs (avoir « construit le sens de la multiplication »), pas de se rappeler en détail comment on y est arrivé.

Jean Toromanoff est enseignant à l'ÉSPÉ d'Orléans (jean.toromanoff@univ-orleans.fr).

5. La « guerre » que se livrent certains sur l'oralisation du signe « $\times$ » n'a pas lieu d'être. Personnellement, je préfère dire « n fois p » pour « $p + p + \cdots + p$ », car on a bien « n *fois* le nombre p », mais si on préfère dire « p *multiplié par* n », ça n'a aucune véritable importance.

Sommaire du nº 527

La multiplication

CRAP-Cahiers pédagogiques

CultureMATH

MATh.en.JEANS

APMEP

www.apmep.fr