Le bulletin de l'APMEP - N° 528

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université. . .

Édition Avril, Mai, Juin 2018

Mathématiques et langages

APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane Zehren

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

AU FIL DES MATHS

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : *Alice Ernoult*.

Responsable coordinateur de l'équipe : *Lise Malrieu*.

Rédacteurs : *Marie-Astrid Bézard, Richard Cabassut, Séverine Chassagne-Lambert, Mireille Génin, Cécile Kerboul, Valérie Larose, Lise Malrieu, Jean-Marie Martin, Pierre Monmarché, Vincent Pantaloni, Henry Plane, Daniel Vagost*.

« Fils rouges » numériques : *Paul Atlan, Laure Étévez, Marianne Fabre, Adrien Guinemer, Simon Le Gal, Julien Marceau, Harmia Soihili*.

Illustrateurs : *Pol Le Gall, Olivier Longuet, Jean-Sébastien Masset*.

Équipe TEXnique : *François Couturier, Isabelle Flavier, Anne Héam, François Pétiard, Olivier Reboux, Guillaume Seguin, Sébastien Soucaze, Michel Suquet*.

Relations avec le Bureau national : *Catherine Chabrier*.
Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

APMEP

Mise en page : Olivier Reboux
Dépôt légal : Juin 2018
Impression : Imprimerie Horizon P.A. de la plaine de Jouques 200 avenue de Coulin
13420 GEMENOS
ISSN : 2608-9297

Étudier des numérations orales

Cet article propose une approche plurilingue d'éveil aux langues pour enseigner et apprendre la numération. À partir d'un cadre de recherche universitaire, vous trouverez des applications et pistes concrètes pour développer ce genre d'activités très formatives en classe. Pourquoi pas en profitant des différentes langues maternelles de vos élèves ?

Caroline Poisard, Martine Kervran, Élodie Surget & Estelle Moumin

Un document institutionnel récent des « ressources transversales » en mathématiques est consacré aux « mathématiques et maîtrise de la langue » pour les cycles 3 et 4 [1]. Ce document s'intéresse, entre autres, à l'écrit, à l'oral, à la langue naturelle, au langage formel, aux schémas et aux représentations en mathématiques. Nous pensons qu'un point important n'est pas discuté dans ce document : les mathématiques et le rapport aux langues et cultures du monde. En effet, les langues reflètent la manière de voir le monde et les mathématiques proposent une modélisation du monde. Cette modélisation dépend donc de la manière de se représenter le monde pour une langue ou une culture donnée. Du côté des instructions officielles en langues, les programmes scolaires de 2016 des cycles 2 et 3 proposent le domaine « langues vivantes (étrangères et régionales) » ce qui marque une ouverture par rapport à la dénomination précédente : « langue vivante ». Les programmes du cycle 1 (2015) intègrent un domaine « éveil à la diversité linguistique » avec un court paragraphe descriptif sur le sujet (p. 33). Nous souhaitons aller plus loin en proposant une approche plurilingue d'éveil aux langues qui se poursuive tout au long de la scolarité. De manière générale, il nous semble que l'école gagnerait à mieux prendre en compte la diversité linguistique et culturelle des élèves, ce qui nous semble possible en classe de mathématiques. Pour cet article, nous analysons des numérations orales dans quatre langues[1] : français, anglais, breton et maori, dans l'objectif de mieux comprendre les particularités de la langue française et aussi la modélisation mathématique des nombres en base dix.

Contexte de la recherche : didactique et plurilinguisme

Notre travail s'inspire de plusieurs champs de recherche. Tout d'abord, ce sont les travaux menés en Nouvelle-Zélande [2] sur l'enseignement des mathématiques en langue maorie en contexte bilingue (anglais/maori) qui nous ont engagés à travailler dans ce domaine. La réflexion a porté en particulier sur la création d'un lexique mathématique afin d'enseigner les mathématiques dans le secondaire en langue maorie. Ensuite, les travaux d'Adler en didactique des mathématiques nous permettent de penser la langue comme une ressource. Une ressource en classe est considérée comme un moyen de ressourcer l'enseignement/apprentissage, c'est son usage qui est important, et non simplement le fait qu'elle soit présente ou absente. Différentes catégories de ressources sont envisagées par Adler [3] : matérielles, humaines, sociales et culturelles. Les langues et langages sont des ressources culturelles et leur usage en classe de mathématiques permet de ressourcer l'enseignement des mathématiques.

1. Remerciements à Tony Trinick pour la relecture pour la langue maorie et à Erwan Le Pipec pour celle en langue bretonne.

Les travaux de Gajo [4] sur le plurilinguisme vont également en ce sens, en pointant l'importance des aspects culturels dans la conceptualisation en sciences :

> « La science s'est développée dans différentes cultures et différentes langues, les savoirs ayant en outre subi diverses migrations. L'école monolingue fait écran à cette réalité, en présentant de manière relativement lisse des savoirs structurés souvent dans un grand nombre de ruptures, y compris linguistiques ». [...] « L'attention prêtée à l'authentification de la langue, à la densité des savoirs disciplinaires sous-tend le processus de conceptualisation [...] [et] plus généralement, [celui] de clarification ».

Notre travail de recherche a consisté dans un premier temps à étudier les spécificités de la langue bretonne aujourd'hui pour enseigner les mathématiques dans des écoles bilingues (voir [5] et [6]). Nous nous intéressons maintenant de manière plus large à réfléchir à des ressources plurilingues pour enseigner et apprendre les mathématiques. En effet, nous considérons que l'étude de plusieurs langues est propice aux apprentissages, les particularités linguistiques d'autres langues que le français permettent de mieux comprendre la diversité linguistique mais également la langue française, langue de scolarisation en France. C'est plus particulièrement des situations d'*éveil aux langues* (incluses dans le champ de la didactique du plurilinguisme) que nous proposons ici. Nous nous référons à la définition de Kervran ([7] p. 90) pour *l'éveil aux langues* :

> « Cette approche (l'éveil aux langues) encore peu répandue à l'école, faute de reconnaissance institutionnelle, porte un regard neuf sur la place des langues à l'école, en prenant comme objet pédagogique une pluralité de langues, qu'il s'agisse des langues enseignées, des langues en présence au sein de la classe, des langues de l'environnement familial et social des élèves ou des langues du monde, pour en observer le fonctionnement de manière comparative. Les situations didactiques proposées consistent en des analyses comparées de phénomènes langagiers dans des langues diverses, de toute provenance et de tout statut social et scolaire. Il s'agit d'une démarche inclusive de conceptualisation des faits linguistiques, dans laquelle les langues sont considérées comme formant un ensemble composite mais cohérent. »

C'est en particulier la technique du *détour par d'autres langues* qui nous semble importante pour un travail conjoint en mathématiques et en langues. Pour des situations d'éveil aux langues, De Pietro [8] souligne que :

> « Le "détour par d'autres langues" qui est constitutif de ces démarches, aide en outre les élèves à construire le langage comme objet d'étude, de réflexion, d'observation ; on sait en effet à quel point les élèves peuvent rencontrer des difficultés à concevoir les faits langagiers pour eux-mêmes, sans aller directement au sens qu'ils véhiculent de manière apparemment transparente. »

De Pietro poursuit en précisant que la *technique du détour* permet aux élèves « tout à la fois de sortir de leur langue maternelle, de la relativiser à travers la comparaison, puis d'y revenir ». Pour nous, le détour par d'autres numérations orales que la numération orale en français permet de comprendre que les numérations orales n'ont pas toutes la même signification mathématique et que la numération décimale utilise les groupements par dix. Ensuite, en revenant à l'analyse de la numération orale en français, l'objectif est « d'entendre » que le français utilise la base vigésimale (groupements par vingt) pour certains nombres par exemple. Certains travaux en didactique des mathématiques analysent les numérations orales en prenant en compte les spécificités mathématiques et en proposant des catégorisations [9]. Nous portons un regard différent sur les numérations orales en pointant deux aspects : l'intérêt de situations d'éveil aux langues pour enseigner et apprendre la numération décimale, et la nécessité d'une étude mathématique par les élèves des numérations orales par l'écriture des décompositions additives et multiplicatives.

Analyse de numérations orales en quatre langues : français, anglais, breton et maori

En numération en base 10, pour pouvoir dire tous les nombres, il est nécessaire d'avoir un mot pour les chiffres de 0 à 9 et pour les groupements de puissances de 10 (10, 100, 1 000, etc.). La combinaison de tous ces mots-nombres permet alors de dire tous les nombres. Concernant l'écriture des nombres en lettres, nous utilisons ici les recommandations du Conseil de la langue française proposées au Journal officiel du 6 décembre 1990. Ainsi, l'usage du trait d'union, déjà utilisé pour les nombres plus petits que cent, est étendu aux nombres plus grands que cent. Par exemple : « elle a **vingt-quatre** ans, cet ouvrage date de l'année **quatre-vingt-neuf**, elle a **cent-deux** ans, cette maison a **deux-cents** ans, il lit les pages **cent-trente-deux** et **deux-cent-soixante-et-onze**, il possède **sept-cent-mille-trois-cent-vingt-et-un francs** ». ([10, p. 12], en gras dans le texte). Nous proposons ici l'analyse de numération orale en plusieurs langues pour comprendre la numération française et faire le lien entre numération orale et écriture chiffrée. Certaines langues possèdent une numération orale proche de la modélisation mathématique (comme les langues asiatiques et polynésiennes).

La numération orale en français en France aujourd'hui

Lorsqu'on s'intéresse à la numération orale en français en France, les premières irrégularités qui viennent à l'esprit concernent :

- 70 (*soixante-dix*, $70 = 60 + 10$),
- 80 (*quatre-vingts*, $80 = 4 \times 20$),
- 90 (*quatre-vingt-dix*, $90 = 4 \times 20 + 10$).

> Ce sont effectivement des irrégularités importantes de la langue française qui génèrent des incompréhensions pour l'apprentissage du nom des nombres et de celui de la numération chiffrée dès le CP. Côté enseignement, certains manuels prennent en compte ces particularités dans leur progression, mais les décompositions du type « $90 = 4 \times 20 + 10$ » pour expliquer le nom des nombres ne sont pas présentes.

L'étude des termes utilisés en Suisse et/ou Belgique (*septante* ($70 = 7 \times 10$), *huitante* ou *octante* ($80 = 8 \times 10$), *nonante* ($90 = 9 \times 10$)) est une première base pour comprendre les caractéristiques de la langue française.

Entre 10 et 14, les nombres se disent à l'oral en référence tout d'abord aux unités puis aux dizaines :

- *onze* (mutation de *un* et *dix*, $11 = 1 + 10$),
- *douze* (mutation de *deux* et *dix*, $12 = 2 + 10$),
- *treize* (mutation de *trois* et *dix*, $13 = 3 + 10$),
- *quatorze* (mutation de *quatre* et *dix*, $14 = 4 + 10$),
- *quinze* (mutation de *cinq* et *dix*, $15 = 5 + 10$),
- *seize* (mutation de *six* et *dix*, $16 = 6 + 10$).

Le français compose donc les nombres entre 11 et 16 comme $(a + 10)$ ($1 \leqslant a \leqslant 6$, a entier naturel). Pour les nombres de 11 à 19, on observe une certaine régularité à partir de 17 :

- 17 (*dix-sept*, $17 = 10 + 7$),
- 18 (*dix-huit*, $18 = 10 + 8$),
- 19 (*dix-neuf*, $19 = 10 + 9$).

Le français compose donc les nombres entre 17 et 19 comme $(10 + a)$ ($7 \leqslant a \leqslant 9$, a entier naturel). Ensuite le français possède de nouveaux mots pour 20, 30, 40, 50 et 60. Il serait possible d'utiliser les noms des chiffres et du groupement de dix pour dire tous ces nombres :

- *deux-dix* ($20 = 2 \times 10$),
- *trois-dix* ($30 = 3 \times 10$),
- *quatre-dix* ($40 = 4 \times 10$), etc.

Une fois nommées toutes les dizaines, on ajouterait ensuite le nombre d'unités à droite : 42 se dirait alors *quatre-dix-(et)-deux* et on retrouve la décomposition polynomiale de 42 : $42 = 4 \times 10 + 2$. Ceci est une traduction littérale de la manière de dire 42 dans les langues polynésiennes et asiatiques qui sont des langues régulières pour les numérations orales. En français, pour être encore plus précis et régulier, nous pourrions dire *un-dix-sept* ($17 = 1 \times 10 + 7$) qui montre bien la décomposition : une dizaine (un paquet de 10) et 7 unités. C'est d'ailleurs bien ce qu'on retrouve en anglais par exemple pour *one hundred* (1×100) ou *one thousand* ($1 \times 1\,000$). Pour la mention du nombre de paquets en français, il faut attendre le *deux-cents* ($200 = 2 \times 100$), *trois-cents* ($300 = 3 \times 100$), et puis *deux-mille* ($2\,000 = 2 \times 1\,000$).

> Il nous semble donc fondamental, très tôt dans l'apprentissage de la numération, de comparer la manière de dire les nombres plus petits que 100 à ceux supérieurs à 100. Cette comparaison permet de comprendre le lien entre la numération orale en français et la décomposition polynomiale des nombres.

En effet, pour *deux-cents* ($200 = 2 \times 100$), on « entend » les deux paquets de 100, alors que pour *vingt*, il faut passer par une numération orale régulière *deux-dix* ($20 = 2 \times 10$) pour « entendre » les deux paquets de 10.

La numération orale en anglais aujourd'hui

En anglais[2], pour les nombres de 11 à 19 : on a 11 (*eleven*) puis 12 (*twelve*) et à partir de 13 (*thirteen*), la composition du chiffre des unités et de la dizaine s'entend avec la mutation du *ten* en *teen*. En effet :

- *thirteen* ($13 = 3 + 10$),
- *fourteen* ($14 = 4 + 10$),
- *fifteen* ($15 = 5 + 10$),
- *sixteen* ($16 = 6 + 10$),

alors qu'il est nécessaire d'attendre le 17 (*dix-sept*, $17 = 10 + 7$) en français pour entendre le groupement de 10 qui le compose. L'anglais compose donc les nombres entre 13 et 19 comme $(a + 10)$ ($3 \leqslant a \leqslant 9$, a entier naturel). Pour le nom des dizaines, la mutation utilisée pour multiplier par dix est *ty* (mutation de *ten*). L'anglais se rapproche d'une numération régulière pour dire les nombres à partir de 20. On a :

- *twenty* ($20 = 2 \times 10$),
- *thirty* ($30 = 3 \times 10$),
- *forty* ($40 = 4 \times 10$),
- *fifty* ($50 = 5 \times 10$),
- *sixty* ($60 = 6 \times 10$),
- *seventy* ($70 = 7 \times 10$),
- *eighty* ($80 = 8 \times 10$)
- *ninety* ($90 = 9 \times 10$).

La combinaison des nombres est celle de la décomposition polynomiale, par exemple *forty-two* ($42 = 4 \times 10 + 2$). Pour être complètement régulier l'anglais pourrait dire *four-ten-(and)-two*.

2. L'objectif n'est pas ici de discuter des variations de la numération orale en anglais. Pour écrire en lettres les nombres en anglais, nous nous référons à :

Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ?

Comme nous l'avons vu précédemment, en anglais, dès 100 (one hundred, $100 = 1 \times 100$), l'apparition du nombre de centaines apparaît alors qu'il faut attendre le *deux-cents* en français ($200 = 2 \times 100$). De même pour le *mille* (et non *un-mille*) en français alors que l'anglais propose *one thousand* ($1\,000 = 1 \times 1\,000$).

La numération orale en breton aujourd'hui

Pour nos travaux antérieurs sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en contexte bilingue breton-français, nous avons étudié en détail les caractéristiques de la numération bretonne. Le breton est une langue celtique et possède la base vigésimale pour dire les nombres dès 40 avec la référence à *ugent* (20) :

- *daou-ugent* ($40 = 2 \times 20$),
- *tri-ugent* ($60 = 3 \times 20$),
- *dek ha tri-ugent* ($70 = 10 + 3 \times 20$),
- *pevar-ugent* ($80 = 4 \times 20$)
- *dek ha pevar-ugent* ($90 = 10 + 4 \times 20$).

Le chiffre des unités (ou le nombre ajouté pour composer un autre nombre) est accolé devant un autre, par exemple pour 42 : *daou ha daou-ugent* ($42 = 2 + 2 \times 20$). Pour le 50 c'est une référence au 100 : *hanter-kant* (50 = moitié (de) 100). Là encore, il est utile d'envisager la numération orale dans sa globalité et de ne pas se limiter aux nombres jusqu'à 50, car le nom du nombre 100 est nécessaire pour exprimer 50 dans l'usage social. Une autre particularité est le *triwec'h* ($18 = 3 \times 6$) comme trois paquets de six. Au niveau de la syntaxe de la numération orale bretonne, nous avons identifié des spécificités importantes par rapport au français, que nous ne développons pas ici (voir [5] et [6]). Le réseau Canopé de l'Académie de Rennes développe des ressources pour enseigner en langue bretonne avec la maison d'édition spécialisée TES (Ti-embann ar skolioù : la maison d'édition des écoles). Depuis quelques années, des affiches pour la classe concernant la spécificité de la numération bretonne sont éditées. En particulier, des affiches niveau GS-CP-CE1 (publiées en 2014) et des affiches CP-CE (publiées en 2016) sont disponibles en ligne [3]. L'affiche de la famille *ugent* (20) est intéressante et permet de donner du sens à la numération orale française également. Notre préférence va vers l'édition de 2014 qui modélise bien le 80 comme $80 = 4 \times 20$ (figure 1) et non comme $80 = 20 + 20 + 20 + 20$ comme dans l'édition de 2016. Il nous semble que dès les petites classes le lien avec la multiplication est à faire : dans *quatre-vingts*, on entend 4 paquets de 20 ($80 = 4 \times 20$) alors qu'en mathématiques, *quatre-vingts* c'est 8 paquets de 10 ($80 = 8 \times 10$). Ce sont deux manières de dire, de représenter le même nombre.

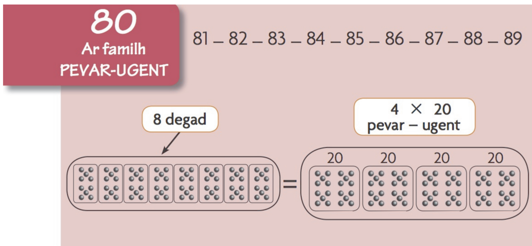

Figure 1. *Affiche sur la numération bretonne (éditions TES, 2014) - exemple de pevar-ugent (80).*

La numération orale en maori aujourd'hui

Le maori est une langue polynésienne et la numération orale en maori moderne est très proche de la modélisation mathématique des nombres en décomposition polynomiale en base dix. Pour décrire cette numération et son intérêt en classe de mathématiques, nous analysons des travaux d'élèves de CM1-CM2. L'énigme soumise à cette classe a été rédigée lors de rencontres entre les auteurs de cet article. Ellen, professeure des écoles depuis une dizaine d'années, a mis en place pendant l'année scolaire 2015-16 quatre séances de mathématiques en utilisant différentes langues : en roumain et en brésilien, langues parlées par certains enfants de la classe, ainsi qu'en allemand que les élèves étudiaient par ailleurs. En juin, une séance d'environ une heure a été consacrée à l'étude de l'énigme sur la numération maorie [4].

Énigme sur la numération maorie

La suite proposée en toutes lettres ci-dessous est en langue maorie. À quelle suite chiffrée cette suite correspond-elle ?

« Whitu ; tekau ma whitu ; rua tekau ma whitu ; whitu tekau ; kotahi rau ma whitau ; kotahi rau tekau ma whitu ; rua rau ma whitu »

a. 7 ; 17 ; 27 ; 70 ; 107 ; 117 ; 207
b. 7 ; 17 ; 27 ; 80 ; 107 ; 117 ; 207
c. 7 ; 17 ; 27 ; 70 ; 107 ; 157 ; 207

La séance a été observée et vingt-six travaux d'élèves ont été recueillis, nous en proposons ici une analyse.

Ellen débute cette séance par un jeu du « compte est bon » pour travailler sur la notion de décomposition polynomiale des nombres : « Avec 4, 3 et 20, faire 83 ; puis avec 10, 5 et 3, faire 35. ». L'objectif est de montrer que $83 = 4 \times 20 + 3$ ce qui correspond à la numération orale en français en France, et que $35 = 3 \times 10 + 5$ ce qui est la décomposition polynomiale en base 10.

3. Ressources en breton, TES
4. Écouter les nombres en maori : ou

Une élève propose la décomposition de 35 comme $35 = (10 - 3) \times 5 = 7 \times 5$, ce qui n'était prévu par le professeur mais a été analysé en groupe classe comme toutes les réponses des élèves. Ensuite, une vidéo sur la culture maorie est visionnée. Enfin, l'énigme est projetée au tableau avec un travail collectif d'analyse des mots qui se répètent (entourés d'une même couleur).

Ensuite une phase de travail individuel précède une phase de travail en groupe de trois ou quatre élèves. Enfin, une synthèse collective est faite. La réponse, attendue avec une justification, est l'item a. À partir des travaux d'élèves, nous identifions deux techniques (ou procédures) de justification de l'énigme.

* * *

Technique 1 : Traduction des nombres de l'énoncé en décomposition chiffrée	Technique 2 : Recherche du lexique de mots-nombres
whitu : 7 tekau ma whitu : $17 = 10 + 7$ rua tekau ma whitu : $27 = 2 \times 10 + 7$ whitu tekau : $70 = 7 \times 10$ kotahi *rau* ma whitu : $107 = 1 \times 100 + 7$ kotahi *rau* tekau ma whitu : $117 = 1 \times 100 + 17 = 100 + 10 + 7$ rua *rau* ma whitu : $207 = 2 \times 100 + 7$	whitu : 7 tekau : 10 rua : 2 kotahi : 1 (variation de *tahi* : 1) rau : 100 En outre, *ma* signifie et. Par élimination : de la réponse b (car 80 : *waru tekau*) et de la réponse c (157 est impossible car on retrouve le 17 de 117).

La technique 1 est la traduction des nombres de l'énoncé en décomposition chiffrée (qui correspond ici en langue maorie à la décomposition polynomiale). La technique 2 est la recherche du lexique de mots-nombres nécessaires pour écrire les sept nombres de l'énoncé (figures 3 et 4). Ces deux techniques ne sont parfois que partielles dans les travaux d'élèves, c'est-à-dire qu'il manque certains nombres ou mots-nombres. Certains élèves justifient seulement par l'élimination du 80 puis du 157.

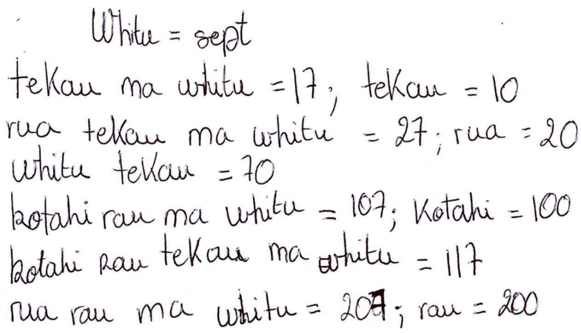
Whitu = sept
tekau ma whitu = 17 ; tekau = 10
rua tekau ma whitu = 27 ; rua = 20
whitu tekau = 70
kotahi rau ma whitu = 107 ; Kotahi = 100
kotahi rau tekau ma whitu = 117
rua rau ma whitu = 207 ; rau = 200

Figure 2. *Production de Suzanne (technique 1).*

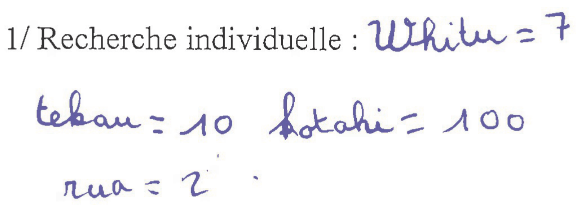
1/ Recherche individuelle : Whitu = 7
tekau = 10 kotahi = 100
rua = 2

Figure 3. *Production de Eddy (technique 2).*

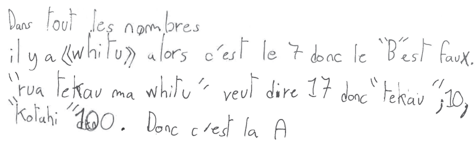
Dans tout les nombres il y a «whitu» alors c'est le 7 donc le "B" est faux. "rua tekau ma whitu" veut dire 17 donc "tekau" ;10, "Kotahi" 100. Donc c'est la A

Figure 4. *Production de Coline (élimination).*

Plurilinguisme et numérations orales : des savoirs mathématiques et langagiers

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié les numérations orales en français, anglais, breton et maori. L'étude comparative des différentes numérations orales permet d'une part de comprendre le fonctionnement de la numération orale en français et également la signification mathématique des nombres en numération décimale. Nous considérons ici une cinquième numération orale : une numération régulière, c'est-à-dire qui nomme chaque chiffre dans le nombre avec son rang, en lien avec la décomposition polynomiale. Les numérations asiatiques et polynésiennes sont des numérations orales régulières, c'est donc une traduction littérale en français de ce type de langue que nous proposons dans le tableau page suivante.

Prenons l'exemple d'un nombre à trois chiffres écrit en numération de position en base 10, c'est-à-dire $[cdu]_{dix}$ (avec u, c et d des nombres entiers naturels, $0 \leqslant u \leqslant 9$, $0 \leqslant d \leqslant 9$ et $0 \leqslant c \leqslant 9$), la décomposition polynomiale est : $[cdu]_{dix} = c \times 100 + d \times 10 + u$. Avec une numération orale régulière, le nombre $[cdu]_{dix}$ se dit : « $c - 100 - d - 10 - u$ » soit en français de manière régulière : « $c - cent - d - dix - u$ ».

Numération orale Écriture chiffrée	Numération régulière : décomposition polynomiale[5]	Français (France)	Anglais	Breton	Maori
18	Un-dix-huit $18 = 1 \times 10 + 8$	Dix-huit $18 = 10 + 8$	Eighteen $18 = 10 + 8$	Triwec'h $18 = 3 \times 6$	Tekau mā waru $18 = 10 + 8$
42	Quatre-dix-deux $42 = 4 \times 10 + 2$	Quarante-deux $42 = 4 \times 10 + 2$ (mutation du *dix*)	Forty-two $42 = 4 \times 10 + 2$ (mutations de *four* et de *ten*)	Daou ha daou-ugent $42 = 2 + 2 \times 20$	Whā tekau mā rua $42 = 4 \times 10 + 2$
50	Cinq-dix $50 = 5 \times 10$	Cinquante $50 = 5 \times 10$ (mutation du *dix*)	Fifty $50 = 5 \times 10$ (mutations du *ten*)	Hanter-kant 50 = moitié (de) 100	Rima tekau $50 = 5 \times 10$
70	Sept-dix $70 = 7 \times 10$	Soixante-dix $70 = 6 \times 10 + 10$	Seventy $70 = 7 \times 10$ (mutation du *ten*)	Dek ha tri-ugent $70 = 10 + 3 \times 20$	Whitu tekau $70 = 7 \times 10$
80	Huit-dix $80 = 8 \times 10$	Quatre-vingts $80 = 4 \times 20$	Eighty $80 = 8 \times 10$ (mutation du *ten*)	Pevar-ugent $80 = 4 \times 20$	Waru tekau $80 = 8 \times 10$
90	Neuf-dix $90 = 9 \times 10$	Quatre-vingt-dix $70 = 4 \times 20 + 10$	Ninety $90 = 9 \times 10$ (mutations du *ten*)	Dek ha pevar-ugent $90 = 10 + 4 \times 20$	Iwa tekau $90 = 9 \times 10$
100	Un-cent $100 = 1 \times 100$	Cent 100	One hundred $100 = 1 \times 100$	Kant 100	Kotahi rau $100 = 1 \times 100$ (mutations de *tahi*)

Exemples de significations du nom des nombres dans différentes langues.

Dans cette approche plurilingue, Ester qui est professeur des écoles et formatrice a proposé à une classe de CE2-CM1 (2016-17) de travailler sur deux énigmes de numération : une énigme en breton (figure 5) puis l'énigme en maori déjà présentée. Ester a également débuté sa séance par un « compte est bon » pour travailler sur la signification des chiffres dans un nombre.

Après un travail sur la signification de l'énoncé, un travail individuel est demandé aux 23 élèves de la classe. Pour l'énigme en numération en breton, c'est la réponse B qui est attendue. La plupart des élèves qui ont su justifier la réponse ont donné les décompositions des nombres en référence au breton (figures 6 et 7).

5. La numération régulière est une traduction littérale en français ici.

Exercice 1 : Numération et langue bretonne

La suite proposée en toutes lettres ci-dessous est en <u>breton</u>.

A quelle suite chiffrée cette suite correspond-elle ? Pourquoi ?

daou	tri	pevar	ugent	daou-ugent	tri-ugent	pevar-ugent

A	2	3	4	20	40	60	90
B	2	3	4	20	40	60	80
C	2	3	4	20	30	40	50

Figure 5. *Énigme sur la numération bretonne proposée à des élèves de CE2-CM1.*

C'est la suite B parce que Daou tri pevar sont forcément 2 3 4 et que ça fait 1x20 2X20 3x20 et 4 X 20

Figure 6. *Production de Sterenn (décomposition de tous les nombres).*

daou = 2
tri = 3
pevar = 4
ugent = 20
daou-ugent = 2 x 20 = 40
tri- ugent = 3 x 20 = 60
pevar - ugent = 2 X 40 = 80

Figure 7. *Production de Leïla.*

L'analyse de la signification des numérations orales permet de travailler sur la signification de la numération décimale avec les groupements de puissances de 10 et la signification des chiffres dans les nombres. L'étude de numérations orales en anglais, breton, maori, etc. permet de donner du sens à la numération en français. Un point important nous semble à souligner : afin d'avoir un travail mathématique, il nous semble nécessaire d'utiliser des décompositions des nombres additives et multiplicatives écrites avec une modélisation mathématique.

Par exemple, pour 18 en breton la signification mathématique est $18 = 3 \times 6$, pour 90 en français la signification mathématique est $90 = 4 \times 20 + 10$, etc. D'autres savoirs sont mobilisés dans ce type d'exercice, en lien avec la résolution de problèmes, le travail sur des aspects culturels et langagiers et sur des aspects de traduction écrite. En effet, la résolution de problèmes (en mathématiques et en langues) permet de travailler des aspects de communication, de verbalisation, d'argumentation, de justification des réponses, en travail individuel et en groupe.

Concernant plus spécifiquement les savoirs culturels et langagiers, l'enjeu est de percevoir l'aspect culturel des savoirs mathématiques : en français et dans d'autres langues et cultures. Les mathématiques de la vie courante ont une forte valeur culturelle : le nombre, l'espace et le temps sont perçus très différemment d'une culture à une autre.

Une approche plurilingue permet de se décentrer de la langue et de la culture de l'école en apportant une ouverture vers d'autres systèmes de représentations.

Le choix des langues proposées n'est bien sûr pas anodin. Dans le contexte observé ici, il est pertinent de mettre en parallèle le français comme langue nationale institutionnelle, l'anglais et le breton comme langues d'enseignement et une langue « exotique » (le Maori). À ces langues peuvent s'ajouter, en fonction des contextes et des occasions, des langues parlées par certains élèves de la classe dans leur environnement familial. Enfin, le travail proposé dans ces exemples permet le renforcement, voire la réhabilitation de deux types de tâches spécifiques à la didactique des langues souvent minorées à l'école primaire : la compréhension de l'écrit et la traduction. La nécessité de lire des énoncés dans une langue inconnue oblige les élèves à se concentrer sur les caractéristiques formelles (récurrence et ordre des mots à l'écrit) puisqu'ils ne peuvent se fonder, comme en français, sur la signification de mots déjà connus. La comparaison des énoncés est aussi l'occasion de réfléchir aux enjeux de la traduction : il s'agit de constater que le passage d'une langue à l'autre ne se fait pas « mot à mot ». On sait que cette

Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ?

capacité à ne pas calquer les règles lexicales et syntaxiques des langues apprises sur le modèle du français est une compétence essentielle, difficile à acquérir pour les élèves.

Conclusions et discussion

Concernant l'apprentissage des numérations orales, il nous semble que deux points sont à souligner. Tout d'abord, c'est l'analyse globale du nom des nombres, sans se limiter à de petits intervalles de nombres, qui permet « d'entendre » comment fonctionnent les numérations orales (au-delà de cent et mille) et de comprendre les règles de la numération décimale. En français, il faut « entendre » le *deux-cents* pour comprendre le *vingt* comme deux paquets de dix. Ensuite, le travail mathématique sur les langues consiste à écrire en chiffres les décompositions des nombres que l'on entend en analysant les chiffres et l'opération en jeu (addition ou multiplication). Pour *soixante-dix*, c'est bien « $70 = 60 + 10$ » que l'on entend alors qu'en mathématiques, on parle de 7 dizaines ou 7 paquets de 10 ($70 = 7 \times 10$). Il nous semble que ces deux points sont pertinents pour l'apprentissage de la numération dès la classe de CP. L'intérêt d'un travail plurilingue d'éveil aux langues permet de se décentrer de la langue et culture française, de s'intéresser aux langues parlées par les élèves de la classe, et de manière générale aux langues et cultures du monde. Dès l'école maternelle, les enfants et les parents peuvent partager la manière de dire les chiffres, les nombres, la manière de compter sur ses doigts dans différentes cultures. Cette invitation des cultures du monde dans l'école nous semble très favorable à créer des échanges de savoirs afin de comprendre et de partager les objectifs et finalités de l'école aujourd'hui.

Références

[1] Éduscol. *Mathématiques et maîtrise de la langue, cycles 3 et 4*. Paris : Ministère de l'Éducation nationale et Direction de l'Enseignement Scolaire, 2016.

[2] B. Barton, U. Fairhall et T. Trinick. « Tikanga Reo Tatai : Issues in the Development of a Maori Mathematics Register. » In : *For The Learning of Mathematics* Vol. 18. Nº 1 (1998). , p. 3-9.

[3] J. Adler. « La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques ». In : *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques*. Sous la dir. de G. Gueudet et L. Trouche. . Presses Universitaires de Rennes et INRP, 2010, p. 23-40.

[4] L. Gajo. « Enseignement d'une DNL en langue étrangère : de la clarification à la conceptualisation ». In : *Tréma* nº 28 (septembre 2007). , p. 37-48.

[5] C. Poisard et al. « Enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire dans un contexte bilingue breton-français. » In : *Spirale* nº 54 (2014). , p. 129-150.

[6] M. Kervran et al. « Langues minoritaires locales et conceptualisation à l'école : l'exemple de l'enseignement des mathématiques en breton. » In : *Langues minoritaires locales et éducation à la diversité des dispositifs didactiques à l'épreuve*. Sous la dir. de P. Blanchet et M. Kervran. coll. Espaces Discursifs. . L'Harmattan, octobre 2015, p. 65-82.

[7] M. Kervran. « Didactique convergente du langage et des langues à l'école primaire : le rôle de la mémoire didactique ». In : *Revue française de pédagogie* nº 175 (avril-juin 2011). , p. 89-98.

[8] J.-F. De Pietro. « La diversité au fondement des activités réflexives. » In : *Repères* nº 28 (2003). , p. 161-185.

[9] E. Mounier. « Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique. Application à la numération parlée en France. » In : *Annales de didactique et de sciences cognitives* Vol. 17 (2012). , p. 27-58.

[10] Conseil Supérieur de la langue française. *Les rectifications de l'orthographe*. nº 100. . Paris : Journal Officiel de la République française, 6 décembre 1990.

[11] C. Poisard, M. Ní Ríordáin et E. Le Pipec. « Mathematics education in bilingual contexts : Irish-English, Breton-French ». In : *Cerme 9 Congress of European Research in Mathematics Education*. T. Vol. 17. . Prague, République Tchèque, février 2015, p. 827-858.

[12] Éduscol. *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4)*. . Paris : Ministère de l'Éducation nationale et Direction de l'Enseignement Scolaire, 2015.

Caroline Poisard et Martine Kervran enseignent au sein de l'ÉSPÉ de Bretagne (Université Bretagne Ouest) et sont membres du laboratoire du CRÉAD (Centre de recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique).
Élodie Surget et Estelle Moumin sont enseignantes dans l'académie de Rennes.
caroline.poisard@espe-bretagne.fr

Sommaire du nº 528

Mathématiques et langages

APMEP

www.apmep.fr