Solution et Commentaires des Carrés Magiques de Maurice Carmagnole

(énoncé p. 446)

SOLUTION

• Cherchons d'abord une condition nécessaire pour la base inconnue *b*.

Méthode 1. Soit un nombre connu du second carré magique, par exemple 410. Il faut que $1 \times b + 4 \times b^2 = 390$ (cf. premier carré magique). Les solutions seraient -10 et $39/4$. Mais $b \in \mathbf{Z}$. Dès lors $b = -10$ est la seule base envisageable.

Méthode 2. La constante du premier carré magique est 2 000 (évocation de l'an 2 000… !).

En utilisant celle, indiquée, du second carré magique, deux mille s'écrit 18 000. D'où

$$b^4 + 8\,b^3 = 2\,000,$$

soit

$$b^3\,(b + 8) = 2 \times 10^3$$

ou

$$b^3\,(b + 8) = (-2) \times (-10)^3.$$

Un peu « d'arithmétique » conduit à la seule possibilité $b = -10$.

• La condition est-elle suffisante ?

Il u'y a qu'une possibilité : -10. Or, d'après l'énoncé, il y a (au moins) une solution : la condition nécessaire ne peut être que suffisante. La base est -10.

En admettant que les écritures proposées sont exactes – faisons confiance à l'auteur –, aucune « vérificatiou » n'est utile. Dommage (cf. Commentaires).

• Exploitation de cette base « négadécimale ».

Les nombres du premier carré à réécrire ont trois chiffres et 0 comme chiffre des dizaines : pour eux, notre base « négadécimale » se comportera, dans le second carré magique, comme la base décimale et les écritures du premier sont donc conservées.

COMMENTAIRES

Le carré magique « négadécimal » est à la fois un clin d'œil et une proposition.

Clin d'œil, fantaisie ludique, car il va de soi que ce système à base « moins dix » est inefficient. Un jeu de codage sans plus.

Proposition d'activité, tout de même, avec des élèves que le professeur juge prêts à réfléchir, avec sa collaboration.

Une fois posée la « base » du codage, on peut explorer les écueils :
- est-ce bijectif ?
- il semble qu'aucun signe ne soit nécessaire pour écrire les négatifs : à démontrer ; et alors à quoi reconnaît-on les négatifs ? etc…
- l'addition semble anarchique : ainsi

$$126 + 4 = 110$$

et si l'on veut vérifier la constante du second carré magique, on aura, par exemple :

$$592 + 591 = 983,$$
$$983 + 414 = 19\,397,$$

etc… (essayez de travailler directement dans le « négadécimal » !).

Est-ce ou n'est-ce-pas un système de numération ? Si la question intéresse, c'est aux élèves d'en discuter avec le professeur et d'en décider…