

Des Jeux et des Mathématiques

Nicole Toussaint & Jean Fromentin

L'atelier s'est déroulé en deux temps : la première séance fut consacrée à la présentation des jeux et des activités correspondantes, la deuxième à leur prise en main. Il n'est pas possible, dans un tel compte rendu, de s'étendre sur tous les jeux présentés dans cet atelier. Vous les trouverez d'ailleurs dans la brochure « Jeux 5 – Des activités mathématiques au collège » de l'APMEP. Nous nous contenterons de rappeler les principes et les objectifs des activités mathématiques réalisées à partir de jeux.

Activités ludiques et mathématiques, un même concept

Pour développer ce parallèle entre l'activité mathématique et l'activité ludique, nous avons présenté succinctement le jeu QUADS. Ici, pas de fiche d'activité mathématique ; seule l'activité ludique nous intéresse. Voici une liste d'autres jeux de réflexion très intéressants qu'on trouve actuellement dans le commerce et qui peuvent servir de base à un club « Jeux » : PUISSANCE 4, ABALONE, OTHELLO (ou REVERSI), GYMKHANA (ou BRIDG-IT), QUARTO, PYLOS (ou PYRAOS), QUIXO, QUORIDOR, AVALAM, AGORA, ...

Les règles de ces jeux sont, en général, très simples. Mais leur seule connaissance ne permet pas de connaître le jeu ; elle est nécessaire, mais pas suffisante. C'est en pratiquant le jeu qu'on découvre toutes ses subtilités. Et c'est là qu'intervient le « savoir-jouer » lié aux stratégies plus ou moins élaborées par le joueur, en fonction de son expérience, mais aussi, pourquoi le nier, de son « intelligence » du jeu.

Chaque partie est unique, chaque partie apporte de nouvelles situations, chaque adversaire est amené à développer de nouvelles stratégies qu'il faut alors analyser et traiter pour gagner, pour résoudre les « problèmes ».

Comme en mathématiques, il s'agit en effet de résoudre des problèmes en utilisant au mieux, avec son intelligence et avec son ingéniosité, les règles du jeu.

Chaque joueur essaiera de découvrir des coups, d'établir des « théorèmes » : *j'ai telle situation, alors je pourrai faire cela et je prendrai alors un avantage. Mais, pour obtenir une telle situation, il faut que je joue ainsi si mon adversaire joue de cette façon, ou cela s'il joue de telle autre façon...*

Un aspect intéressant du jeu est que chacun peut jouer « à son niveau », à condition que les joueurs soient de niveaux voisins. D'ailleurs, certains jeux (Quarto, Pylos ou Quads) proposent plusieurs niveaux de jeux, ce qui permet de proposer le jeu à différents âges.

Nous venons de considérer les jeux « à deux ». En ce qui concerne les « solitaires », c'est le casse-tête lui-même qui est l'adversaire du joueur. Pour certains casse-tête (type Rubik's cube, Spin-out), c'est le mécanisme lui-même qui induit les règles du jeu et, comme pour les jeux « à deux », le joueur doit analyser, traiter, développer des stratégies pour résoudre le problème, pour réussir le casse-tête.

L'activité ludique est vraiment très proche de l'activité mathématique, mais avec un support différent.

JEUX	<i>DÉMARCHES</i>	MATHÉMATIQUES
Règles – mécanismes	<i>Connaître règles, définitions, les accepter, les mémoriser, les respecter, les utiliser pour...</i>	Définitions – axiomes
Stratégies	<i>Découvrir des situations types, en étudier les conséquences</i>	Propriétés - Théorèmes
Savoir jouer	<i>S'entraîner, puis élaborer des stratégies, s'adapter, tenter, expérimenter</i>	Savoir faire
Gagner – réussir	<i>DÉMARCHES</i>	Résoudre – démontrer

On peut donc espérer que les compétences, les qualités développées dans l'activité ludique seront réinvesties au niveau des activités mathématiques.

Des jeux pour faire des mathématiques

La suite de l'atelier a été consacrée à la présentation d'activités géométriques (espace et plan), numériques et logiques. Nous ne pouvons pas tout décrire ici. Voici quelques exemples de chaque domaine.

Géométrie plane

En ce qui concerne la géométrie, nombreux sont ceux qui ont utilisé le TANGRAM et tous les puzzles géométriques comme le PUZZLE de SAM LOYD, l'ŒUF MAGIQUE, le CERCLE PROBLÉMATIQUE, le PYTHAGORE, le CŒUR BRISÉ, le BRISE-CROIX déjà présentés dans la brochure APMEP n° 63 « Activités mathématiques premier cycle - 1986 » et repris dans la brochure APMEP n° 119 « Jeux 5 » avec les fiches-élèves.

Un autre jeu de géométrie plane qu'on ne trouve plus dans le commerce est RÉFLEXION. Ce jeu peut être utilisé en l'état, sans fiche de travail, pour aborder la symétrie axiale en Sixième. Une fabrication de ce jeu (plateau de jeu, cartes) est proposée dans la brochure « Jeux 5 ».

Chaque joueur dispose de deux pièces retournables en forme de trapèze rectangle. Le retournement des pièces intervertit les couleurs (Fig. 1). Les deux pièces ne peuvent former que la moitié des motifs proposés sur les 31 cartes du jeu (Fig. 2), l'autre moitié étant obtenue avec le miroir (Fig. 3). Le jeu consiste donc à reconstituer les motifs avec les deux pièces et le miroir.

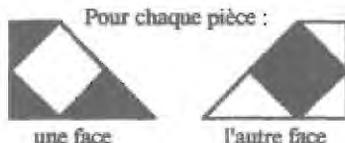


Figure1

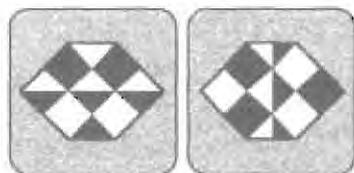


Figure2

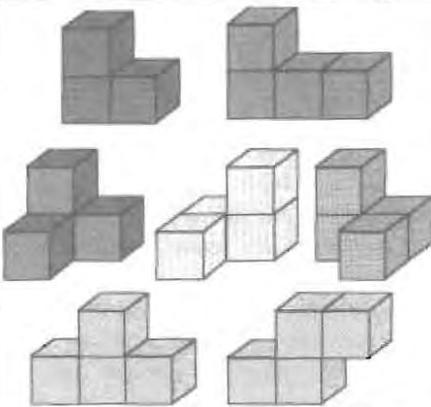
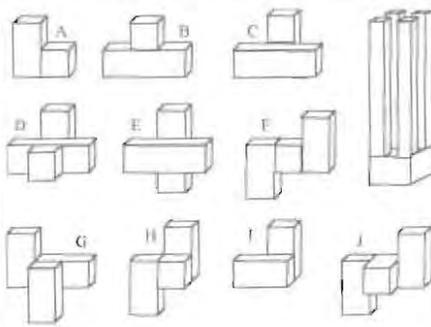


Figure3

Les deux cartes présentées ci-dessus montrent la subtilité du jeu : les deux motifs se ressemblent et leur réalisation demande de la part des élèves de l'observation et de l'attention.

Géométrie dans l'espace

Deux jeux de géométrie dans l'espace ont été présentés : le cube SOMA et la TOUR INFERNALE.

<p>LE CUBE SOMA</p> <p><i>Ce casse-tête est formé de tous les assemblages non parallélépipédiques de trois ou quatre cubes accolés par une face.</i></p> <p><i>Il consiste à réaliser un cube $3 \times 3 \times 3$ et bien d'autres formes (la brochure « Jeux 5 » contient deux planches de 20 formes chacune).</i></p>	
<p>LA TOUR INFERNALE</p> <p><i>Ce casse-tête consiste à empiler les dix pièces ci-contre entre les quatre montants verticaux de la tour (dessin ci-contre), sans laisser de vides et sans déborder.</i></p>	

Les fiches d'activités proposées avec ces deux jeux permettent d'aborder la géométrie dans l'espace en Sixième avec l'observation de solides composés de cubes, avec la détermination de volumes par dénombrement de cubes, avec la réalisation de parallélépipèdes, avec les représentations en perspective sous divers « points de vue ».

Jeux numériques

Les jeux numériques du commerce semblent reprendre vie : CAMPUS (qu'on ne trouve plus mais qui est décrit dans la brochure « Jeux 5 »), MATHABLE (SCRABLE des nombres, qu'on trouve maintenant sous le nom : MIXMA+H), TRIO, COGITUS, ... font utiliser essentiellement les quatre opérations et le plus souvent l'addition.

Une mention particulière à un jeu très récent que nous ne connaissons pas encore lors de l'atelier de Rouen : TRIOLET qui allie très judicieusement calcul et astuce.

TRIOLET

Mélangés, les jetons carrés sont placés sur la table en 7 rangées de 7, comme ci-contre par exemple.

Mélangés, les jetons ronds sont retournés et mis en tas.

Le premier joueur prend un des jetons ronds du tas et le retourne pour rendre visible le nombre qui y figure.

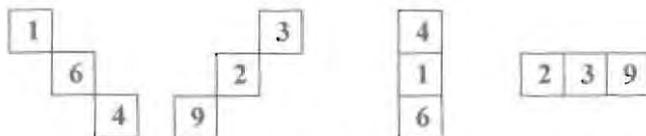
Chaque joueur essaie d'être le premier à réaliser le nombre retourné en utilisant 3 nombres voisins parmi les 49 disposés sur la table.

4	4	6	8	7	1	5
4	1	8	2	7	6	3
9	6	6	1	3	2	5
3	1	7	4	9	6	3
6	5	7	2	5	4	9
7	1	2	3	8	4	8
2	5	5	2	3	9	8

* Les trois nombres doivent être alignés horizontalement, verticalement ou en diagonale.

* Deux de ces trois nombres doivent être multipliés, le troisième doit être ajouté ou soustrait.

Par exemple, en utilisant la grille ci-dessus, voici des possibilités pour obtenir 25 :



$$6 \times 4 + 1 = 25 \quad 9 \times 3 - 2 = 25 \quad 4 \times 6 + 1 = 25 \quad 9 \times 3 - 2 = 25$$

Un autre jeu « numérique », le SPIROGRAH ; va-t-il retrouver une nouvelle jeunesse avec la réapparition de l'arithmétique dans le programme de Troisième ? Le jeu est constitué d'un certain nombre de roues dentées (variable suivant les modèles). Les trous dans les roues permettent de placer la pointe d'un crayon à bille et de tracer des courbes cycloïdales en faisant tourner une roue autour d'une autre roue. Il existe dans le jeu d'autres types de pièces : des anneaux et des barres dentés. Le jeu consiste donc à créer des dessins à base de courbes cycloïdales. Chaque roue porte un numéro qui désigne son nombre de dents.

En mettant le crayon dans un trou proche du bord de la roue « mobile » (celle qui tourne autour de la roue « fixe »), on obtient des boucles bien prononcées, et le nombre de dents de la roue fixe qui sépare deux points de rebroussement correspond au nombre de dents de la roue mobile.

Il ne s'agit pas, ici, de tout décrire, mais d'ouvrir quelques pistes qui donneront envie au lecteur, nous l'espérons, de se lancer dans l'étude de ce jeu.

Au niveau Sixième-Cinquième, une étude consiste à considérer les relations numériques qui existent entre les numéros des roues suivant les types de courbes obtenues. Si la courbe se referme exactement au bout d'un tour, on a une relation de multiples-diviseurs. Sinon, on a une situation de division euclidienne, le quotient étant le nombre de boucles entières obtenues.

Deux couples de roues qui sont dans le même rapport donnent deux courbes semblables (à une homothétie près). Le traitement de cette situation permet d'aborder la proportionnalité et/ou les fractions.

Toujours en Sixième ou en Cinquième, la notion de plus petit multiple commun permet de rendre compte du nombre total de dents parcourues par la roue mobile sur la roue fixe une fois que la courbe se referme, éventuellement après plusieurs tours. À un niveau plus élevé, (Quatrième (?), Troisième), on peut trouver, dans la courbe obtenue par un couple de roues, le PGCD de leurs numéros.

Puisqu'il est question de réintroduire un peu d'arithmétique au collège (PPCM, PGCD), ce jeu est un excellent moyen d'aborder ces notions. Il peut être utilisé en Sixième et Cinquième pour traiter les notions de multiples, de diviseurs et de division euclidienne. Cependant, s'il est utilisé dans un objectif d'enseignement, il faut que l'activité soit bien cadrée, que les consignes de travail soient claires et précises. Une telle activité est proposée dans la brochure « Jeux 5 » de l'APMEP.

Signalons toutefois la brochure APMEP n° 59 « JEUX 2 – Jeux et activités numériques » qui propose 57 jeux et 20 activités numériques spécialement conçus pour la classe.

Jeux logiques

BOÎTE DE RANGEMENT, un jeu utilisant les dominos comme matériel, en est un excellent exemple.

BOÎTE DE RANGEMENT

Les 28 dominos ont été disposés verticalement ou horizontalement sur cette grille. On a effacé les contours des dominos, sauf pour deux d'entre eux afin de faciliter un peu la tâche. Il s'agit de retrouver la disposition des dominos sur cette grille. 25 grilles sont proposées dans la brochure « JEUX 5 » de l'APMEP. Quatre grilles supplémentaires avec le dessin

4	1	0	3	0	0	3	4
1	0	5	6	2	2	1	5
3	3	2	5	6 + 6		1	2
1	3	3	5	3	4	1	6
1	2	2	1	6	0	3	5
5	2	4	4	6	0 + 0		6
0	6	4	4	5	4	2	5

des points s'adressent à des élèves plus jeunes (CM2, 6ème). Les grilles sont aux dimensions des dominos les plus courants qu'on trouve dans le commerce.

Ce jeu ne fait appel à aucune connaissance mathématique, mais développe des qualités d'observation, d'analyse, de méthode, de mémoire et bien sûr de logique. Une méthode de résolution de la grille ci-dessus donnée dans la brochure « Jeux 5 » montre combien il faut faire preuve de toutes ces qualités pour trouver la solution.

Lorsqu'on utilise un jeu pour traiter une partie du programme, il est nécessaire que l'activité présentée aux élèves soit bien cadrée. L'objectif mathématique doit être bien défini et le « contrat » avec les élèves doit être clair. Bien sûr, on peut laisser un temps de liberté, au début de l'activité, pour que les élèves se familiarisent avec le matériel, avec le jeu. **Mais un jeu utilisé en classe, même s'il peut rendre le travail attrayant, n'est plus un jeu.** Il faut en effet associer à la notion de jeu la notion de plaisir et de liberté. Dans le cadre d'un club « Jeux et mathématiques », un élève est libre de choisir le jeu qui lui plaît, libre d'arrêter quand bon lui semble pour prendre un autre jeu. En revanche, dans le cadre de la classe, il doit faire l'activité proposée, qu'elle lui plaise ou non. C'est pour cette raison qu'il ne faut pas abuser des jeux en classe. Une utilisation abusive pourrait entraîner pour certains élèves, (sauf bien sûr si la classe devenait elle-même un club ou un lieu d'amusement !) un rejet de l'activité ludique. Et cela n'est pas du tout notre objectif.

Jouer à faire des mathématiques

Dans cette dernière partie, ce sont les mathématiques elles-mêmes qui servent de support à l'activité ludique. Bien sûr, avec un tel support, la résolution des problèmes nécessite souvent des connaissances mathématiques.

La multiplication des manifestations « mathéludiques » ou « ludimathiques » marque le souci, de la part de la communauté mathématique, de développer ce type d'activités.

Ce sont les rallyes ou tournois régionaux qui se disputent en classe entière ; la tâche, suffisamment importante pour le temps imparti, doit être répartie entre l'ensemble des élèves et fait appel à leurs compétences variées. Un seul dossier, avec une seule solution à chaque problème, doit être remis par LA classe. Une telle activité demande donc de la part des élèves une bonne organisation dans la répartition des tâches, de la réflexion et des échanges dans la recherche des problèmes, des contrôles et des prises de décision dans la validation des solutions, du soin, éventuellement de l'humour et de l'imagination pour la présentation du dossier.

Le Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques et le Kangourou sont deux compétitions individuelles, la première procédant par éliminatoires, la seconde se déroulant en une seule épreuve sous forme de QCM.

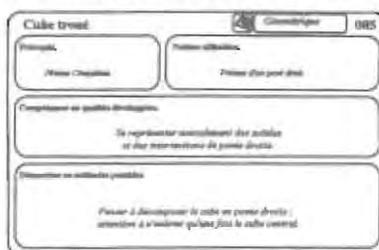
Indépendamment de ces manifestations régionales ou nationales, les **clubs mathématiques** sont vraiment le lieu privilégié pour faire des mathématiques pour le plaisir.

On peut mettre à la disposition des élèves :

- les magazines HYPERCUBE en collège et TANGENTE en lycée, et de nombreuses publications qui proposent des problèmes et des articles de culture mathématique,
- du matériel pédagogique tel que, par exemple, des polygones emboîtables qu'on trouve dans le commerce et qui permettent de réaliser des polyèdres et de nombreux solides,
- des logiciels de géométrie plane ou dans l'espace,
- des jeux tels que ceux que nous avons décrit précédemment,
- ...

Signalons plus particulièrement la brochure PANORAMATH 96 (coédition CIJM-APMEP-ACL) – PANORAMATH 2 est sur le point de sortir au moment où nous écrivons ce compte rendu – qui propose des problèmes extraits des divers rallyes pour tous les niveaux du Primaire au Supérieur, et le fichier EVARISTE (brochure n° 98 de l'APMEP) qui

contient 120 problèmes « Benjamins » (niveaux Sixième - Cinquième) et 120 problèmes « Cadets » (niveaux Quatrième - Troisième). Les feuilles contenant les problèmes peuvent être photocopiées sur fiches cartonnées, puis massicotées au format A6 pour réaliser le fichier. Au recto, figure le problème et son origine, au verso sont données les indications suivantes : thèmes (numérique, géométrique, logique,...), prérequis, notions utilisables, compétences ou qualités développées, démarches ou méthodes possibles. Les solutions sont sur d'autres fiches. Le document d'accompagnement contient plusieurs index (thèmes, compétences ou qualités, notions) qui permettent une recherche et un choix des problèmes en fonction des demandes des élèves ou des objectifs pédagogiques de l'enseignant dans le cadre d'une utilisation en classe. Voici une fiche recto-verso de ce fichier EVARISTE.



Pour terminer, nous reprenons à notre compte cet extrait de la brochure « JEUX 4 - De l'intérêt des problèmes de rallye » de l'APMEP :

« Lorsqu'on met l'accent exclusivement sur les exercices d'application, d'entraînement, les élèves imaginent qu'ils doivent savoir faire tout de suite et qu'il faut savoir tout faire sans avoir à réfléchir. Ils se croient même obligés de rédiger directement sans préparer leur travail " au brouillon ". Autant une telle attitude peut être compréhensible pour des exercices d'entraînement à une technique (développement, factorisation, par exemple), autant elle est stérilisante quand il s'agit de problèmes, les blocages qu'elle entraîne sont souvent accentués par la peur de l'erreur.

Aussi la résolution de problèmes en classe, dans des contextes analogues à ceux des rallyes ou olympiades, nous paraît-elle être un excellent moyen de développer chez nos élèves une attitude de recherche ; les essais, les tâtonnements, les erreurs et même les échecs font partie de la " règle du jeu " (qui est d'ailleurs tout aussi valable pour le professeur !). Le droit à l'erreur, à l'échec est enfin accepté, reconnu, et d'autant mieux qu'il concerne des situations " inhabituelles ". »