

Hasard et chaos : un thème math -philo

Jacqueline Guichard & Dominique Gaud

Dans cet atelier, nous avons montré comment le chaos était un sujet interdisciplinaire riche qui peut concerner un grand nombre de disciplines : mathématiques, philosophie, physique en premier lieu, mais aussi par ses applications : biologie, économie, astronomie, industrie, etc.

Ainsi en philosophie, ce sujet permet d'aborder :

- la modélisation et les rapports entre les mathématiques et la réalité,
- la notion de hasard,
- la notion de théorie scientifique.

En mathématiques, il permet :

- d'utiliser des suites (géométriques, récurrentes, ...),
- d'utiliser des tableurs et calculatrices et de montrer les limites d'utilisation de ces outils,
- de réfléchir sur les différentes façon de mathématiser le hasard.

Une première partie de l'exposé a été consacrée à une **information** :

Qu'est-ce que le Chaos ? Des exemples simples (billard, boussole, aimants, suites, ...) ont été observés. Puis des définitions et des caractéristiques du chaos ont été données : « un système est chaotique s'il amplifie, si peu que ce soit, les écarts initiaux » (Ekeland).

Dans un exposé bref de l'histoire du « chaos », nous avons donné des jalons importants de la naissance du chaos :

- le « credo déterministe » de Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, 1825 :

« Nous devons envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même

formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé serait présent à ses yeux... ».

– la perception du chaos par Poincaré, *Science et méthode*, 1908 :

« Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'Univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même Univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois ; mais il n'en est pas toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons un phénomène fortuit. ».

– l'attracteur de Lorenz.

Nous avons ensuite montré que les premiers exemples et la première ébauche de la théorie avaient fonctionné indépendamment de la théorie des fractales, le lien entre fractales et chaos s'étant produit quand on s'est aperçu que la géométrie fractale permettait de décrire le chaos dans l'espace des phases – que nous avons précisé – des physiciens.

Une deuxième partie a consisté à montrer des exemples mathématiques abordables avec des élèves de terminales (les exemples cités figurent dans la brochure *Les chantiers du Chaos* disponible à l'IREM de Poitiers).

Dans une troisième partie, nous avons abordé la notion de hasard à l'aide de différents textes de philosophes tels Cournot. Cela a permis d'aborder le versant pédagogique : les représentations que se font les élèves du hasard et les difficultés de l'enseignement des probabilités liées à leurs conceptions du hasard. Des exemples de travaux pour les élèves ont été présentés.

Ces travaux figurent dans les publications de l'IREM déjà présentées dans l'Atelier précédent.