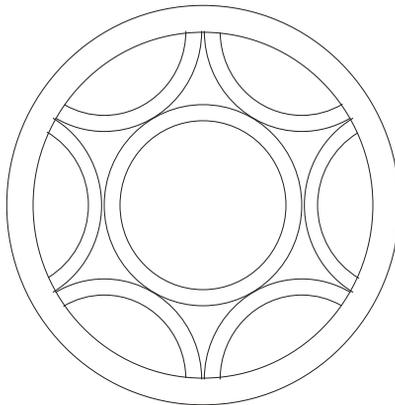


Dans nos classes : *Lycée*

Cercles transformés en rosace

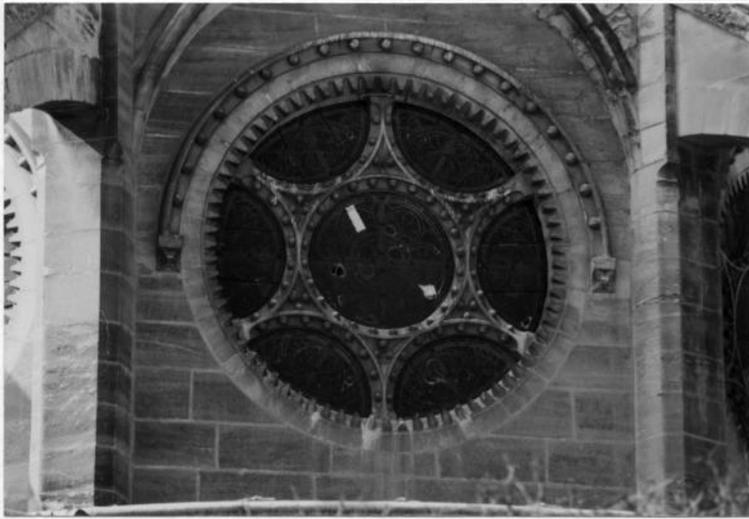
Marc Laura (Poissy)

Comment obtenir la figure ci-dessous en utilisant des transformations étudiées en classe de seconde ?



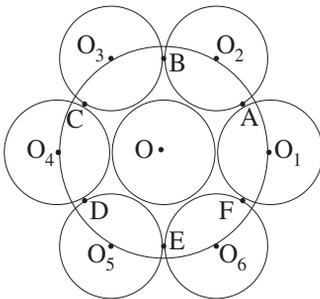
Le modèle « concret » choisi est un élément architectural d'église : il s'agit, ici, d'une rosace de la collégiale Notre Dame de Poissy, dans le département des Yvelines (*):

(*) La photo de cette rosace que l'on trouvera à la page suivante a été prise, à la demande de l'auteur, par Stéphanie Verny.

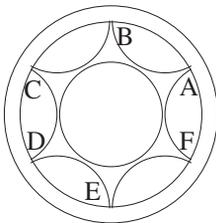


Quatre étapes pour arriver à la figure finale

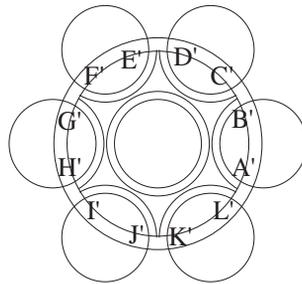
Étape 1



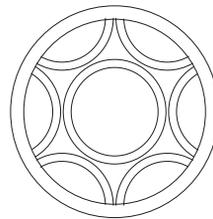
Étape 2



Étape 3



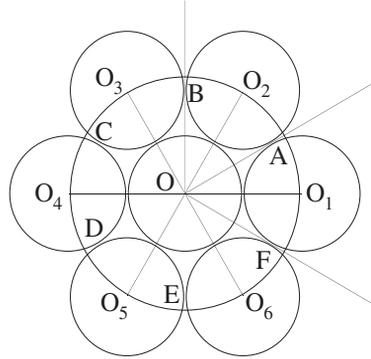
Étape 4



Les constructions

Pour réaliser l'étape 1 :

Cette figure est constituée par deux cercles concentriques de centre O , un grand cercle (c) de rayon R , un petit cercle (c') de rayon $R/2$, et six cercles (c_1) , (c_2) , (c_3) , (c_4) , (c_5) , (c_6) centrés respectivement sur (c) en O_1 , O_2 , O_3 , O_4 , O_5 , O_6 ayant le rayon de (c') .



Une fois un point O_1 choisi sur le cercle (c) et le cercle (c_1) construit, la figure peut être réalisée de plusieurs façons, en combinant symétries et rotations.

Première suggestion :

Après le tracé de la droite (OO_1) , on construira la droite (d) , perpendiculaire en O à (OO_1) . Après construction du cercle de diamètre $[OO_1]$, on pourra définir les points d'intersection A et F de ce cercle avec le cercle (c_1) .

Pour obtenir la configuration voulue on pourra utiliser les deux réflexions d'axes respectifs (OA) et (OF) suivies de la réflexion d'axe (d) ou bien de la symétrie de centre O .

Deuxième suggestion :

On définira la rotation r_1 de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

On construira les cercles images par r_1 , (c_2) de (c_1) , (c_3) de (c_2) , (c_4) de (c_3) , (c_5) de (c_4) , (c_6) de (c_5) .

Troisième suggestion :

On définira les rotations r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 de centre O et d'angles respectifs $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

On construira les cercles images (c_2) , (c_3) , (c_4) , (c_5) , (c_6) de (c_1) respectivement par r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 .

Pour réaliser l'étape 2 (cf. figure p. 160) :

Après avoir figuré le cercle (w) passant par les points de contacts A, B, C, D, E, F, on explicitera les tracés des arcs \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CD} , \widehat{DE} , \widehat{FA} , \widehat{AB} ayant pour supports respectifs les cercles (c_1) , (c_2) , (c_3) , (c_4) , (c_5) , (c_6) .

Pour réaliser l'étape 3 (cf. figure p. 160) :

Soient $h, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6$ les homothéties, de rapport 0,85 et de centres respectifs O, O₁, O₂, O₃, O₄, O₅, O₆.

On tracera les cercles (c'') , (c'_1) , (c'_2) , (c'_3) , (c'_4) , (c'_5) , (c'_6) respectivement images de (c') par h , de (c_1) par h_1 , de (c_2) par h_2 , de (c_3) par h_3 , de (c_4) par h_4 , de (c_5) par h_5 , de (c_6) par h_6 .

On notera A' et B' les points d'intersection de (c'_1) et de (w) , C' et D' les points d'intersection de (c'_2) et de (w) , E' et F' les points d'intersection de (c'_3) et de (w) , G' et H' les points d'intersection de (c'_4) et de (w) , I' et J' les points d'intersection de (c'_5) et de (w) , K' et L' les points d'intersection de (c'_6) et de (w) .

Pour réaliser l'étape 4 (cf. figure p. 160) :

Pour finir cette rosace de la collégiale de Poissy, il suffira alors d'expliciter les tracés des arcs $\widehat{A'B'}$, $\widehat{C'D'}$, $\widehat{E'F'}$, $\widehat{G'H'}$, $\widehat{I'J'}$, $\widehat{K'L'}$ ayant pour supports respectifs les cercles (c'_1) , (c'_2) , (c'_3) , (c'_4) , (c'_5) , (c'_6)

Cette construction peut être proposée comme activité, à certains élèves de lycée, pour des tracés à la règle et au compas, ou pour mettre en oeuvre un logiciel de construction géométrique... Les premières pages, comprenant l'objectif et les quatre étapes utiles pour atteindre cet objectif, pourront constituer une fiche-élève.

Symétries, rotations et homothéties contribueront à l'obtention d'un bel agencement de cercles et d'arcs !

Partant d'une rosace conçue par des architectes et réalisée par des maçons, l'élève qui aura achevé cette construction sur une feuille de papier ou sur un écran d'ordinateur, outre la satisfaction d'avoir conduit jusqu'au bout un projet, aura peut être conscience d'une utilité de la géométrie...