

Dans nos classes : École élémentaire et Collège

Un piquet au soleil

S.Ricou*

Série de séquences à propos de la réalisation d'un cadran solaire analemmatique, ce texte, proposé comme type d'activité d'élèves, ne saurait être considéré comme une étude de ce type de cadran à la théorie difficile.

Objectifs pédagogiques :

Démarche expérimentale :

- exprimer ses représentations initiales.
- les confronter à la réalité.
- réorganiser ses savoirs, émettre des hypothèses, les vérifier.
- investir ses nouveaux savoirs dans une réalisation concrète.

Astronomie :

- rotation de la Terre sur elle-même, la journée.
- révolution autour du Soleil : l'année, les saisons (inclinaison).

Espace/temps :

- repérage temporel lié à l'observation d'un phénomène naturel.
- repérage des positions terrestres (latitude, longitude).
- heure solaire et heure légale. Les fuseaux horaires.

Mathématique :

- notion de plan, d'échelle (mesure des longueurs).
- aborder la notion de secteur angulaire.

Français :

- formulations (d'hypothèses, de comptes-rendus..) orales et écrites.

* Professeur d'École Maître Formateur. Classe CM1 1998, École d'Application d'IUFM Cahors.

Apprentissages techniques :

- utilisation d'instruments (décamètre, boussole...).
- construction de maquettes.

Arts plastiques :

- décoration du cadran.

Problèmes : la réalisation de cet objet technique en CM1 se heurte à plusieurs écueils :

1. Les enfants ne maîtrisent pas la notion de mesure angulaire.
2. L'objet technique doit mettre en relation un phénomène naturel (course solaire apparente) avec une notion sociale (heure légale).
3. Les représentations premières des élèves doivent pouvoir évoluer naturellement vers des propositions suffisamment exactes pour permettre une réalisation technique.
4. La réalisation pratique ne doit être ni trop compliquée, ni impliquer trop de difficultés matérielles.

Choix : les points n^{os} 1 et 3 excluaient pour moi le départ par l'observation d'un cadran « tout fait », qu'il soit du modèle équatorial, horizontal ou vertical.

1. La finalité du projet, à savoir la construction par elle-même, interdisait le recours à un modèle à monter qui aurait rendu inutile la phase de recherche.
2. Mon choix s'est donc porté sur l'observation du phénomène le plus proche du vécu des enfants, à savoir le déplacement sur le sol de l'ombre d'un piquet vertical.

Conséquences : ce choix aboutit logiquement au tracé au sol d'un cadran dit « analemmatique » de grande taille (ce qui permet le travail collectif), particulièrement compliqué à calculer (voir détails sur la fiche technique ci-après) mais qui peut se prêter à un étalonnage expérimental assez simple (voir la mise en œuvre pédagogique).

Une activité du 1 mars au 21 juin

Phase 1 (avant l'équinoxe de printemps)

A) Observation du déplacement au cours de la journée de l'ombre d'un piquet

Matériel : manche à balai monté verticalement sur un socle stable. Sa hauteur sera celle approximative d'un enfant de la classe. Il sera laissé en observation quelques jours.

À voir :

- l'ombre se raccourcit, puis s'allonge au cours de la journée (à quel moment est-elle la plus courte ? -> **activité de mesurage**).
- l'ombre "tourne" autour du piquet (*Tout autour ? A quelle « vitesse » ?*).
- **repérage au sol** = repérage du **temps** (toutes les heures).
- notion de **midi « solaire »** - **midi vrai** - différent du **midi légal**.

Deux élèves sont venus toutes les heures repérer l'extrémité de l'ombre du piquet. Ils présentent en fin de journée le résultat de leur travail à la classe. Ils peuvent aussi répondre aux questions de leurs camarades. Cette phase donne lieu à des discussions collectives.

Cette séquence se termine par une prise de notes sur place.

Ce qui a le plus frappé les enfants fut l'allongement très important des ombres en soirée ce qui a amené au mesurage.

Le fait de trouver l'ombre la plus courte pour 13 h les a étonnés : ils avaient tous répondu « midi » à la question que j'avais posée au préalable. Cependant certains ont su donner l'explication satisfaisante concernant l'heure légale.

Activité écrite (7 groupes de 4 élèves) :

Raconter l'expérimentation, en faire un *dessin* (en se servant des notes prises sur place).

En donner une **explication** (voir une production ci-après).

Bilan :

le dessin plus ou moins schématisé, est correct dans tous les groupes. Certains ont essayé de le représenter « à l'échelle » en cherchant une proportion intuitive dans les mesures des ombres. Un groupe a dessiné le soleil à l'opposé de chaque trait représentant les ombres.

La plupart des dessins sont hybrides quant à la perspective : vue de dessus pour les marques au sol, le piquet étant dessiné vertical. Un groupe a tenté la perspective pour démontrer **l'alignement apparent des extrémités des ombres sur le sol**. La plupart des élèves ont indiqué les dimensions en cm des traces au sol (on venait de les mesurer).

Une majorité a tenté de représenter **des angles horaires réguliers et égaux** (Je leur ai fait préciser pourquoi ensuite : l'explication est « *qu'il y a toujours 60 minutes dans une heure* »...).

Au vu de l'expérimentation, du Soleil ou de la Terre, l'un tourne autour de l'autre... Le langage courant fait tourner le Soleil (« il se lève », etc.) Mais

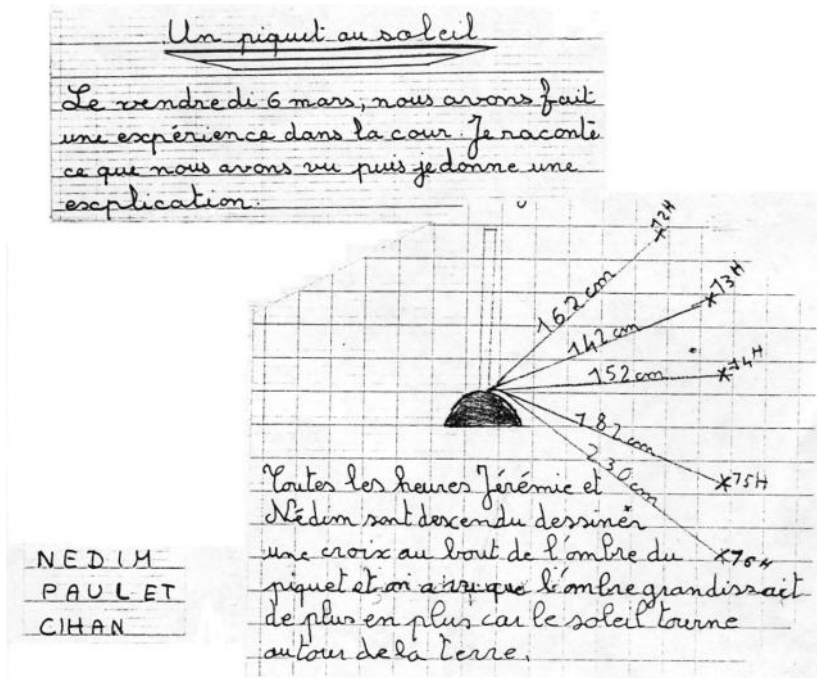
bien des élèves ont déjà appris que c'est l'inverse... De là les « explications » fournies par les divers groupes :

« La Terre tourne autour du Soleil » (4 groupes).

« Le Soleil tourne autour de la Terre » (1 groupe).

« La Terre tourne à chaque minute et le soleil fait bouger la barre » (1 groupe)

« L'heure est indiquée grâce aux rayons du soleil : il fait bouger l'ombre et elle grandit ou rétrécit » (1 groupe).



Exploitation :

Les discussions intergroupes et la confrontation des différents points de vue ont conduit les enfants :

1) à aller **vérifier dans des documents** le bon modèle explicatif : cette démarche a permis de régler l'antinomie entre les quatre premiers groupes et le suivant (modèle **héliocentrique** ou **géocentrique**).

Mais, à leur grande surprise car ils semblaient sûrs de leur fait, les enfants des quatre premiers groupes se sont vite aperçus que si le fait n° 1 était exact, il

n'expliquait en aucune façon le phénomène observé, à savoir la course apparente du soleil au cours de la journée : ils n'avaient opéré qu'un simple « placage de connaissances », juste mais inutile.

Cette remise en cause fut assez difficile à admettre pour certains...

Une explication restait à trouver.

On a donc repris, en les reformulant pour leur ôter leur caractère déterministe, les deux dernières explications largement minoritaires. Ce travail a servi ultérieurement de base à la leçon sur les fuseaux horaires (leçon de géographie « *Des heures tout autour du Monde* »).

2) **à retourner sur le terrain pour vérifier** l'alignement apparent des extrémités, ce qui s'est révélé faux.

Je leur ai alors demandé de trouver un moyen de vérifier si les traits repérant les heures étaient bien régulièrement espacés comme ceux que certains groupes avaient essayés de dessiner : après plusieurs propositions fantaisistes, le tracé d'un cercle à partir du piquet et le mesurage des cordes reliant les intersections du cercle et des tracés horaires a permis de conclure là encore par la négative ; mais alors... **les heures sont-elles plus longues vers midi ?**

B) Nouvelle observation du déplacement de l'ombre une semaine après seulement

Matériel : identique ; les premières traces sont restées visibles au sol (tracées au marqueur). Un nouveau groupe de deux enfants est chargé de tracer à la craie les ombres toutes les heures.

À voir : observation identique à la semaine précédente mais...

- **les ombres sont plus courtes !** (Tous les enfants l'ont remarqué d'emblée et cette impression fut confirmée par la mesure).

- à une heure donnée, elles ne sont pas projetées exactement dans la même direction, sauf au midi « solaire » (là, une intervention de l'enseignant pour le faire constater fut nécessaire). La séquence d'observation fut plus courte que la précédente et il n'y a pas eu volontairement d'explications apportées aux changements constatés.

Activité écrite (7 groupes de 4 élèves) :

Raconter l'expérimentation (en se servant des notes prises sur place).

En donner une **explication**.

Bilan: si les **explications** ne sont qu'un constat pour trois groupes, quatre en ont tenté une :

« *On se rapproche de l'été ; les ombres sont plus courtes* » (2 groupes).

« *La Terre se penche* » (1 groupe).

« *Si la Terre tournait autour du soleil en un jour, l'ombre resterait au même endroit* » (1 groupe).

Exploitations :

1) **Les saisons** : maquette Terre/Soleil, course apparente du soleil, etc.

2) **Une conséquence** : un piquet à un endroit précis ne peut pas donner l'heure (sauf midi) et chercher une solution. Voici celles qui ont été proposées par les enfants :

- refaire un cadran pour chaque jour (-> illisible, peu pratique...).

- **déplacer le piquet** de façon à ce que son ombre passe par la bonne direction (par tâtonnement, on cherche la position qui sera vérifiée à plusieurs moments dans la journée).

Et ça marche !

Ce travail s'est alors fait régulièrement, ce qui a permis de constater que les positions successives du piquet étaient alignées... (les élèves se sont posés la question de cette orientation sans y répondre).

Remarque : il existe bien une troisième solution qui consiste à incliner le piquet vers le nord d'un angle correspondant à la latitude du lieu (voir la construction d'un cadran horizontal), mais celle-ci n'était pas accessible pour les enfants.

Activité décrochée en mathématique : le plan (dessin à l'échelle)

(chercher la réduction optimale pour représenter la réalité sur la feuille fournie par l'enseignant, effectuer ensuite les calculs pour figurer les longueurs des ombres mesurées pour chaque heure).

La réalisation de ce plan a permis d'aborder la notion d'échelle (1/20 dans le cas présent), puis de chercher comment diviser par 20 (les enfants n'avaient alors encore vu que les divisions par un nombre à un chiffre).

La généralisation de cette technique a permis de nombreux exercices lors des séquences de mathématiques.

Phase 2 (le jour de l'équinoxe de printemps)

La leçon sur les saisons a permis de repérer ce jour particulier où les durées du jour et de la nuit sont égales (faire rappeler : *pourquoi ?*).

À voir : observation identique aux précédentes mais... les extrémités des ombres sont alignées alors qu'on avait vérifié qu'auparavant elles ne l'étaient pas (voir phase 1).

Explication : (recherche en commun sur place)

Les enfants l'ont rapidement trouvée grâce au travail fait sur les saisons :
« *Ce jour le soleil se lève exactement à l'est, et se couche "pile" à l'ouest* ».

Vérification (avec une boussole) :

Si on relie les extrémités des ombres qui sont alignées, on obtient un axe
Est/Ouest.

Cette ligne tracée va servir à comprendre enfin sur quel axe on doit déplacer le piquet.

Constatation (vérification avec une grande équerre de tableau) :

La droite sur laquelle on déplace le piquet est perpendiculaire à cet axe : c'est donc **l'axe Nord/Sud**.

C'est aussi la ligne qui correspond à l'ombre du midi « solaire » (méridienne du lieu).

Ce repérage essentiel de ces deux axes géographiques va permettre le tracé global du cadran au sol (voir phase 3).

Activités décrochées en géographie :

- « Comment se repérer à la surface du globe » (latitude, longitude).
- Les zones climatiques sur la planète.

Phase 3 : tracé au sol du cadran (vers le solstice d'été)

1) L'ellipse

La forme courbe, en arc (d'ellipse) sera justifiée par le fait que les ombres sont plus courtes vers midi « solaire » : le demi-cercle n'est donc pas l'idéal pour y tracer les repères horaires.

Le tracé est facilement réalisé par les élèves (cf. Annexe) : cette méthode « du jardinier » peut être réutilisée, en arts plastiques par exemple.

Remarque : si le tracé est, comme on le voit, à la portée des enfants à partir des axes N/S et E/O qui viennent d'être trouvés (voir la fiche technique), par contre la place des foyers ainsi que la longueur de la corde seront données par le maître, les calculs nécessaires étant hors de portée des enfants.

2) Les plots horaires

Les élèves ont ensuite déterminé les emplacements des heures le long de la courbe en traçant les intersections de celle-ci avec les « rayons » marqués par les ombres aux différentes heures de la journée (pour simplifier, on peut se servir des tracés du jour de l'équinoxe qui partent du centre de l'ellipse).

3) Tracé des emplacements de l'observateur (qui sert de « piquet »)

La position de l'équinoxe (21 mars) sera indiquée au sol au centre de l'ellipse.

a) Repérages au cours de la période allant de l'équinoxe de printemps au solstice d'été

Ensuite tout fut une question de patience : il fallut guetter les rayons du soleil pour repérer et marquer les positions du « piquet » vers le 21 avril, 21 mai et 21 juin (solstice), ce qui fut facilité par la connaissance de la « méridienne » Nord/Sud locale que l'on avait tracée au sol : l'observateur devait se trouver sur cet axe.

Remarque : Pour éviter des erreurs, l'enseignant peut vérifier ces repérages empiriques par le calcul en se servant de l'une des deux méthodes indiquées dans la fiche technique ci après.

b) Jour du solstice (et après) : compléter les dates

À voir :

- Les ombres se sont considérablement raccourcies (activité de mesurage : comparaison avec les mesures de l'équinoxe).
- la place du piquet (obtenue comme d'habitude par réglage) est maintenant tout proche de l'arc d'ellipse.

À tracer :

- l'emplacement du 21 juin qui complète celui du 21 avril et du 21 mai.

S'interroger : « Comment savoir où se placer fin juillet ou fin août puisque on ne sera plus à l'école ? ».

Là encore, c'est la leçon sur les saisons, confirmée par l'observation directe, qui va permettre de trouver la solution du problème :

Faire observer aux enfants l'allongement des ombres après la date du solstice. Solliciter une explication.

Mettre en relation avec ce qu'ils ont appris sur les saisons.

En faire tirer une conséquence : la « **symétrie** » de la période que l'on vient d'observer avec celle qui débute au solstice d'été et s'achève le jour de l'équinoxe d'automne où l'observateur devra se placer de façon identique au 21 mars.

Un travail à partir du calendrier (comptage des jours) permet de définir les équivalences de positions entre, par exemple, le 28 avril et le 15 août, le 21 mai et le 22 juillet.

Et au delà de l'équinoxe ?

Rappel des observations antérieures au 21 mars, des premières places occupées par le piquet.

Solliciter une explication (en reprenant la leçon des saisons : raccourcissement des jours).

En déduire que les ombres seront de plus en plus longues jusqu'au 21 décembre.

Extrapoler la deuxième « symétrie » qui va permettre de repérer des positions jusqu'au solstice d'hiver (travail au calendrier).

Reprendre le raisonnement précédent pour les dates du solstice d'hiver à l'équinoxe de printemps.

Réaliser un plan individuel indiquant l'emplacement des dates tout au long de la méridienne (on a repris l'échelle du vingtième déjà utilisée ce qui facilite les calculs).

Arts plastiques

La décoration du cadran dans la cour fut un moment collectif important. Elle a été préparée en classe à partir de dessins individuels qui devaient tenir compte de plusieurs contraintes techniques et esthétiques :

- Respecter les zones de marquages utiles à la lecture du cadran.
- S'inspirer de la forme globale en ellipse.
- Être en rapport avec le thème (temps, astronomie...).

À la suite de l'exposition des dessins et par compilation de plusieurs réalisations individuelles, c'est le projet d'un visage géant et allégorique qui a émergé.

Réalisation au sol :

1. Peindre les plots horaires et un visage allégorique s'inspirant des différents dessins réalisés en classe et respectant les repérages au sol.
2. Peindre au sol la portion de méridienne portant les dates repérées ou calculées en se servant du plan réalisé (travail effectué successivement par quatre groupes d'élèves, un pour chaque saison).

On trouvera le cadran solaire achevé en couverture de ce Bulletin.

Remarques d'ordre général

La méthode employée pour le tracé au sol du cadran analemmatique ne peut pas donner un résultat parfait pour plusieurs raisons :

- 1) Dans les repérages par rapport à l'heure légale, si on a tenu compte du décalage horaire global d'une heure ou de deux heures (**passage à l'heure « d'été »** pendant la période d'observation), par contre le décalage dû à la longitude (6' pour Cahors) n'a pas été évoqué car il n'est pas très important (avec des enfants de CM2, on pouvait peut-être l'inclure). Celui imputé à « l'équation du temps » a été négligé car il a entraîné des décalages horaires peu importants pour la période concernée (- 4 min maximum fin mai).
- 2) La surface de la cour de récréation où a été tracé le cadran n'est pas parfaitement horizontale (évacuation des eaux pluviales), ce qui, là aussi, a conduit à des approximations.

Cependant celles-ci ont été compensées par la grosseur des plots horaires et par les dimensions assez réduites pour un cadran de ce type (l'utilisation est prévue pour un enfant de six à dix ans).

Annexe 1

Proposition d'activités au collège et au lycée

André Connes*

On peut imaginer de telles activités menées en parcours diversifié et PAE.

La démarche scientifique, expérimentale, décrite précédemment peut permettre d'induire des questions que seront amenés à se poser les élèves, en particulier des questions sur les résultats (théoriques) encadrés dans ce document.

À partir de la projection orthogonale du cadran solaire équatorial sur le plan horizontal du lieu, le style étant relevé afin d'être perpendiculaire au plan horizontal, vérifier (collège) et/ou démontrer (collège-lycée) ces résultats. Des notions de représentations diverses de l'espace et du plan, des procédures de passage de l'espace au plan et réciproquement, des résultats élémentaires de géométrie plane (théorème de Pythagore) et de trigonométrie (dans le triangle rectangle) sont indispensables pour résoudre ces petits problèmes qui constituent de petits problèmes-ouverts.

Le tableau ci-dessous brosse des indications d'activités que des élèves peuvent mener au collège et au lycée.

* IUFM de Toulouse, site de Cahors : Andre.Connes@wanadoo.fr,
Iufm.Cahors@wanadoo.fr

	Collège	Lycée
Le cadran solaire analemmatique : expérimentation telle que celle décrite dans le document précédent.		
Parallèlement à cette expérimentation, construction du cadran solaire équatorial.		
Projeter orthogonalement le cadran solaire équatorial sur le plan horizontal du lieu.	<ul style="list-style-type: none"> • Projeter point par point. • Démontrer que si le rayon du cadran équatorial vaut a et si l désigne la latitude du lieu, alors $OB = a \sin l$ (B extrémité du petit axe de l'ellipse). 	Déterminer l'équation de la courbe projetée (ellipse).
Projeter orthogonalement les fuseaux horaires.	<ul style="list-style-type: none"> • Vérifier par le mesurage que les valeurs angulaires des fuseaux projetés correspondent aux valeurs théoriques : $\tan A = \tan a / \sin l$. 	Démontrer que chaque angle horaire A se calcule par : $\tan A = \tan a / \sin l$.
Positionner verticalement le style du cadran solaire analemmatique.	Voir le document précédent.	Démontrer ¹ que le déplacement du style sur le petit axe se calcule ainsi : $OA \tan D \cos l$.

¹ Voir la théorie complète du cadran analemmatique dans le classique : « Les cadrans solaires » par R. RHOR, éditeur Gauthier Villars, épuisé, réédité à Strasbourg (Voir Mme ACKER, Observatoire de Strasbourg).

Annexe 2

Le cadran solaire analemmatique

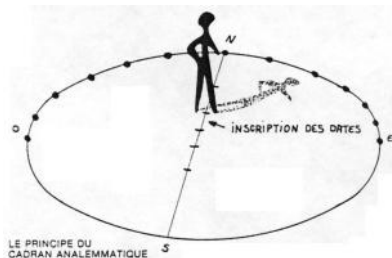
D'après D. Picon. Cadrans solaires. Édition Fleurus idées :
Association GERMEA 25 rue Montaigne 64000 Pau

Il s'agit d'un cadran horizontal utilisant la projection orthogonale, sur le plan horizontal, du disque d'un cadran équatorial. Le style peut alors être vertical et remplacé par un personnage debout à condition que celui-ci se place au point bien calculé de la méridienne Nord-Sud.

C'est un cadran spectaculaire qui devient vite une curiosité, un décor ou un jeu dans un lieu public.

On en trouve en France sur le parvis d'une église de Brou près de Bourg en Bresse, dans un jardin public à Montpellier ou à Biarritz sur le front de mer.

Il en existe peu car son calcul est complexe et nécessite une connaissance de la trigonométrie.



Le principe

La table doit être horizontale.

Le style est vertical et mobile : il doit être placé selon les périodes de l'année en des points précis.

Tracé sur le sol horizontal (pour une latitude de 45°)

1) **Tracé de l'ellipse** par la méthode du jardinier, avec un grand axe de 4 m et des foyers à 1,42 m* du centre.

* La longueur FO de O à chaque foyer se calcule ainsi :

$$FO = OA \cos l$$

où l est la latitude du lieu et OA est la longueur du demi grand axe.

2) **Tracé des points marquant les heures sur l'ellipse**

Du fait de la projection du disque équatorial sur le plan horizontal, les écarts angulaires relatifs à une heure de temps sont inégaux et dépendent de la latitude.

Les heures reportées sont néanmoins symétriques par rapport au midi « solaire ».
Les angles suivants ont été calculés pour 45°**de latitude.

- 13 h → + 21°
- 14 h → + 39°
- 15 h → + 55°
- 16 h → + 68°
- 17 h → + 79°
- 18 h → + 90°

** La valeur de chaque angle horaire A se calcule ainsi :

$$\tan A = \tan a / \sin l$$

où l est la latitude du lieu et a l'angle horaire « régulier » (15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°).

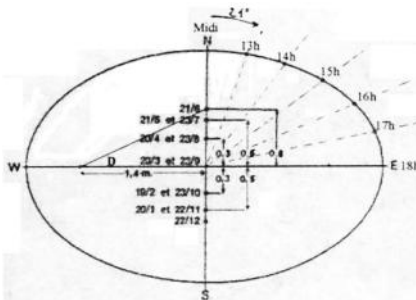
3) Tracé des points d'emplacement de l'observateur

Nous plaçons ensuite sur le petit axe les points d'emplacement de l'observateur aux différentes époques de l'année. Ces emplacements peuvent être calculés ou repérés géométriquement (voir ci-après).

Remarques importantes :

- Le point commun repérant les deux équinoxes sera le point O (centre de l'ellipse)
- Le solstice d'été (déclinaison solaire : +23°) et le solstice d'hiver (déclinaison solaire : -23°) sont symétriques par rapport à O (et bien sûr, par extension, toutes les dates comprises entre solstices et équinoxes). Donc le même point repère les positions de deux dates intermédiaires (symétrie par rapport aux solstices).

Pour des raisons de lisibilité, il vaut mieux limiter le nombre des dates intermédiaires.



** Le déplacement du style sur le petit axe en fonction de la date se calcule ainsi :

$$OA \tan D \cos l$$

où l est la latitude du lieu, OA le grand axe de l'ellipse et D la déclinaison solaire à cette date

Un truc plus simple consiste à se placer sur l'un des foyers (voir la figure ci-contre): l'angle de déclinaison permet de trouver géométriquement la date...

- ici 23° pour le 21/6
- 20° pour le 21/05
- 11° pour le 21/04