

Dans nos classes

Collège

Avec un tableur : quel est le prix de revient d'une page imprimée

Michel Rousselet
Collège Georges-Duhamel
95 220 Herblay

Les nouveaux programmes de quatrième et de troisième invitent à l'utilisation d'un tableur-grapheur¹. Mais que peut-on faire d'un tel logiciel dans les classes du collège ? L'apprentissage, par les enseignants et par les élèves, de cet outil n'est-il pas du temps perdu ? Nous allons essayer, à l'aide d'un sujet de TD, de répondre à ces deux questions.

1. En sixième

Pour acheter une imprimante on hésite entre trois modèles : la Canon BJC-4300, la HP 690 C et la Stylus Color 400. Pour prendre une décision, commençons d'abord par déterminer le prix de revient de l'impression d'une page A4.

Première étape : la recherche des données

On a besoin de deux types de renseignements. Les premiers sont des prix et des caractéristiques techniques qu'on peut trouver dans des catalogues spécialisés, tel celui de la CAMIF. Les voici :

¹ Pour ma part, j'utilise cet outil avec mes élèves depuis une bonne dizaine d'années et ce, dès la sixième.

	BJC-4300	HP 690 C	Stylus Color 400
Prix d'achat	1690 F	1490 F	1490 F
Prix d'une cartouche			
- encre noire	290 F	235 F	180 F
- couleur	150 F	250 F	195 F
Capacité d'une cartouche			
- encre noire	1200 feuilles A4	1000 feuilles A4	540 feuilles A4
- couleur	170 feuilles A4	350 feuilles A4	300 feuilles A4

Les seconds ne dépendent que de l'usage qu'on fera de l'imprimante. **On supposera donc que, pendant toute sa durée de service, l'imprimante servira à imprimer 5 000 pages en tout** (ce qui représente tout de même 20 pages environ par semaine, pendant cinq ans). On suppose également qu'elle ne connaîtra aucune panne et que le prix de l'électricité qui sera consommée restera négligeable.

Le calcul

Pour faire les calculs, nous allons utiliser un **tableur**. Lequel ? Cela n'a pas d'importance, on peut utiliser Excel, Works ou d'autres².

IMPRIMO.XLS			
<i>DONNEES</i>			
	Prix de l'imprimante	1690	F
	Prix d'une cartouche d'encre	290	F
	Capacité d'une cartouche	1200	feuilles A4
	Prix d'une feuille de papier blanc	0,1	F
	Quantité de feuilles à imprimer	5000	
<i>RESULTATS</i>			
	Amortissement du prix d'achat	0,338	F
	Prix de l'encre	0,24166667	F
	Prix du papier	0,1	
	Prix de revient d'une page A4	0,67966667	F

² Le tableur F1 de technologies Service offre un excellent rapport qualité/prix. Voir le Bulletin n° 413 de décembre 97.

La figure montre, une fois terminée, **la feuille de calcul**. Pour la réaliser, on a commencé par inscrire les textes. Ensuite, on a affiché les **données numériques nécessaires au calcul** dans les cellules E4, E5, E6, E7 et E8 en choisissant comme données celles qui concernent l'impression en noir et blanc avec la BJC-4300.

Pour faire le calcul, il faut ajouter trois nombres.

- Le premier est l'amortissement du prix d'achat de l'imprimante par feuille. C'est le quotient du prix placé en E4 par le nombre placé en E8
- Le deuxième est le prix de l'impression d'une page. C'est le quotient du prix placé en E5 par le nombre placé en E6
- Le troisième et dernier est le prix d'une feuille vierge. C'est le nombre placé en E7.

La cellule E15 a donc reçu la formule E12+E13+E14.

Le **résultat arrondi du calcul** est 0,68 F la page.

Comment utiliser la feuille de calcul ?

Pour comparer les performances des machines, il suffit maintenant de **changer quelques données seulement** pour que **la même feuille de calcul** donne les prix de revient pour les autres modèles. Pour **changer une donnée**, il suffit de placer le pointeur de cellule sur la cellule voulue puis de taper la nouvelle valeur. Voici les résultats obtenus :

Prix de revient d'une page	BJC-4300	HP 690 C	Stylus Color 400
en noir et blanc	0,68 F	0,63 F	0,73 F
en couleur	1,32 F	1,11 F	1,05 F

Naturellement, l'aspect prix n'est pas le seul élément à prendre en considération car il faut également tenir compte de la qualité des impressions.

2. En cinquième

C'est à ce niveau qu'on commence à regrouper les opérations à effectuer dans un calcul unique. Dans ce contexte, les formules prennent beaucoup d'importance.

Un peu de calcul littéral

Appelons P le prix d'achat de l'imprimante, c le prix d'une cartouche d'encre, n le nombre de pages A4 qu'on peut imprimer avec une cartouche, f le prix d'une feuille de papier A4 et N le nombre total des pages qui seront

imprimées. Le prix de revient d'une feuille est $\frac{P}{N} + \frac{c}{n} + f$. Dans le calcul sur tableur, cette **formule** littérale est devenue =E4/E8 + E5/E6+ E7, formule inscrite en E12.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		DONNEES					
3							
4		Prix de l'imprimante			1690	F	
5		Prix d'une cartouche d'encre :			290	F	
6		Capacité d'une cartouche :			1200	feuilles A4	
7		Prix d'une feuille de papier blanc :			0.1	F	
8		Quantité de feuilles à imprimer :			5000		
9							
10		RESULTATS					
11							
12		Prix de revient d'une page A4 :			0.68	F	
13							
14							
15							
16							
17							
18							

Des équations et des inéquations

Essayons, par exemple, de trouver, dans le cas de la BJC-4300, en impression noir et blanc, la quantité totale de pages qu'il faudrait pouvoir imprimer pour que le prix de revient d'une page « tombe » en dessous de 0,50F. Normalement, il faudrait pouvoir résoudre l'inéquation

$$\frac{1690}{N} + \frac{290}{1200} + 0,10 \leq 0,50$$

En essayant diverses valeurs en E8, on trouve assez rapidement qu'il faudrait imprimer plus de 10800 pages. En aura-t-on l'occasion ? L'imprimante fonctionnera-t-elle jusque là ? Cette fois, le tableur ne peut pas répondre.

3. En quatrième

En fait, nous ne sommes pas tout à fait certain que nos besoins en pages imprimées s'élèveront à 5000 pages. Le mieux serait donc de pouvoir effectuer des comparaisons pour 1000, 2000, 3000, 4000, 5000 pages imprimées, etc. Il nous faut revoir notre feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G
2				BJC-4300	HP 690	Stylus 400	
3							
4	Prix d'achat de l'imprimante (en F)			1690	1490	1490	
5	Prix d'une cartouche d'encre (en F)			290	235	180	
6	Capacité d'une cartouche (en pages)			1200	1000	540	
7	Prix d'une feuille de papier (en F)			0,1	0,1	0,1	
8				1000	2,03166667	1,825	1,92333333
9				2000	1,18666667	1,08	1,17833333
10				3000	0,905	0,83166667	0,93
11				4000	0,76416667	0,7075	0,80583333
12				5000	0,67966667	0,633	0,73133333
13				6000	0,62333333	0,58333333	0,68166667
14				7000	0,58309524	0,54785714	0,64619048
15				8000	0,55291667	0,52125	0,61958333
16				9000	0,52944444	0,50055556	0,59088889
17				10000	0,51066667	0,484	0,58233333
18							

Dans cette nouvelle feuille, les données ont été placées autrement. Les calculs se font dans la zone rectangulaire dont les coins sont D9, F9, D18 et F18.

Voici les formules employées :

- on inscrit en D9 la formule $=D\$4/C9+D\$5/D\$6+D\7 et on recopie la formule vers le bas jusqu'en D18 avec une commande spéciale qui s'appelle **Recopier vers le Bas** (on la trouve généralement dans le menu **Edition**). Cette commande a la propriété d'adapter les formules ligne par ligne. Ainsi elle transforme $=D\$4/C9+D\$5/D\$6+D\7 en $=D\$4/C10+D\$5/D\$6 +d\7 puis en $D\$4/C11+D\$5/D\$6+d\7 et ainsi de suite. L'opérateur \$ empêche cette adaptation et conserve constamment les nombres ainsi désignés.

- On inscrit en E9 la formule $ES\$4/C9+ES\$5/ES\$6+ES\7 et on recopie la formule vers le bas jusqu'en E18.

- On inscrit en F9 la formule $FS\$4/C9+FS\$5/FS\$6+FS\7 et on recopie la formule vers le bas jusqu'en F18.

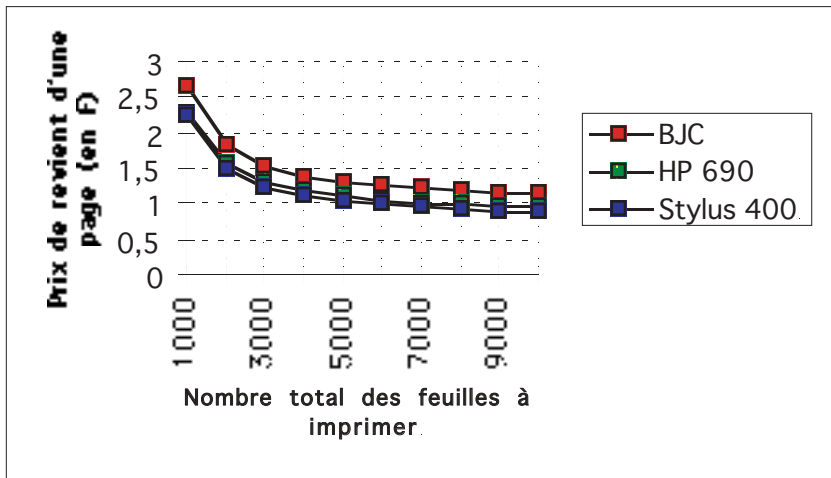
4. En troisième

Comparons maintenant les prix de revient des impressions en couleur. Pour cela, il est intéressant de demander des représentations graphiques qui seront plus agréables à consulter et peut-être plus « parlantes ». Affichons les données nécessaires puis demandons ces représentations graphiques.

Pour cela, il faut :

- sélectionner, avec la souris, la zone dont les coins sont C9, F9, C18 et F18
- passer en **mode graphique**
- choisir, parmi tous les types de graphiques proposés, les *Courbes...*

Voilà ces graphiques :



5. Conclusions

Essayons maintenant de dégager quelques-uns des avantages que présente, pour l'enseignement des mathématiques, le travail avec tableur.

Il développe la rigueur

La réalisation d'une feuille de calcul, même dans le cas d'une situation élémentaire, suppose une réflexion préalable et un plan de travail. On ne peut pas se lancer dans des calculs sans avoir réfléchi à la façon de les organiser et de les présenter dans une feuille de calcul.

Il oblige à écrire correctement les calculs

Les élèves doivent respecter strictement les règles qui président à l'écriture des expressions car l'ordinateur ne laisse passer aucune faute.

Il amène à vérifier et à contrôler le travail effectué

Quand une feuille de calcul est terminée, il faut la tester c'est à dire traiter quelques cas particulièrement simples dont les résultats sont aisément contrôlables afin de s'assurer que la feuille est exempte d'erreurs et remplit bien son but.

Il favorise la compréhension de ce qu'est une formule de calcul

Au lieu d'utiliser des lettres dont le sens lui échappe quelque peu, l'élève utilise des adresses qui ont du sens, puisqu'elles se réfèrent à des lieux, immédiatement localisables dans la feuille. Les formules restent, en quelque sorte, « concrètes ».

Il renouvelle l'approche du calcul algébrique

Avec un tableur, les élèves acquièrent l'habitude de traiter des problèmes dans lesquels on leur demande de trouver des nombres « inconnus ». Ils peuvent ainsi mieux comprendre la différence entre un problème de calcul classique, dans lequel on enchaîne les opérations jusqu'au résultat final, et un problème d'algèbre³. Bien qu'ils puissent « résoudre » assez facilement des équations « compliquées » avec des moyens simples (les essais successifs), ils ne sont pas dispensés pour autant d'une « mise en équation » car la construction d'une feuille de calcul suppose elle aussi une bonne « lecture » de l'énoncé.

L'emploi d'un tableur prépare donc à l'apprentissage de la résolution des équations en lui donnant plus de sens.

Il augmente considérablement les capacités des élèves

Ceux-ci peuvent résoudre de façon approchée des équations qu'ils ne sauraient probablement pas résoudre autrement⁴. Ils peuvent, sans en avoir les capacités théoriques, aborder des problèmes nouveaux comme, par exemple, la recherche d'un optimum.

³ Nous prenons le mot algèbre dans son sens naïf.

⁴ Ceci reste valable au lycée. Qu'on pense à l'étude des suites ou des séries, au calcul des intégrales; etc.

Il favorise chez l'élève la construction du concept de variable

Cette construction présente en fait deux aspects différents.

Des adresses telles que A3, B5, B7, C8, etc., désignent à la fois des cellules mais aussi les nombres qu'elles contiennent. Elles constituent donc une forme nouvelle d'écriture des variables mais, contrairement aux lettres qui seront employées plus tard, leur sens est toujours présent. Quand un élève écrit une formule de calcul qui fait intervenir des adresses et quand il change les valeurs numériques associées à celles-ci, il commence à associer un contenu variable à une désignation fixe.

Pendant la construction du concept de variable ne saurait se ramener simplement à une question d'écriture des variables et des formules. Elle repose aussi sur l'habitude de **faire varier** les données utilisées dans les calculs. Au début du processus d'apprentissage, l'écriture d'une formule ne représente qu'une simple nécessité technique qu'il faut respecter pour pouvoir effectuer le calcul désiré dans un cas particulier. Par la suite, on utilise un tableur pour traiter un problème sous l'angle le plus général possible.

Il renouvelle l'image des mathématiques

Les élèves savent que les tableurs sont des outils qui sont utilisés dans de très nombreux secteurs de la vie active (banque, assurance, commerce, etc). Avec un tableur, le caractère « socialement utile » du cours de mathématiques s'impose⁵ et la grande majorité des élèves a conscience d'acquérir ainsi une réelle formation professionnelle.

⁵ Ce qui ne veut pas dire qu'il faille tomber dans l'utilitarisme ! Les mathématiques ne sont pas qu'un outil mais aussi un mode de pensée.