Dans nos classes
Collège

Le calcul de π en cinquième,
avec une bassine, une caisse carrée et des boulettes de papier

Michel Rousselet
Collège Georges Duhamel, à Herblay (95)

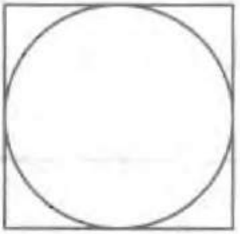
C'est la fin de l'année et vous vous demandez toujours comment traiter cette leçon sur l'aire du disque. A cours d'idée ? Eh bien, je vous en propose un, qui joindra l'utile à l'agréable, le sport à l'activité intellectuelle la plus intense.

1. Objectifs

Il s'agit d'une activité pluridisciplinaire qui conjuguera les subtilités d'un mode de pensée probabiliste à l'exercice musculaire le plus classique. Les compétences littéraires ne seront pas absentes puisqu'il faudra rédiger un compte-rendu de l'expérience[1].

[1] Ajoutons à cela la bonne humeur qui n'a aucune raison d'être absente d'un cours de maths !

2. Préparation

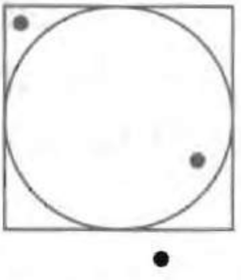


Procurez-vous une bassine de forme circulaire[2] et une caisse carrée qui puisse contenir la bassine en lui étant tangente, conformément au croquis ci-contre.

Invitez alors vos élèves à confectionner des boulettes de papier. Pendant la préparation des boulettes, on évoquera brièvement les propriétés de la sphère. Plusieurs dizaines de boulettes par élève ne seront pas de trop !

3. Action

L'ensemble[3] du matériel étant réuni, invitez chaque élève, muni des boulettes par lui confectionnées, à se placer à 3,43 m de la caisse qui contient la bassine[4]. Ils devront lancer leurs boulettes au hasard dans l'ensemble[5] caisse/bassine.



Reste, dans cette activité, à définir le hasard ! Une bonne solution consiste à demander aux élèves de tourner le dos à la caisse qui contient la bassine et à jeter au jugé les boulettes vers la caisse qui contient la bassine.

La figure ci-contre montre l'état de la bassine après le jet de trois boulettes. La première est tombée aux pieds du lanceur et pas du tout dans la caisse. La seconde est tombée dans la bassine tandis que la troisième a atteint la caisse sans tomber dans la bassine.

4. Résultats

Désignons par N, avec $N \geqslant 2$, le nombre des boulettes qui finalement, arrivent dans le couple caisse/bassine et désignons par B le nombre de celles qui atterrissent dans la seule bassine. Quant aux autres, cela n'a rigoureusement aucune espèce d'importance !

Pour N et B suffisamment grands, le rapport B/N est pratiquement égal à $\pi R^2/(2R)^2$. On en déduit alors que 4B/N est une valeur approchée de π.

---

[2] C'est-à-dire ronde.

[3] Naturellement, ce mot ne sera pas prononcé devant les élèves.

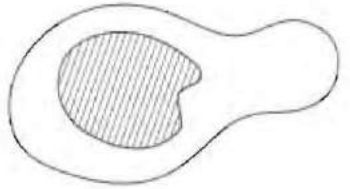
[4] Si c'est à 3,42 m ou même à 4,67 m, cela n'a aucune espèce d'importance.

[5] Voir note 3.

5. Généralisations

Ce qui précède est évidemment généralisable.

- Plaçons dans un récipient de forme quelconque et d'aire A un second récipient d'aire A', lui aussi de forme quelconque (voir figure ci-contre). S'ils reçoivent respectivement a et b boulettes, le nombre b/(a + b) est une valeur approchée de A/A'.



- Au lycée, on pourra prendre une bassine de forme elliptique[6] inscrite dans une caisse rectangulaire de dimensions 2a et 2b. Connaissant π, les élèves pourront utiliser les résultats obtenus pour conjecturer la formule $A = \pi ab$ donnant l'aire de l'ellipse.

5. Une simulation sur ordinateur

Pour les collègues qui préféreraient, c'est leur droit, des méthodes plus calmes, il est possible de simuler les lancers de boulettes sur un ordinateur[7]. Le programme dessine les impacts des boulettes sur l'écran et comptabilise les résultats[8]. Voici les résultats[9] de cette simulation pour une série de 50 lancers de 1000 boulettes chacun :

767	805	779	790	772	772	785	783	802	762
774	804	762	793	788	760	786	764	767	797
787	780	786	793	768	782	771	801	777	782
787	798	798	787	786	789	799	793	795	783
790	783	798	790	766	790	793	789	796	777

En faisant la moyenne de ces résultats, on obtient 3,138 64 comme valeur approchée de .

En lançant 500 000 boulettes en une seule fois, on enregistre 392 316 boulettes dans la bassine d'où $\pi \approx 3{,}138\,528$.

[6] Bien que ce soit relativement difficile à trouver dans le commerce.

[7] Ce type de simulation qui fait appel au "'hasard" est connu sous le nom de méthode de Monte-Carlo.

[8] Pour un lancer de 1000 boulettes, quelques secondes suffisent avec un Pentium 133.

[9] On peut se demander si le générateur de nombres aléatoires lié au langage est réellement satisfaisant, autrement dit, si les nombres de la série sont réellement des nombres au hasard. Pour le savoir, on consultera avec profit S. A<ïvazian, Etude statistique des dépendances. Editions Mir. 1978.

Remarque : Au lycée (et au-delà), on pourra utiliser la même méthode pour calculer de manière approchée des intégrales définies, par exemple $\int_1^2 \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$.

6. Bibliographie

- Le lancer de poids. *Parry O' Brien*. Editions de la pesanteur. New-York. 1970
- Et pourtant elle tourne ! *Galilée*. Editions de la tour de Pise. Rome 1960
- Le lancer de dés avec un sifflet en trois leçons. *Max Jacob et Jacques Raibaud*. Saint-Jean de Maurienne. 1996.
- Les probabilités à l'école. *Maurice Glaymann et Tamas Varga*. Editions Cedic 1975
- Les certitudes du hasard. *Arthur Engel*. Aleas éditeur. 1990.
- Dossier Pour la Science : Le hasard. Avril 1996.
- Théorie des probabilités. *H. Ventsel*. Editions Mir. 1973
- Numéro spécial sur π. Supplément au petit Archimède. 1980.