

Tribune libre

Des mathématiques pour tous ET pour chacun

Jean Pierre Boudine

Différents textes de collègues, dans notre *Bulletin* ou dans celui de sociétés voisines, ont exprimé de l'inquiétude à propos des tendances dans les résultats de la formation scientifique qui résulte de nos classes de collèves et de lycées. Je fais allusion à ce qui se dit à propos du niveau, des connaissances, de la capacité de raisonner, de démontrer, et même de témoigner d'un certain savoir faire dès que l'on s'éloigne des rails du "problème type", particulièrement en mathématiques.

Les réflexions qui suivent pourront sembler à juste titre sans possibilités d'applications immédiates.

Elles veulent remplir ce qui me paraît être un certain "devoir d'utopie". Les initiatives qui pourraient s'en déduire ne constitueraient de toutes façons à aucun degré une panacée. Les difficultés de la société toute entière, les trois millions de chômeurs et les innombrables conséquences en chaîne de la dégradation de la situation sociale dominent de haut les difficultés de l'école.

Des réflexions, comme celles qui suivent, bornées à l'école ne peuvent avoir qu'une portée limitée.

Je suppose néanmoins qu'elles auront un sens, si elles jettent une lumière sur une partie des causes de la situation.

Une pyramide monolithique

I - Je voudrais attirer l'attention sur deux caractéristiques de notre système scolaire, son monolithisme et le caractère pyramidal des enseignements. Par monolithisme j'évoque ce fait relativement rare dans le monde que nos

Bulletin APMEP n° 413 - Décembre 1997

élèves attendent, pour ceux qui sont dans les voies de l'enseignement secondaire long, la classe de première, c'est à dire en moyenne 17 ans, pour rencontrer une différenciation entre voies scientifiques, littéraires, technologiques. Ceux que cette comparaison pourrait intéresser vérifieront que dans la plupart des systèmes scolaires étrangers, en particulier en Angleterre, en Allemagne, au Japon et dans les pays anciennement dits de l'Est la situation est beaucoup plus souple. De telles différenciations existent en quatrième, en troisième ou en seconde.

Naturellement, comparaison n'est pas raison et les systèmes en question sont profondément différents, par exemple en Allemagne la situation diffère d'un "Land" à l'autre, et en Angleterre, la séparation Public/ Privé est beaucoup moins tranchée que chez nous, ce qui rend les comparaisons encore plus hasardeuses. Ceux qui se comparent le plus facilement au système français sont les systèmes de l'Est, par exemple le système polonais. En Pologne, la première division entre scientifiques, littéraires, et techniques a lieu en troisième.

Sans pouvoir, je le reconnais, traiter de cette question - la comparaison des systèmes sous cet angle - de manière assez approfondie, je retiens que notre système est le plus généraliste possible.

Quelques pays, comme l'Espagne, font comme nous, aucun ne recule encore davantage le début des cursus à profil.

Ce que j'appelle le caractère pyramidal concerne l'enseignement des différentes matières. Il s'agit du fait que dans presque toutes les disciplines, notre enseignement a pour but la constitution d'un corps assez complet de connaissances, presque jamais d'une simple imprégnation méthodologique, ou de quelque chose de plus vague : contact, coup d'œil, notions. Donc ce qu'on enseigne une année devra être utilisé pour bâtir ensuite ce que l'on enseignera, et ainsi de suite en direction d'un sommet, le niveau professionnel ou celui de la recherche.

Cela peut sembler très naturel et positif, mais je ne suis pas certain que ce schéma soit nécessairement toujours le bon.

L'école vise en principe deux buts distincts : la formation de bons citoyens, et la formation de bons professionnels. Le second objectif suppose une formation assez pointue et spécialisée, le premier au contraire une formation culturelle assez large.

Il doit donc y avoir compromis.

Je prétends que l'exagération du monolithisme et la trop grande généralité du schéma pyramidal sont contradictoires à chacun de ces objectifs.

Différenciation ou pas ?

II - Il ne semble pas nécessaire de chercher bien loin les raisons du refus, maintenu aussi longtemps que possible, de la différenciation. C'est qu'elle est considérée comme mutilante. Quand un jeune choisit d'étudier sérieusement une discipline, ou un groupe de disciplines, du même coup, il renonce à en étudier plusieurs autres.

Il est clair que chacun de nous, d'ailleurs, ignore de vastes domaines de la culture de l'humanité.

Dans le meilleur des cas, il a au moins la conscience de l'importance de ces manques, et de leur caractère irréparable. Celui qui, par exemple, n'a qu'une très vague idée de l'aventure de l'architecture depuis cinquante siècles, n'a pas lieu de s'en consoler par le fait qu'il connaît l'anatomie comparée ou plusieurs langues orientales, ou des mathématiques, et vice versa. Nous avons un peu tendance à considérer que l'échantillon des connaissances humaines qui est proposé aux lycéens (et qui par exemple exclut à peu près la musique, la peinture, le droit...) est représentatif, et que ce qui ne s'y trouve pas n'est pas aussi essentiel que ce qui s'y trouve. Mais à y regarder de près ce n'est guère tenable. La vraie raison c'est qu'on ne peut pas tout imposer aux lycéens entre dix et dix-sept ans.

Et on impose en effet une trop grande dispersion.

On ne devrait pas souhaiter qu'un jeune sache superficiellement des bribes sur (soi disant) à peu près tout, mais plutôt qu'il s'engage avec passion dans l'étude sérieuse d'un groupe de disciplines pour lequel il manifeste des aptitudes et du goût. L'élargissement viendra d'autant mieux par la suite. On oublie trop facilement que les connaissances et la culture ne s'acquièrent pas seulement à l'école, mais, heureusement, tout au long de la vie.

Il y a une autre raison, plus brutale, au refus de la "spécialisation". C'est qu'elle est vécue comme une possibilité d'exclusion. On va rester dans la voie royale, la voie moderne, la voie utile, c'est à dire la voie scientifique, ou bien on en sera exclu.

Je me demande jusqu'à quel point nous sommes nous-mêmes libérés de ce préjugé que je crois universel, en dépit des protestations.

La réalité est toute autre. La sociologie, la psychologie, la politique, le droit, la philosophie, la morale, l'histoire, la géographie humaine, la linguistique, sont des disciplines dont l'importance dans le monde moderne augmente visiblement. Ce sont des disciplines d'une utilité et d'une modernité criantes.

A tel point que je ne crois pas devoir présenter les disciplines scientifiques, que j'aime, sous l'angle de l'utilité et des retombées de la haute tech-

nologie, dont les inconvénients sociaux peuvent faire plus, aujourd'hui, que balancer les avantages, mais plutôt comme d'importantes contributions culturelles faisant à ce titre partie du patrimoine mobilisable de l'humanité.

Voir les choses ainsi encourage à souhaiter d'autres filières d'exigence et de qualité que les filières scientifiques. Elles pourraient et devraient alors être plus précoces, car l'âge de l'enthousiasme, nous le savons bien, est déjà un peu dépassé à quinze ans.

Quelles mathématiques pour les non scientifiques

III - Admettons, puisqu'il s'agit d'utopie, qu'il en soit ainsi. Cela m'amène à poser la question de savoir quelles mathématiques on devrait enseigner dans les filières qui ne seraient pas principalement scientifiques. C'est là qu'il me semblerait utile de remettre en cause le schéma pyramidal. Je n'ai pas une connaissance complète de tous les programmes actuels en mathématiques et il me semble que dans l'ancienne terminale "philo", on n'avait pas le toupet d'enseigner benoîtement une version tronquée et affaiblie du programme des terminales scientifiques. Ce que je vais proposer existe sans doute déjà un peu, mais il me semble qu'on devrait aller beaucoup plus loin (et surtout plus tôt) dans cette voie.

On devrait aborder des sujets étendus, par exemple, sur deux mois, et non réutilisés (ou peu) dans la suite, ce qui ne signifie pas une absence de progression. Quand on étudie Molière, puis Diderot, puis Victor Hugo, il n'y a pas à proprement parler réutilisation des connaissances, mais on peut et on doit avoir culturellement mûri.

Je ne pense pas non plus qu'il faille éviter toute technique. Ce qui est difficile en mathématique n'est pas tant l'acquisition d'une technique que son assimilation profonde, qu'elle devienne une "routine" ne nécessitant presque plus d'attention, de manière à ce qu'on puisse bâtir dessus une autre technique, et plus tard encore d'autres. C'est cet empilement qui est vraiment difficile, qui réclame des aptitudes et du goût. Cet empilement caractérise l'apprentissage de la discipline mathématique.

Par exemple, nous n'enseignons pas le calcul différentiel à des élèves qui ne sauraient pas rechercher les racines d'une équation, ni étudier le signe d'une expression algébrique, car nous pensons à l'utilisation de la dérivée pour connaître les variations d'une fonction. Mais des élèves "philosophes" pourraient utilement aborder l'oeuvre de Newton, et par exemple, les polémiques de l'époque (les objections de Berkeley) sans savoir résoudre aucune équation. On ne leur présenterait que quelques unes des technicités propres au calcul des quantités "fluentes".

On pourrait d'ailleurs aussi leur faire un cours sur les équations, depuis

les techniques égyptiennes et babyloniennes jusqu'à la longue histoire de la cubique et de la quadrique (OMAR KHAYYAM, CARDAN, DEL FERRO, TARTAGLIA, BOMBELLI)... mais sans compter réutiliser ces techniques ensuite. Il s'agirait de choisir les sujets pour leur pertinence culturelle (y compris donc scientifique) mais sans une visée de maîtrise et d'utilisation professionnelle. Chacun pourra, ne serait-ce qu'en feuilletant le livre d'AMY DAHAN DALMEDICO "Routes et dédales", ou le "Mathématiques à travers les âges" de DHOMBRES, trouver dix ou cent sujets pertinents. PLATON et ses polyèdres, LEIBNIZ et sa série pour pi, HUYGENS et les statistiques, GAUSS et la topographie des basses terres, PASCAL et son triangle, AL HAAZEN et la réflexion sur des miroirs sphériques, DESCARTES et l'arc en ciel, la conquête de la perspective, les vibrations, de Daniel BERNOULLI à FOURIER en passant par d'ALEMBERT, je crois que chaque sujet peut présenter un intérêt culturel, historique, méthodologique (vraiment éclairant quant à savoir ce que sont les mathématiques) et introduire à une problématique moderne.

Des sujets d'allure plus ludiques peuvent présenter un intérêt voisin : pavage du plan par des polygones réguliers, recherche semi-empirique de solutions de l'équation de PELL-FERMAT, applications du principe des tiroirs, premiers éléments de théorie des graphes, FIBONACCI, nombre d'or, suites finies, carrés magiques !

Mathématiques plurielles

IV - On peut enseigner DES mathématiques aux uns, et la discipline mathématique aux autres, ceux qui j'auront choisie.

Cela obligerait chacun de nous à quelques efforts, naturellement : les ouvrages d'AMY DAHAN, HOURYA SINACEUR et JEAN DHOMBRES ne sont pas encore au programme du CAPES ! Mais je suis certain que les enseignants de mathématiques seraient plus disponibles que d'autres pour une telle évolution. De tous temps les mathématiques ont été une discipline au coeur de la culture.

Des mathématiques pour tous, mais des mathématiques plurielles, pour finir, permettraient de vraies filières scientifiques. Face à des élèves qui auraient choisi cette voie, dès l'âge de treize ou quatorze ans, nous aurions moins de difficulté à obtenir le souci et la capacité de la démonstration, des connaissances et un niveau décent.