Calcul du taux de croissance moyen

Yves Husset

Dijon

Dans un article paru dans le *Bulletin*, Jean-Pierre FORGES a traité des pourcentages, coefficients multiplicateurs et indices, instruments dont les économistes sont friands [1]. La présente note vise à ajouter à la liste la notion de *taux de croissance moyen.*

La brochure *«Le bac 1995, les nouvelles épreuves»*, réalisée par le CNDP avec le concours de l'Inspection Générale et de la Direction des lycées et collèges dans le cadre de la dernière réforme du baccalauréat, présente un certain nombre d'exemples de sujets. C'est ainsi que dans l'épreuve de *sciences économiques et sociales*, dénommée "question de synthèse étayée par un travail préparatoire", on trouve la question suivante :

A partir du document suivant, calculer le *taux de croissance moyen annuel* du PNB par tête pour la Corée du Sud et la Côte d'Ivoire entre 1965 et 1991.

PNB par tête
(en $ courants)

Année / Pays	1965	1991
Corée du sud	106	6340
Côte d'Ivoire	254	690

Il s'agit là d'une question très classique en science économique.

Soit une grandeur G qui prend les valeurs G_0 à la date 0, G_1 à la date 1 (un an après),... , G_n à la date n (n années après).

Le taux de croissance moyen annuel est le taux de croissance qui, appliqué chaque année, conduirait à la même valeur finale G_n en partant de la même valeur initiale G_0.

On voit donc que T est donné par la formule

(1) $G_n = G_0(1 + T)^n$

et il en découle les formules suivantes :

(2) $G_0 = G_n(1 + T)^{-n}$

(3) $T = (G_n / G_0)^{1/n} - 1$

(4) $n = \ln(G_n / G_0) / \ln(1 + T)$

Remarque 1 : On observera que la formule (4) permet de calculer de manière précise le temps mis par un phénomène pour doubler (par exemple) : il suffit d'écrire $\ln(G_n / G_0) = \ln 2$. Une façon très rapide d'obtenir un résultat approché a, par ailleurs, été exposée précédemment dans le *Bulletin* [2].

Remarque 2 : Supposons connus les taux de croissance d'une année sur l'autre au cours de toute la période : $T_1, T_2, \ldots, T_n$. On voit que l 'on peut écrire :

(5) $$T = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^{n} (1 + T_k)} - 1$$

$(1 + T)$ est la moyenne *géométrique* des $(1 + T_k)$.

Pour en revenir à la brochure ministérielle précitée, en désignant par T_{CS} (resp. : T_{CI}) le taux de croissance moyen annuel pour la Corée du Sud (resp. pour la Côte d'Ivoire), les réponses attendues étaient :

$T_{CS} = (6\,340 / 106)^{1/26} - 1 = 17{,}40\%$

$T_{CI} = (690 / 254)^{1/26} - 1 = 3{,}92\%$

ce qui permet de mettre en évidence l'évolution spectaculaire de la Corée du Sud, l'un des quatre "dragons" d'Asie...

Bibliographie

[1] FORGES J.P., *Calculs sur les pourcentages, variations d'une grandeur*, Bull. APMEP n° 380, Sept.91

[2] REISZ D., *Un truc de banquier ou de l'usage des approximations affines*, Bull. APMEP, avril/mai 1992.

[3] SCHLACTHER D., *Comprendre la formulation mathématique en économie*, Hachette sup. 1990.