

Comment diviser un angle θ en n parties égales, avec un com- pas et une règle flexible

Abdolreza Moghadassi

Université Lyon I*

Introduction

Pendant longtemps, la division d'un angle en trois parties, à l'aide d'une règle droite non graduée et d'un compas était un sujet intéressant pour les spécialistes des sciences de la géométrie. Jusqu'à présent, on parle même de l'impossibilité d'une telle réalisation.

Etant donnée la nécessité de cette résolution, j'ai longtemps réfléchi pour trouver un début de réponse. La solution que je propose dans cet article est donc le résultat de nombreuses réflexions. Il s'agit de diviser un angle en trois parties (ou plus) égales, en utilisant seulement un compas et une règle flexible.

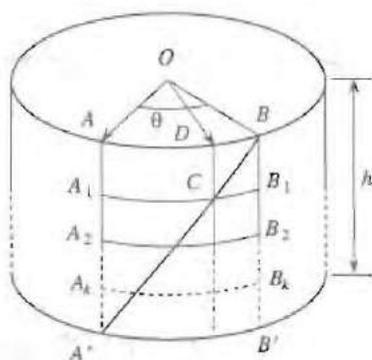
Lemme

La division d'un angle en n parties égales est équivalente à la division d'un arc de cercle en n parties égales.

Démonstration

Pour diviser un angle θ en n parties égales, il faudra d'abord tracer la

mesure de l'angle \widehat{AOB} égale de l'angle θ sur la section droite d'un cylindre, avec une hauteur h et un rayon r . Ainsi, l'arc AB se situe en face de \widehat{AOB} . La division de cet angle, à l'aide des outils existants, s'effectue donc de la façon suivante :



1 - On trace les génératrices AA' et BB' qui sont égales à h . Ces deux génératrices, comme nous le savons, sont perpendiculaires à la section du cylindre. De ce fait, les arcs AB et $A'B'$ sont égaux.

2 - Il faudra ensuite diviser les deux génératrices en un nombre déterminé de segments égaux. La détermination du nombre des segments envisagés dépend en fait du nombre de la division de l'angle qu'on souhaiterait effectuer. De ce fait, on obtient les rapports suivants pour les segments :

$$AA_1 = BB_1 = A_1A_2 = B_1B_2 = \dots = \frac{1}{n} h$$

3 - Une fois les génératrices divisées, on doit relier les points B et A' , en traçant une ligne par l'intermédiaire d'une règle flexible. La ligne BA' coupe donc l'arc A_1B_1 en C . D'où $CB_1 = \frac{1}{n} A'B' = \frac{1}{n} AB$. (selon la loi de Thalès.

Rappelons que le quadrilatère $ABB'A'$ est un rectangle lorsqu'il est situé sur un plan).

Si, sur l'arc AB , on sélectionne un arc BD de même mesure que l'arc CB_1 , on peut alors déduire les rapports suivants :

$$DB = CB_1 = \frac{1}{n} A'B' = \frac{1}{n} AB. \text{ donc } \widehat{BOD} = \frac{1}{n} \widehat{AOB} = \frac{1}{n} \theta.$$

Conclusion

Dans ce rapport, nous avons montré qu'on peut diviser un angle ou un arc d'un cercle en n parties égales à l'aide d'un compas et d'une règle flexible (ou un fil). Cette solution permet aussi de diviser n'importe quel angle en n parties inégales.**

*Abdolreza MOGHADASSI : LAGEP, URA CNRS D1328 - Université Claude Bernard - Lyon I (moghad@lagep.univ-lyon1.fr)

**Je tiens à remercier M. Seyed Mohammad MAHMOUDI, Université Lumière Lyon II, pour ses aides, conseils et encouragements très précieux.