

Dans nos classes : Lycée

Etude des processus de vérification mis en œuvre par les élèves de Première S

Sylvie Coppé

Lyon

Dans cet article, je me propose de donner des résultats à propos d'une recherche sur les processus de vérification mis en œuvre par les élèves de première S dans deux situations différentes du point de vue des enjeux institutionnels et de la gestion du temps : une situation de recherche de problème hors-classe et une situation classique d'enseignement à savoir le devoir surveillé (S. Coppé (1993)).

Quelques réflexions préliminaires ont guidé mon étude. Tout d'abord, en tant qu'enseignante, j'ai toujours été étonnée des réponses surprenantes que l'on peut trouver dans les cahiers ou les copies d'élèves. On se demande par exemple, pourquoi des élèves laissent sur leur copie des réponses que l'on trouve aberrantes. On peut alors penser, comme Y. Chevillard (1988a), que l'absence de vérifications provient d'un effet dû au contrat didactique (G. Brousseau (1986)) car la responsabilité de la validité des résultats trouvés revient au maître et non à l'élève. Celui-ci estime donc avoir fait son travail d'élève quand il a donné une réponse et c'est au maître de décider si cette

réponse est correcte.

Si on considère la situation de devoir surveillé et son importance institutionnelle, on se rend compte que, d'une part, les élèves ont tout intérêt à vérifier pour donner un résultat exact et pour avoir une bonne note mais que, d'autre part, ils ne doivent pas négliger d'autres facteurs, par exemple la limitation du temps, qui elle, n'encourage pas à la vérification. Un élève qui dans une copie de bac ajouterait qu'il a vérifié un résultat soit pour le confirmer, soit pour l'infirmer, y gagnerait-il quelques points ? Ce n'est pas sûr. J'ai donc fait l'hypothèse que l'élève fait, de façon implicite, une évaluation de la situation et de ses enjeux avant de vérifier. C'est ce qui lui permet de décider s'il met en œuvre ou non un processus de vérification et lequel.

1- Quelques points de vue sur les vérifications

Dans une première approche, on constate que les termes "vérification" et "vérifier" font partie du langage courant contrairement à "démontrer" ou "valider" qui, même s'ils sont employés quelquefois dans le langage courant, restent attachés à certains domaines. Ainsi dans le Petit Robert on trouve : VERIFICATION : "*contrôle, épreuve, contre-épreuve, examen, expertise, confirmation, le fait de s'avérer exact.*" VERIFIER : "*examiner la valeur de quelque chose par une confrontation avec les faits ou par un contrôle de cohérence interne.*"

Ceci a une conséquence importante car souvent, quand on parle de vérifications, on ne précise pas ce que l'on fait quand on vérifie. Par exemple, J. Hadamard (1945), dans un livre ayant pour sujet la découverte en mathématique, développe l'idée d'un travail inconscient qui précède toute invention mathématique et qui se décompose en trois phases : préparation, incubation, illumination. La phase suivante est une phase de vérification qui sert à réduire le doute face à un résultat ou à être complètement sûr. Cependant il ne précise pas ce qu'il fait quand il vérifie un peu comme si, ce terme faisant partie du langage courant, il l'utilisait en considérant qu'il y a un consensus sur son emploi et donc qu'il se suffit à lui-même sans autre précision.

Pour les élèves c'est la même chose. Lors d'entretiens non directs, ceux-ci emploient naturellement et fréquemment les termes "vérifier" ou "vérification" ou bien "je (ne) suis (pas) sûr de moi", mais il s'agit en fait d'expressions qui ne donnent pas de renseignements sur ce qu'ils ont fait. De plus, ils disent qu'ils font des vérifications mais qu'en général, elles restent sur leur brouillon (ou dans leur tête) et ils en donnent spontanément des exemples : faire les calculs deux fois, employer deux méthodes différentes ou bien utiliser les ordres de grandeur ou le dessin en géométrie.

En ce qui concerne le discours des enseignants sur les vérifications dans

l'échange didactique avec les élèves (et non sur les vérifications employées par les professeurs quand eux-mêmes cherchent un problème), j'ai pu constater que le mot vérification amène des réactions fort variées, d'une part quant au sens que lui attribuent les enseignants, d'autre part quant à l'emploi qu'ils en font dans leur cours, certains s'interdisant même de l'employer. La seule constante est le fait que la vérification est souvent comparée à la démonstration du point de vue de la rigueur, de la précision. Bref, on peut dire qu'elle désigne plutôt une "sous-démonstration", un "simple calcul", "l'application d'une méthode suggérée", etc.

Enfin, j'ai recherché les termes vérifier et vérification dans les manuels de mathématique de 1ère S, édition 1988. J'ai pu constater que ces termes étaient peu employés dans les livres de cette époque (il serait certainement intéressant de reprendre cette étude avec des manuels récents pour voir l'évolution). On les trouve quelquefois dans le texte du cours dans des expressions de type "on vérifiera que", "on peut vérifier que" ce qui sous-entend que ce ne sera pas fait ici, que ce travail est laissé au soin du lecteur. Dans les exercices, on trouve "vérifier que" en première question d'un exercice, quand celle-ci est évidente, que la réponse est donnée dans le texte et/ou que cette question est simplement faite pour aider l'élève à faire la suivante. Par exemple, vérifier que 1 est solution de l'équation $2x^3 - 3x^2 - 14x + 15 = 0$ puis résoudre l'équation.

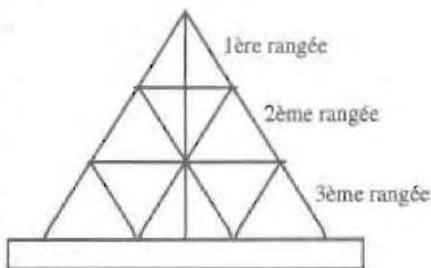
2 - Les problèmes étudiés

J'ai fait deux types d'expérimentation avec des élèves de 1èreS. La première en situation hors-classe : deux élèves volontaires viennent, en dehors de la classe et du temps scolaire, chercher ensemble un problème. Ils doivent se mettre d'accord sur la solution et ils ne disposent que d'un seul crayon (cela doit les obliger à travailler ensemble et à dire ce qu'ils font). J'ai enregistré toute la recherche au magnétophone et j'ai conservé les traces écrites de leur travail.

Le problème était le suivant (S. Coppé (1988)).

Problème du château de cartes : On construit un château de cartes suivant le schéma ci-dessous. Si le château comporte 3000 cartes, combien peut-on faire de rangées ?

Les élèves avaient pour consigne de se mettre d'accord sur la solution et d'indiquer quand ils



pensaient avoir terminé. Ils avaient tout le temps qu'ils jugeaient nécessaire. C'est un problème classique de Première S, on le trouve avec différents "habillages" dans les manuels.

La seconde concerne l'étude des devoirs surveillés. Pour avoir des observables, j'ai ramassé toutes les copies et brouillons des élèves d'une classe de première S, puis après une première analyse de ces documents, j'ai sélectionné quelques élèves avec qui j'ai eu un entretien visant à leur faire raconter ce qu'ils avaient fait pendant le devoir. Pour cela, j'ai utilisé la technique de l'entretien d'explicitation développée par P. Vermersch (1994).

Les textes des devoirs étaient ceux donnés par le professeur de la classe, je ne suis intervenue ni sur la progression du cours, ni sur le choix des textes. J'ai travaillé pendant deux ans, avec trois classes de Première S et j'ai ainsi environ quarante cinq entretiens portant sur cinq problèmes ou exercices.

La nature des problèmes posés est bien sûr différente de celle du château de cartes puisque ce sont des problèmes de réinvestissement de connaissances et non de recherche (cette classification étant bien sûr faite du point de vue de l'expert puisqu'il n'est pas sûr a priori que l'élève les reconnaisse comme tels). Pour chaque problème, nous avons fait, avec l'aide du professeur de la classe, une analyse a priori des stratégies de résolution et des processus de vérification en fonction des connaissances supposées des élèves au moment du devoir. J'ai ensuite analysé les documents (copie, brouillon (quand les élèves en avaient fait un) et texte de l'entretien) en fonction de cela et j'ai essayé de reconstituer la démarche des élèves.

3 - Les vérifications

Voici la définition des processus de vérification que j'ai élaborée, suivie de quelques commentaires.

Dans une situation de résolution de problème, pour une question, un élève a identifié un résultat partiel ou final et il se pose la question de la validité de son résultat. Nous appellerons vérification tout argument avancé ou toute action mise en œuvre par l'élève pour limiter l'incertitude sur le résultat, si l'élève en a besoin, à ce moment là et dans cette situation. Une vérification a pour conséquence, soit d'accroître la vraisemblance et éventuellement d'acquiescer la certitude du résultat, soit d'engendrer un doute plus grand et éventuellement de déboucher sur une phase de rectification.

3.1 - Identification d'un résultat partiel ou final

Tout d'abord, je rappelle que c'est bien l'élève qui décide de la fin de la résolution en fonction de ses propres critères d'arrêt, qui ne sont pas forcément ceux de l'expert. Je dois préciser cela car j'ai constaté, soit lors de travaux dans ma classe, soit lors d'observations de binômes en situation hors-

classe, que souvent les élèves semblent avoir trouvé la solution du point de vue du maître (ou de l'observateur) puis, qu'à la surprise de celui-ci, ils continuent leur recherche car ils n'ont pas identifié le résultat auquel ils sont arrivés comme étant le résultat attendu. Ceci illustre le fait que leur représentation du problème, et notamment celle du but à atteindre, n'est pas forcément la même pour l'élève et pour l'expert.

3. 2 - *L'influence de la situation*

La situation dans laquelle se trouve l'élève et l'évaluation des risques et des enjeux, sont, pour moi, des points essentiels. Ceci avait déjà été souligné par N. Balacheff (1988) et par C. Margolinas (1989) puisqu'ils indiquaient que les processus de vérification faisaient partie des processus de preuve car ils visent bien à "s'assurer de la validité d'une proposition" (N. Balacheff), qu'ils sont liés à la situation dans laquelle se trouve l'élève et à l'évaluation de ses enjeux mais qu'ils ont un caractère particulier car ils reposent sur le doute et non sur une relative certitude (C. Margolinas). Pour illustrer cela, je rappelle la métaphore de Popper (1972) sur la pièce : *"Lorsque j'achète un livre et que le libraire me rend vingt pence de monnaie, je suis "tout à fait certain" que les deux pièces ne sont pas des contre-façons (...). Si quelqu'un me demandait "êtes-vous certain que la pièce dans votre main est une pièce de dix pence ? ", je lui jetterais peut-être à nouveau un coup d'oeil et dirais "oui". Mais si quelque chose d'important dépendait de la vérité de mon jugement, je pense que je prendrais la peine de me rendre dans la banque la plus proche et de demander au caissier d'examiner la pièce; et si la vie d'un homme en dépendait, j'essaierais même de voir le chief cashier de la banque d'Angleterre, et je lui demanderais de certifier l'authenticité de la pièce."*

Ainsi, l'élève va évaluer rapidement l'intérêt qu'il a à faire une vérification et même dans certains cas laquelle ; je veux dire ainsi qu'il y a des enjeux qui incitent (ou non) à vérifier, et que suivant la détermination qu'il fait de ces enjeux, l'élève emploiera différents types de vérification (s'il les a à sa disposition bien sûr) allant des plus simples et des plus rapides à des vérifications plus longues nécessitant des connaissances mathématiques élaborées qui apportent peut-être une plus grande certitude. Ainsi, en devoir surveillé, à cause de la limitation du temps, j'ai pu voir que certains élèves laissaient sur leur copie un résultat dont ils doutaient fortement alors que d'autres poursuivaient leur recherche pour être plus sûrs d'eux.

Cependant, la situation n'est toujours seule en cause puisqu'il y a également des critères liés à l'élève. Le premier est la disponibilité des processus pour l'élève, c'est-à-dire qu'il faut qu'il possède les connaissances nécessaires pour cette mise en œuvre. Ces connaissances peuvent être relatives à

des savoirs ou savoir-faire mathématiques, elles peuvent porter sur l'utilisation d'instruments comme, par exemple, la calculatrice ou les instruments de géométrie mais elles peuvent également porter sur des objets relevant du contrat didactique. Elles sont nécessaires pour employer ce que j'appelle les vérifications externes.

Ensuite, il est facile d'imaginer que la longueur du procédé est une variable importante. C'est-à-dire que si la vérification est trop longue (plus longue que la résolution) ou trop compliquée l'élève n'aura pas tendance à la mettre en œuvre.

Enfin, puisqu'il s'agit pour l'élève, finalement, d'être sûr de son résultat, il faut qu'il soit également sûr de sa vérification. Plus précisément, s'il obtient deux résultats différents, un de façon directe et l'autre par une vérification, il devra ensuite choisir, s'il en a les moyens, lequel il retiendra.

3.3 - *Vraisemblance ou certitude*

Après avoir fait une vérification, il se peut que l'élève ait la certitude de son résultat, alors que pour l'expert il s'agit seulement de vraisemblance. Il y a là une différence de point de vue importante dont l'élève n'est pas forcément conscient, car, pour lui, il n'est pas toujours important de distinguer vraisemblance et vérité, cela dépend de la situation. Le problème de la vérité mathématique n'est pas forcément le problème de l'élève à ce moment-là.

Par exemple, en devoir surveillé, l'élève sait que la méthode a une grande importance dans la note attribuée ; si la méthode est correcte et qu'il a simplement fait une erreur de calcul, il aura tout de même une bonne note (par contre, s'il donne le résultat seul, il risque d'avoir 0 à la question). Donc, si l'élève est sûr de sa méthode, il n'aura pas forcément tendance à vérifier le résultat, la vraisemblance lui suffisant dans cette situation.

3.4 - *Sur quoi portent les vérifications*

Comme je l'ai déjà dit, quand un élève dit qu'il est sûr de lui, il est important de déterminer sur quels objets cela porte car il y a différents cas.

Il peut être seulement sûr du résultat. C'est souvent le cas en géométrie ; par exemple, un élève a trouvé un ensemble de points en utilisant un dessin mais il n'est pas sûr de sa démonstration.

Il peut être sûr de la méthode et pas du résultat. Ainsi, j'ai constaté que les vérifications ne portaient pas forcément sur le résultat en lui-même, mais, par exemple, sur la méthode qui a permis d'arriver à ce résultat ou bien sur les critères de choix de cette méthode. Par exemple, dans le problème du château de cartes, les élèves construisent une suite dont le terme général représente le nombre de cartes par rangée. Ils calculent alors la somme des

termes qui est égale à 3 000. Ils doivent alors résoudre une équation du second degré dont une solution est le nombre de rangées. Les vérifications les plus nombreuses portent sur l'expression générale de la suite, très peu sur la résolution de l'équation du second degré, mais les élèves disent tout de même qu'ils sont sûrs de leur réponse.

En résumé, on peut donc dire que les vérifications peuvent porter sur le résultat ou sur le procédé de résolution (entièrement ou en partie) ou sur les critères qui ont déterminé le choix de la méthode ou enfin sur l'adéquation question/réponse.

De plus, dans les entretiens, on constate que certains élèves disent n'être jamais sûrs d'eux. A première vue, on peut rapprocher ces opinions de celles, bien connues, sur la fatalité d'être "bon en mathématiques". Il semblerait intéressant de pouvoir déterminer de façon plus précise les critères qui amènent les élèves à dire cela.

Enfin, si l'élève se contente de fournir un résultat sans porter une appréciation sur celui-ci, il est bien évident qu'il ne va pas mettre en œuvre de processus de vérification puisqu'il a pas de critères de jugement de son résultat. Il n'a pas de certitude, cela semble évident, mais on ne peut pas dire non plus qu'il doute puisque le doute ne s'apprécie que par rapport à des certitudes qu'il n'a pas. Ou alors, ce qui revient au même, il doute de tout. C'est souvent le cas des élèves en grande difficulté à propos desquels J. F. Richard (1990) signale qu'ils ne vérifient pas leurs résultats dans le sens où, par exemple, ils ne recherchent pas les contradictions qui peuvent apparaître entre les différentes données et leurs connaissances. Le cas limite de cette attitude est ce que Y. Chevillard (1988b) appelle le "rapport anémique au savoir". L'élève ne sait rien de son résultat parce qu'il ne pense pas avoir les moyens d'avoir une indication sur la validité de son résultat. Le rapport qu'a l'élève à l'institution scolaire fait qu'il laisse au maître le soin de décider de la validité de ses actions, sans en prendre une part de responsabilité.

3.5 - La représentation du problème

Pour pouvoir résoudre un problème, l'élève doit en construire une représentation. C'est souvent ce que l'on entend par "comprendre le problème". J. M. Hoc (1987) ou J. F. Richard (1990) indiquent qu'il faut au moins avoir une représentation du but à atteindre. Or les vérifications sont faites dans le cadre de la représentation du problème qu'a l'élève. Elles peuvent donc être entièrement aberrantes du point de vue de l'enseignant, mais pour l'élève il s'agit bien de vérifications. Dans ce cas, elles seront totalement inefficaces, scolairement et mathématiquement parlant.

3.6 - Vérification et démonstration

Les liens entre vérification et démonstration sont complexes. En effet, si on peut quelquefois considérer que la démonstration est une vérification, suprême en quelque sorte, la plupart du temps, les vérifications ont un caractère privé, elles ne sont en général pas données à voir au maître alors que les démonstrations ont un caractère éminemment public puisque ce sont les types de preuve admises et reconnues par une communauté (G. Arsac (1987)) (pour une étude plus complète sur le caractère privé/public, voir S. Coppé (1993) (1995)).

La démonstration, dans la mesure où elle doit être conforme à des règles, peut faire l'objet d'une vérification visant à contrôler que ces règles ont été effectivement respectées : c'est à ce travail que se livre l'enseignant quand il corrige la copie. Les expérimentations m'amènent à penser que les élèves ne se livrent pas à ce travail de vérification de leurs démonstrations mais qu'ils utilisent plutôt des critères basés sur la forme et non sur les connaissances mathématiques en jeu. Ceci est d'autant plus vrai si la démonstration est faite seulement pour le professeur. Ainsi, les élèves citent en majorité qu'une démonstration correcte, de leur point de vue, se caractérise par l'utilisation de théorèmes, par des arguments portant sur la clarté ou sur le bon enchaînement des idées. Ceci montre que les élèves ont peu de critères objectifs leur permettant de décider qu'une démonstration est correcte.

De plus, souvent, les démonstrations, ne sont pas basées sur le doute mais plutôt sur la certitude quant à un résultat. En outre, j'ai pu constater qu'en devoir surveillé, certains élèves font souvent une démonstration pour le professeur et pour avoir une bonne note, et non pour accroître leur conviction personnelle, qui est déjà acquise par ailleurs.

3.7 - La rectification

Quand l'élève pense que son résultat est faux, il peut envisager de faire une rectification. Cependant, on ne peut pas assurer a priori qu'il le fasse car cela dépend de la disponibilité d'un processus et encore une fois, de l'analyse de la situation et de la gravité de l'erreur commise. Ainsi, en devoir surveillé, des élèves peuvent laisser un résultat faux en sachant pertinemment qu'il est faux parce qu'ils n'ont pas le temps ou les moyens de le rectifier.

4 - Typologie des processus de vérification

A la suite de ces expérimentations, j'ai répertorié différentes procédures de vérification que j'ai classées suivant le caractère plus ou moins mathématique des savoirs en jeu. *Nous appellerons processus de vérification interne tout processus de vérification mettant en jeu des savoirs ou des savoir-faire*

typiquement mathématiques, ne dépendant pas nécessairement de la situation dans laquelle on les utilise. Ces processus sont davantage utilisés par des experts surtout s'ils nécessitent des connaissances mathématiques non triviales. Enfin certains peuvent être longs et prendre du temps. Les autres processus, qui utilisent des connaissances portant sur d'autres savoirs ou savoir-faire moins mathématiques (notamment ceux qui n'utilisent pas seulement la logique du problème mais qui dépendent davantage du contrat) seront appelés des vérifications de type externe. Ces processus ont la propriété d'être généralisables à tous les problèmes ou à des classes de problèmes très étendues, par exemple les problèmes de géométrie plane ou les problèmes d'analyse. Certains peuvent être très courts et/ou se limiter à des arguments simples.

4.1 - Les vérifications de type externe

VE 1 : VÉRIFICATIONS FAISANT RÉFÉRENCE AU CONTRAT DIDACTIQUE

Nous pouvons citer par exemple, pour les problèmes en général, l'unicité de la solution et le fait d'avoir utilisé des théorèmes et des propriétés du cours. Pour les problèmes numériques, toutes les considérations sur les solutions qui doivent être des nombres simples ce qui signifie entiers, pas trop grands, des fractions simples, etc et, en géométrie, le fait que les ensembles de points que l'on trouve sont, en général, des cercles ou des droites.

VE 2 : VÉRIFICATIONS FAISANT RÉFÉRENCE AU TEXTE DE L'EXERCICE

Jé mets à part cette catégorie de vérifications, bien qu'elles fassent elles aussi partie des vérifications de type contrat, car j'ai voulu distinguer les références générales au contrat didactique (par exemple l'unicité de la solution) et les références qui portent nettement sur le texte du problème. Les deux cas principaux sont la réponse à une question est donnée dans la question suivante et la proposition qui suit des termes tels que "montrer", "démontrer" est toujours vraie, donc les élèves sont plus sûrs d'eux s'ils arrivent au résultat.

VE 3 : VÉRIFICATIONS FAISANT RÉFÉRENCE À UNE CERTAINE CONNAISSANCE DE LA RÉALITÉ

Ceci est caractéristique des problèmes concrets ou pseudo-concrets, c'est-à-dire les problèmes qui comportent une part de modélisation importante. On peut citer en particulier, les vérifications qui utilisent les ordres de grandeur. Notons que ces vérifications sont peu nombreuses, surtout en Première où l'on pose peu de problèmes de ce type.

VE 4 : VÉRIFICATIONS FAISANT RÉFÉRENCE À LA MÉMOIRE DU SAVOIR ENSEIGNÉ, À L'HISTOIRE DE LA CLASSE (G. Brousseau, J. Centeno (1991))

Ce sont tous les arguments du type "je suis sûr de moi car on avait fait le même exercice en classe", "le prof a fait comme ça", "on fait toujours comme ça". Bien sûr, ces jugements, basés souvent sur l'analogie, sont très subjectifs et les critères qui permettent de décider de cette analogie peuvent porter sur des indices de surface souvent jugés non pertinents par l'expert comme, par exemple, des termes spécifiques ou un dessin particulier ; c'est pourquoi, dans ce cas, nous les classerons dans les processus externes. Par contre, certains élèves peuvent appairer les problèmes en fonction d'un savoir mathématique, dans ce cas nous les classerons dans les processus internes. Enfin, contrairement aux autres vérifications citées, celles-ci portent sur la méthode employée ou sur les critères qui ont déterminé le choix de cette méthode.

4.2 - Les vérifications de type interne

VI 1 : VÉRIFICATIONS TECHNIQUES

Il s'agit de vérifier un résultat en refaisant la même chose, en faisant d'une autre façon assez proche (en tout cas sans changer de cadre) ou en reprenant chaque étape du procédé de résolution. Les exemples sont nombreux, refaire un même calcul ou un même dessin, faire le calcul d'une autre façon ou faire un autre dessin en faisant varier les mesures, la position des points, en utilisant un programme de calcul ou une calculatrice graphique ; enfin, reprendre une à une les étapes d'une démonstration, d'un calcul, d'un dessin. Ces processus portent essentiellement sur le résultat qui seul est mis en cause.

VI 2 : VÉRIFICATIONS PAR CONDITION NÉCESSAIRE ET PAS SUFFISANTE

Il s'agit de vérifier un résultat en utilisant une propriété nécessaire mais pas suffisante du point de vue de l'expert ; pour l'élève c'est en général suffisant. Par exemple, trouver un cosinus égal à 0,9 peut être signe d'un calcul exact pour l'élève alors que si l'on se place du point de vue de l'expert, ce n'est qu'un résultat vraisemblable.

VI 3 : VÉRIFICATIONS PAR ESSAIS (cas particulier de VI 2)

Il s'agit de tester une conjecture par essais sur des cas particuliers. Par exemple, dans le cas des suites on remplace n par 0, 1, 2 pour voir si le terme général est correct ; dans le cas de la détermination d'un ensemble de points, on place plusieurs points sur le dessin (en général trois).

VI 4 : VÉRIFICATIONS PAR CHANGEMENT DE CADRES (R. Douady (1986))

Il s'agit de mettre en rapport des résultats obtenus dans des cadres différents afin de tester leur adéquation. Par exemple, on pourra mettre en relation le tracé d'une courbe et le tableau de variation, ou la valeur d'une intégrale.

VI 5 : VÉRIFICATIONS PAR ANALOGIE AVEC UN AUTRE PROBLÈME

Il s'agit des vérifications que nous avons évoquées en **VE 4** quand les critères de relation analogique sont typiquement mathématiques.

5 - Résultats et conclusion

5.1 - A propos du problème du château de cartes

Cette expérimentation m'a permis de montrer que de nombreux processus de vérification sont utilisés par les élèves, ce qui montre dans un premier temps, qu'ils les ont à leur disposition. La non-limitation du temps et l'échange social qui fonctionne dans le binôme (Vygotski (1934)) ont certainement été des facteurs importants dans l'apparition des vérifications et dans leur nature ; en effet, nous avons pu mettre en évidence des processus qui prennent du temps et qui ne sont pas employés lors des devoirs en classe comme par exemple, des vérifications de type **VI 1** (refaire les calculs). Outre celles-ci, nous avons noté que les élèves utilisaient fréquemment **VI 3** (ce qui normal vu le texte du problème) mais également des vérifications externes faisant référence au contrat didactique **VE 1** (des considérations sur les nombres), ou à un vrai château de cartes **VE 3** et enfin à la mémoire du savoir enseigné **VE 4** ("si, c'est ce qu'on avait appris", "ah oui, je me souviens c'est comme ça qu'on faisait").

5.2 - A propos des devoirs surveillés

J'ai pu constater que des vérifications sont également faites en assez grand nombre mais qu'elles ne sont en général pas montrées au maître (elles restent sur le brouillon). Ceci va donc à l'encontre de l'opinion générale sur le manque de contrôle des élèves. Certaines sont plus fréquemment employées que d'autres en fonction des connaissances disponibles pour chaque élève, mais également de la nature du problème.

En ce qui concerne les vérifications de type interne, j'ai constaté que les élèves utilisaient principalement des vérifications par essais **VI 3**, notamment en faisant un dessin ou une représentation graphique, et des vérifications utilisant une condition nécessaire mais pas suffisante **VI 2**. Les vérifications par changement de cadres **VI 4** sont plus rares, ce qui n'est pas étonnant car elles réclament un niveau d'expertise assez élevé. Ainsi dans les deux problèmes d'analyse comportant des études de fonctions et des résolu-

tions d'équations, les élèves utilisent très peu les changements de cadres (même s'ils sont souhaités par le professeur) ; en particulier, ils mettent peu en relation le tableau de variation et le tracé de la courbe. Les vérifications longues sont peu employées à cause de la limitation du temps (par exemple, reporter des solutions dans une équation ou refaire les calculs).

De nombreuses vérifications de type externe sont utilisées car elles prennent peu de temps : j'ai mis en évidence des vérifications portant sur le texte du problème VE 2, sur la nature des résultats trouvés VE 1 et, de façon très fréquente, sur le souvenir d'un exercice déjà fait VE 4. Dans les entretiens, j'ai été frappée par la fréquence de cet argument qui peut servir de critère de décision dans le choix du premier exercice à faire, de repérage de ce que les élèves savent faire ou encore de vérification. Quelquefois, il est trompeur mais la plupart du temps, il permet tout de même à l'élève d'avoir rapidement des informations assez fiables sur le type d'exercice en jeu, sur la méthode à employer ou sur sa validité. Cela semble donc souvent une stratégie performante. De plus, j'ai constaté que c'est un critère employé par tous les élèves, à des degrés différents certes ; certains l'utilisant sans cesse et pas toujours à bon escient, d'autres de façon plus circonstanciée. Cette caractérisation pose le problème des critères de ressemblance utilisés par les élèves pour décider que deux exercices sont semblables.

5.3 - Conclusion

Grâce aux deux situations que j'ai choisi d'étudier, j'ai montré que les élèves mettaient en œuvre des processus de vérification, tels que je les ai définis, à savoir qu'ils naissent d'une interrogation face à un résultat ou une réponse, qu'ils visent, soit à en accroître la vraisemblance, soit à engendrer un doute plus grand ou éventuellement une rectification et qu'ils dépendent de la représentation du problème qu'a l'élève. J'ai voulu souligner combien l'évaluation du coût des vérifications est complexe pour l'élève à cause de contraintes contradictoires.

Les deux situations expérimentales choisies influent de façon non négligeable sur les actions des élèves et les analyses tiennent compte de cela ; notons qu'il n'y a pas de hiérarchie, due à la situation, dans la richesse des observations que nous avons faites, mais simplement que l'on a pas accès aux mêmes informations. Ce que j'ai pu noter surtout, c'est la disponibilité et la fréquence des processus mis en œuvre dans l'une ou l'autre des situations.

Les vérifications que les élèves évoquent toujours spontanément dans leurs discours, c'est-à-dire celles qui consistent à refaire un calcul ou un dessin, sont peu employées. Cependant, elles sont toujours évoquées car elles correspondent à l'emploi courant des termes "vérifier", "vérification" et elles

ont un caractère "noble", qui est peut-être favorisé par le maître. Par contre, spontanément, les vérifications externes sont peu évoquées dans le discours, sans doute à cause de leur caractère peu mathématique, donc moins avouable, mais elles sont employées. Ceci est à mettre en relation avec le fait que les vérifications ont un caractère privé et qu'elles ne sont pas montrées au maître.

Les processus de vérification interne exigent des connaissances mathématiques plus élaborées que les vérifications de type externe, qui elles, nécessitent des connaissances portant davantage sur des objets relatifs au contrat didactique. On pourrait penser que ces vérifications de type interne sont utilisées par les bons élèves et les vérifications de type externe par les autres. En fait, il n'en est rien, les bons élèves ont certes des connaissances mathématiques étendues mais ils utilisent tous les types de vérification alors que les élèves en difficulté en utilisent peu si ce n'est ceux du type VI 1 qui sont souvent longues et fastidieuses et VE 4 portant sur le souvenir de ce qui a été fait. Le cas extrême étant les élèves qui ne raisonnent qu'en termes de souvenir et qui considèrent inconsciemment qu'il y a deux types de problèmes : ceux qu'ils reconnaissent avoir déjà fait et qu'ils traitent de la même façon et ceux qu'ils ne reconnaissent pas, donc qu'ils ne savent pas faire, un peu comme s'ils ne savaient pas qu'un problème peut se chercher.

Cette analyse soulève évidemment la question des remédiations qui pourraient être mises en œuvre. Dans une première approche, on pourrait penser à un discours ou à une action visant à développer l'emploi des vérifications chez les élèves en difficulté. Or, on ne peut pas isoler les vérifications des connaissances mathématiques donc, nous ne pensons pas qu'une remédiation centrée sur les vérifications sans chercher des causes plus profondes soit productive. Notamment, nous posons la question des remédiations qui peuvent être proposées aux élèves qui ne savent pas qu'un problème peut se chercher.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC Gilbert (1987). L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 8/3 p. 267-312. La Pensée sauvage. Grenoble.

BALACHEFF Nicolas (1988). *Une étude des processus de preuve chez les élèves de collège*. Thèse d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU Guy (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 7/2 p. 33-115. La Pensée sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU Guy et CENTENO Julia (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol.

- 11/2.3 p.167-210, La Pensée sauvage. Grenoble.
- CHEVALLARD Yves (1988a). *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation*. IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Yves (1988b). *Notes sur la question de l'échec scolaire*. IREM d'Aix-Marseille.
- COPPE Sylvie (1988). *Processus de vérifications chez les élèves de 1ère S en situation de résolution de problème*. Mémoire de DEA de didactique des disciplines scientifiques. Université Claude Bernard, Lyon I.
- COPPE Sylvie (1993). *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé*. Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon I.
- COPPE Sylvie (1995). *Types de connaissances mises en œuvre par l'élève dans la détermination de la composante publique de son travail. Différents types de savoirs et leur articulation*. La Pensée Sauvage. Grenoble.
- DOUADY Régine (1986). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 7/2 p. 5-31. La Pensée sauvage. Grenoble.
- HADAMARD Jacques (1945). *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Blanchard. Paris. (Edition française 1959).
- HOC Jean Michel (1987). *Psychologie cognitive de la planification*. Presses universitaires de Grenoble.
- MARGOLINAS Claire (1989). *Le point de vue de la validation : essai de synthèse et d'analyse en didactique des mathématiques*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
- POPPER K. R. (1972). *La connaissance objective*. Bruxelles : Ed. Complexe (1978).
- RICHARD Jean François (1990). *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions*. Armand Colin. Paris.
- VERMERSCH Pierre (1994). *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue*. ESF Editeur. Paris. Collection Pédagogies.
- VYGOTSKI L. S. (1934). *Pensée et langage*. Traduction française de F. Sève. Editions sociales. Paris (1985).