

ATELIER M20
Quelques thèmes de travail au lycée
à partir de l'œuvre de Fermat

Maryvonne SPIESSER et Mireille CLAPIÉ
Groupe Histoire des mathématiques
IREM de Toulouse

Le groupe d'histoire des mathématiques de l'IREM de Toulouse a réalisé, en collaboration avec le CRDP, un film vidéo de 25 mn autour de Pierre de Fermat. Ce document a été utilisé dans quelques classes de lycée comme outil dynamique d'enseignement, l'objectif essentiel étant de ne pas isoler les notions mathématiques de leur environnement culturel.

Deux aspects alternent dans le film. Un dialogue imaginé entre Samuel, fils de Pierre de Fermat, et Pierre de Carcavy, ami du mathématicien et ancien collègue du parlement, permet de replacer Fermat dans l'environnement culturel et scientifique qui fut le sien. D'un autre côté, des témoignages abordent quelques unes des questions scientifiques auxquelles s'intéressa le mathématicien toulousain : premiers pas vers le calcul infinitésimal, controverse sur la réfraction avec Descartes, naissance du calcul des probabilités, et enfin renouveau de la théorie des nombres -la célèbre conjecture était alors sur le point d'être démontrée par Wiles. Le film a été utilisé en classe, soit comme introduction à une étude plus poussée sur un des sujets qui y sont évoqués, soit pour enrichir des connaissances acquises auparavant. L'atelier a été l'occasion de faire un compte rendu critique du travail qui a été mené avec des élèves de première L, et de rendre compte des réactions que nous avons recueillies. Nous avons travaillé sur les thèmes suivants : dérivation, optimisation et calcul des probabilités.

Introduction du nombre dérivé

Des activités progressives ont été proposées aux élèves. Ils connaissaient la notion de limite en zéro, et avaient travaillé sur le trinôme du second degré (mise sous forme canonique, étude du signe). Voici un bref exposé de ces activités.

1) Un problème d'Apollonius

Partager un segment $[AC]$ en deux segments $[AE]$ et $[EC]$ de sorte que le produit $AE \times EC$ soit maximum. Les élèves peuvent résoudre ce problème avec leurs connaissances actuelles, c'est à dire l'étude d'un trinôme du

second degré.

2) *Un autre problème d'Apollonius*

Avec les mêmes données, trouver un point B de [AC] tel que $AB^2 \times BC$ soit maximum. Les acquis des élèves ne leur permettent plus de résoudre la question, sinon expérimentalement.

3) *Lecture des deux premiers textes de Fermat sur la "méthode du minimum et du maximum" (1637-38).*

Compréhension du texte, résolution de chacun des exercices précédents par la méthode de Fermat (ces deux exercices sont précisément les exemples choisis par Fermat pour illustrer sa méthode).

4) *Retour aux exemples avec nos outils actuels.*

Vers la définition du nombre dérivé. Lien avec les calculs de Fermat. (Un troisième texte, plus tardif et plus explicatif, a ensuite été étudié)

Un problème d'optimisation à propos de la réfraction

Il s'agit d'optimiser le temps pour aller d'un point à un autre, sachant que l'on traverse deux "milieux" différents (ici parcours en bateau puis à pied) dans lesquels la vitesse n'est pas la même. C'est l'occasion de parler du phénomène de réfraction, des positions divergentes adoptées par Descartes et Fermat, de la querelle qui les opposa à ce sujet. Quelques extraits de lettres qui montrent leurs affrontements ont été appréciés.

L'introduction au calcul des probabilités.

Elle est faite à partir du problèmes des partis. On donne l'historique de ce problème depuis le XV^e siècle - les solutions des élèves sont souvent celles d'un Tartaglia ou d'un Pacioli -, on lit les lettres de Pascal à Fermat qui relatent les résolutions des deux mathématiciens, on compare leurs méthodes.

Par cette démarche, qui n'est pas sans contraintes, nous avons voulu confronter les élèves à des documents historiques, susciter des réactions de leur part à propos d'un raisonnement, d'une démonstration, et ouvrir une réflexion sur les mathématiques : leur évolution, leur forme, leur statut.. En règle générale, ils ne sont pas indifférents et l'échange est riche. Ils ont également réagi sur l'utilisation d'un document vidéo dans le cours. Nous leur laisserons donc la parole en conclusion de ce compte rendu.

Sur les textes de Fermat :

Il m'a paru intéressant de voir qu'avec d'autres méthodes que les nôtres, avec un autre vocabulaire, Fermat exprimait les mêmes choses. Cela permet à mon avis de mettre à distance la forme des mathématiques : souvent nous avons

l'impression que l'on nous impose des conventions. Pourquoi telle méthode et pas telle autre ? La forme des mathématiques elle aussi paraît souvent intransgressible.

Sur l'introduction d'une perspective historique en classe :

Si, il faut bien avouer que l'étude de plusieurs textes de Fermat ne m'a presque rien apporté sur le plan de la connaissance mathématique elle-même, elle m'a tout de même permis de voir d'où viennent les connaissances que l'on nous administre : en effet, l'ignorance de la source, avec l'ignorance de la finalité, sont deux éléments majeurs du malaise que ressentent beaucoup d'élèves vis à vis des mathématiques.

Sur le film vidéo :

Cela humanise un peu les mathématiques du fait que régulièrement on nous sort des théorèmes qui paraissent tombés du ciel. On découvre là que ce sont les résultats de travaux acharnés, souvent passionnés, de personnes dont nous ne soupçonnions pas l'influence dans les maths.

Et en conclusion :

En connaissant l'histoire d'un théorème ou d'un théoricien, les théorèmes deviennent plus "sympathiques".

Des élèves de première des lycées d'Auch, d'Argelès Gazost et de Rodez .

Sources premières :

Pierre de Fermat, "le premier homme du monde"

Film vidéo et document écrit.

IREM de Toulouse-CRDP Midi-Pyrénées, 1995

M. CLAPIE, M. SPIESSER

Des problèmes d'extrema chez Fermat à la notion de dérivée.

IREM - MAFFEN de Toulouse

M : A.T.H. *Approche par des textes historiques, n° I* - IREM Paris VII.
(introduction aux probabilités)