

ATELIER S09
Liaison Troisième - Seconde
A propos du calcul algébrique

Jean-Luc MILLET - Martine GRIMAUD
IREM de Limoges

1 - Introduction

L'atelier débute par un bref exposé sur un phénomène souvent observé, la stabilité des performances des élèves de seconde en calcul algébrique :

- Dans le cadre algébrique les performances des élèves sont plus stables que dans d'autres cadres (E.Josse [2]), cette stabilité étant relativisée par le fait que les compétences des élèves évaluées en début et en fin de seconde à l'aide de tests étalonnés (EVAPM 3^{ème} et 2^{ème}), ne mobilisent pas les mêmes connaissances.
- La stabilité des performances dans la résolution d'équations simples, par exemple $x^2 = 9$ et $x^2 + 3 = 0$ (F.Boule [1]), est beaucoup plus inquiétante. Un peu comme si les élèves de seconde n'avaient rien appris en calcul algébrique...

II - Erreurs, difficultés des élèves

II.1 Repérage

L'animateur présente une suite d'exercices proposés dans sa classe de seconde, les stagiaires doivent prévoir des erreurs possibles d'élèves. Il s'agit d'exercices de calcul numérique, transformations d'écritures, résolutions d'équations...

II.2 Essai de classification

Les erreurs prévues par les stagiaires, et effectivement produites par les élèves permettent d'illustrer la classification de Matz (*Process model for high school algebra errors*) :

- Généralisations abusives (extension d'une règle, distributivité généralisée, linéarité généralisée...).
- Connaissances correctes mais mal adaptées au problème posé (par exemple, l'élève peut avoir des difficultés à identifier les termes d'une identité remarquable).
- Erreurs à l'intérieur d'une procédure de résolution.

II.3 Quelques concepts descriptifs

Parmi les concepts descriptifs des erreurs et difficultés des élèves évoqués lors de l'atelier nous n'en reproduisons que deux ici.

Les schèmes d'action construits par les élèves en calcul algébrique sont fragiles ; leur activation et leur fonctionnement semblent fortement conditionnés par la question posée (factoriser, résoudre...) et les caractéristiques particulières des expressions manipulées (format, nature des coefficients...).

- Il y a surspécification quand la classe de problèmes correspondant à un programme de traitement est trop restreinte. Un schème d'action conditionné par la question posée n'est pas activé en l'absence de celle-ci.
- Il y a surdétermination quand le déclenchement d'un schème d'action est (sur)conditionné par des caractéristiques des expressions ou équations mises en jeu, ces caractéristiques pouvant être liées au format ou à des conditions sur les coefficients.

III - A propos d'activités d'apprentissage

III.1 Essai de classification

La classification de Matz est insuffisante pour interpréter toutes les erreurs des élèves, il manque notamment les difficultés liées à la lecture des expressions algébriques (prises d'indices...) et l'absence de contrôle de la part des élèves. Nous proposons :

- Une modélisation empruntée à la psychologie cognitive (M.Mante [3]) décrivant les différentes étapes par lesquelles passe un élève pour résoudre un problème (à énoncé) : repérage d'indices, construction d'une représentation, choix d'une stratégie, instanciation de la stratégie, exécution de la stratégie,
- Une classification de l'activité de l'élève suivant les fonctions des savoirs utilisés : prendre des décisions, agir, expliciter, prouver (justifier...).

Nous proposons finalement un tableau à double entrée :

- les intitulés de colonnes sont : *compréhension, choix d'une stratégie, instanciation et exécution de la stratégie, vérification* (contrôle) ;
- les intitulés de lignes sont : *reconnaître, agir* (calculer, transformer, résoudre...), *formuler* (expliciter...), *valider* (justifier, prouver...).

Ce tableau permet d'interpréter les erreurs des élèves mais aussi d'analyser et éventuellement modifier des activités d'apprentissage.

III.2 Analyse de situations d'apprentissage

Plusieurs situations d'apprentissage sont analysées en essayant d'utiliser la grille précédente : "être ou ne pas être solution", "classer des équations

avant de les résoudre", "contrôler des résolutions d'équations", "résoudre dans le cadre graphique et dans le cadre algébrique",....

Par exemple, deux versions de l'activité "être ou ne pas être solution" sont proposées aux stagiaires. Dans la version 1 les élèves doivent déterminer si les nombres d'une liste sont solutions ou non d'équations données. Dans la version 2 les élèves doivent prendre position sur la valeur de vérité de phrases affirmant qu'un nombre est solution (d'une équation), qu'un nombre est la solution, que des nombres sont les solutions....

Si la première version permet de rappeler ce que signifie "être solution d'une équation", la deuxième donne son statut de preuve à la résolution d'équation.

Les activités d'apprentissage analysées lors de cet atelier feront l'objet d'une publication de l'IREM de Limoges.

Bibliographie sommaire :

- [1] F.BOULE (1994). *Difficultés algébriques - Analyse de réponses*. Feuille de vigne n°52, IREM de Dijon.
- [2] E.JOSSE (1994). *Que faut-il savoir en mathématique en fin de troisième pour réussir en seconde?* Cahier DIDIREM n° spécial, IREM Paris VII.
- [3] M.MANTE (1988). *L'élève face à un problème concret*. Document diffusé par le ministère de l'Education Nationale (Evaluation - Formation - Réponse CE2, 6^{ème})
- [4] J.L.MILLET . *Calcul algébrique en classe de seconde*, Mémoire de D.E.A., IREM de Limoges.