ATELIER S05
Quels fondamentaux pour une formation mathématique en collège

Alfred BERTOLUCCI
Groupe Math-Collège - CEPEC International

A l'école et au collège, les mathématiques à enseigner se caractérisent par des "notions à connaître" et des techniques à "savoir appliquer". Le courant de la "pédagogie par les objectifs" a contribué à introduire de la rationalité dans l'organisation des activités d'apprentissage et dans la définition des objets d'évaluation. Les programmes s'inspirent de ce courant ; ils énoncent quelques orientations générales ils sont définis en termes de "savoir-faire exigibles" avec comme slogan "*tout le programme et rien que le programme!*"

Le courant plus récent fondé sur l'intégration par les apprenants de "scénarios" leur permettant de faire face à des familles de situations problèmes prend en compte une globalité qui échappait à l'approche par les objectifs mais n'assure nullement une instrumentation conceptuelle, l'intelligence de situation pouvant porter les élèves à mobiliser les traitements "adaptés" sans que ceux-ci soient significatifs d'acquisitions notionnelles. Après tout, on pourrait s'en satisfaire, mais n'y a-t-il pas des concepts mathématiques structurants de l'intelligence sociale ? Quels sont-ils ? Comment les sélectionner ? Comment les utiliser, les faire intervenir dans la formation et ce quel que soit le programme ?

Nous aborderons ces questions par une proposition de tels concepts en réseaux que nous avons regroupés autour de trois grands pôles : Comparer/Calculer - Modéliser/Schématiser - Raisonner/Prouver.

Une telle proposition élaborée au CEPEC International par le groupe Math-Collège (Doc 1) n'est en rien exhaustive ni définitive. Des versions l'ont précédée, d'autres suivront. Son intérêt est de pouvoir être mise à l'épreuve mais aussi de laisser entrevoir tout ce qu'il est possible, à partir de là, d'engager. Sa mise en œuvre par des collègues montre que l'essentiel des programmes du collège, et ce indépendamment des fluctuations qu'ils peuvent subir, peut être abordé.

Un des travers majeur de l'enseignement des mathématiques, au moins à l'école et au collège, est que, à la construction des "concepts" à enseigner on substitue des entraînements sur des algorithmes et des définitions ce qui détourne la formation d'une instrumentation sur les fondamentaux.

Ainsi pour les apprentissages numériques, la coûtume d'enseignement fait la part belle à un travail sur les écritures et les techniques de calcul. La conséquence d'une telle dérive est que le concept de nombre n'est pas construit, la mémoire ne retient que des règles en lien avec les écritures. Pour beaucoup d'élèves de collège :

- un nombre décimal "demeure prioritairement" un nombre à virgule ;
- une écriture fractionnaire représente plus un calcul à effectuer qu'un nombre ;
- la multiplication reste très attachée à l'addition réitérée puisque la multiplication des décimaux est principalement présentée comme une multiplication d'entiers avec un jeu de "déplacement de virgule" ;
- la division est dévoyée par une centration sur "faire une division" à partir de la potence. Son approche est le plus souvent disjointe de celle de la multiplication sous le prétexte d'une différence au niveau des techniques alors que ces deux opérations sont "par essence proches" ;
- un nombre relatif n'est caractérisé que par le fait qu'il s'écrit avec un "signe + ou un signe –".

On le voit, la centration sur la forme et les techniques, non seulement occulte le sens, mais produit des contresens. De fait, les savoirs numériques sont coupés à l'origine des ancrages qui pourraient les fonder. L'intelligence que pourraient en acquérir les élèves est tronquée du fait que les véritables apprentissages conceptuels sont court-circuités. Quel lien construire entre nombre et grandeur, entre rapport et écart, entre report et rapport, entre rapport de grandeur et nombre ?... Ce sont ces liens qui permettront à chaque élève de faire du sens mathématique mais aussi qui confèreront aux savoirs mathématiques un caractère d'outil pour d'autres domaines. Les nombres existent indépendamment de leurs écritures, quelle situation faire vivre à divers niveaux d'enseignement pour participer à cette construction ? Les démarches de pensée investies dans ce cas ne seraient pas les mêmes, les effets de formation non plus. Et qu'on ne dise pas que cela ne peut pas s'adresser à tous les élèves. Nous avons pu constater à quel point ces approches sont particulièrement adaptées avec des jeunes que l'on dit en difficultés scolaires.

Ce qui vient d'être avancé pour le pôle "calcul" pourrait être repris pour les apprentissages sur les pôles modéliser ou raisonner. Quelles conceptions peut avoir un jeune de collège sur les notions de formule, de fonction ou d'équation quand aucun pont n'a été construit entre ces diverses notions ? Quelles idées peut se faire un élève sur ce qu'est raisonner en mathématiques quand son expérience de classe ne lui a fait vivre que des situations où démontrer relevait de rituels inutiles, où la distinction de statut entre définition et propriété et entre exemple et contre exemple n'a jamais été posée. On le voit bien, en terme de construction de savoirs mathématiques, l'approche académique est inopérante, pire, elle semble être fortement préjudiciable aux intelligences qui la subissent.

L'approche des notions en réseaux, nécessite que soient définies d'autres priorités pour l'apprentissage : il s'agit moins d'intégrer des savoir-faire que de résoudre des paradoxes notionnels. Pour illustrer le propos, citons en exemple : *"si je me donne un rectangle de périmètre plus petit que le périmètre d'un rectangle donné est-il possible que son aire soit plus grande ?" ; "comment passer de 10 à 8 par la multiplication ?"* Pour assurer un maillage conceptuel, il est nécessaire que soient investies des activités qui interpellent les conceptions bien en amont des algorithmes formalisés. Les questionnements sont moins à opérer sur un concept "isolé" que sur des paradoxes, des contradictions ou des tensions qui lient des concepts. Ici, les situations problèmes (IREM de Lyon) et les situations de type OUI/NON (Britt Mary Barth) sont de précieux outils.

A partir de travaux internes au groupe math-collège du CEPEC International, mais également à partir de travaux conduits dans divers IREM nous avons constitué un registre d'activités pour travailler sur la base du réseau proposé. La mise en pratique avec des élèves ne présente pas plus de difficultés que de conduire la marche forcée de toute une classe d'âge sur des visées de savoir-faire. Aussi, il nous semble qu'aujourd'hui, il s'agit moins d'introduire de nouveaux programmes voire de les alléger que de requestionner les visées et par là, certaines modalités de l'enseignement des mathématiques. Peut-être est-ce le prix à payer pour que des jeunes qui font des maths à l'école et en collège pendant dix ans ou plus, non seulement réussissent "scolairement", mais se trouvent aussi instrumentés sur les concepts structurants de l'intelligence sociale.