Les nouvelles technologies outils efficaces au service de l'enseignement ou obstacles à l'apprentissage ?

Michèle ARTIGUE
Équiepe DIDIREM
Université Paris 7 et IUFM de Reims

1. Introduction

Un tel titre, tout d'abord, appelle un commentaire. A l'heure d'Internet, à l'heure des enthousiasmes déclenchés par les nouvelles possibilités d'accès à l'information et à la communication, n'est-ce pas là une question de dinosaure attardé ? Je ne le pense pas. La faible intégration de fait des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques, en dépit de positions institutionnelles claires et très tôt exprimées dans notre pays, en dépit des actions multiples menées depuis de nombreuses années, tant au niveau de l'équipement que de la formation des enseignants, les débats passionnés qui accompagnent l'apparition sur le marché de tout nouveau produit, montrent bien qu'il ne suffit pas de supprimer la question, en la traitant d'archaïque pour résoudre les problèmes qui lui sont sous-jacents. Je propose de l'aborder ici dans une perspective didactique. Ce n'est certes pas la seule possible, la seule pertinente mais c'est une perspective, j'en suis convaincue, nécessaire et utile.

La question posée renvoie de façon indirecte à une autre question : celle des mécanismes de légitimation des moyens de l'enseignement. Qu'est-ce qui peut légitimer une évolution des moyens de l'enseignement ? Qu'est-ce qui peut inciter le système et ses acteurs à en supporter le coût, un coût qui n'est jamais faible, négligeable ? Si l'on examine les discours tenus à propos des technologies informatiques, on trouve deux grandes catégories dans l'argumentation:

- des raisons que je qualifierai d'externes car elles puisent leurs arguments en dehors de l'École, dans l'intégration de ces technologies à notre culture et expriment le fait que l'École ne peut s'isoler de cette évolution culturelle, sauf à y perdre sa crédibilité,.des raisons que je qualifierai d'internes car elles puisent leurs arguments dans le souci d'améliorer l'efficacité du système scolaire. Il s'agit alors d'affirmer les gains permis tant au niveau des apprentissages que de la gestion de l'enseignement par ces technologies. Elles sont ainsi notamment perçues comme des outils de remédiation, permettant de surmonter les motivations défaillantes, de résoudre les problèmes difficiles et récurrents de l'apprentissage mathématique.

Il s'agit là de catégories classiques. Tout aussi classiquement, on verra les promoteurs de ces nouveaux moyens, pour vaincre les résistances, si elles s'avèrent tenaces, être induits à minimiser les coûts et difficultés de l'intégration et à en surestimer les bénéfices potentiels. il y a là, me semble-t-il, l'amorce d'un cercle vicieux auquel nous devons à tout prix échapper (Artigue, 1996), De telles pratiques, tout en permettant aux innovations de se développer dans un environnement écologique difficile, à long terme, se retournent contre l'intégration même qu'elles visent, en faisant obstacle à l'identification des problèmes à résoudre, en ne fournissant pas aux enseignants les moyens d'adaptation nécessaires.

Dans ce texte, je n'essaierai donc pas de convaincre le lecteur qu'enseigner avec des technologies informatiques, c'est plus intéressant, plus efficace... Partant du principe que, la légitimation des technologies informatiques passe d'abord par la reconnaissance de leur légitimité scientifique et culturelle, bien illustrée d'ailleurs dans le choix des conférences des journées d'Albi, je chercherai plutôt à identifier quelques points de décalage entre discours et réalités, quelques positions idéologiques qui me semblent constituer aujourd'hui des obstacles à une intépation, culturellement incontournable.

Je me centrerai en fait sur deux points précis : celui des rapports entre le technique et le conceptuel dans l'activité mathématique d'une part, celui des questions relatives à l'instrumentation des logiciels et calculatrices d'autre part.

2. Rapports entre dimensions techniques et conceptuelles de l'activité mathématique

Les environnements informatiques sont crédités de diverses potentialités pour l'apprentissage des mathématiques. En particulier, est généralement admise l'hypothèse que ces environnements prenant en charge les tâches techniques, l'élève, libéré de l'exécution des calculs, va développer des activités plus «nobles», d'ordre heuristique, stratégique ou conceptuel. L'hypothèse d'un déplacement du technique vers le conceptuel, s'inscrit en fait dans un contexte idéologique qui tend à opposer ces deux composantes de l'activité mathématique et à péjorer la composante technique. Nous ne tenterons pas ici d'analyser les sources de cette opposition ou sa fonction actuelle dans le système d'enseignement, nous voudrions seulement souligner qu'elle conduit, dans le cas qui nous intéresse, à une vision erronée de la réalité, qu'elle constitue un obstacle à un questionnement efficace. Les observations que nous avons menées depuis plusieurs années, de la Troisième à la Terminale dans les classes d'enseignants divers mais que l'on peut tous considérer comme des experts de l'utilisation pédagogique des environnements informatiques, d'abord avec le logiciel DERIVE et maintenant avec la calcujatrice T192 (Artigue & al., 1995), (Arfigue & al., 1996) montrent que la réalité du fonctionnement des élèves est beaucoup plus complexe.

Ces observations montrent en effet que le travail en environnement informatique, d'une part comporte presque toujours une part importante de travail technique (même si ce travail technique prend des formes différentes des formes qu'il prend en environnement usuel papier/crayon), d'autre part met en jeu deux tendances antagonistes :

- la première, favorisant effectivement une certaine distanciation par rapport à l'action et le travail réflexif souhaité,
- la seconde favorisant au contraire l'économie de la réflexion ou la diminution de la cohérence globale des actions.

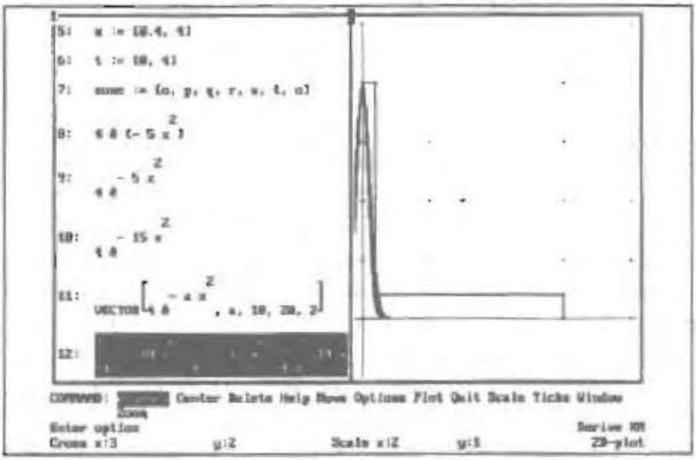
Ainsi le seul fait de recourir à de tels environnements pour faire résoudre à l'élève des problèmes, fussent-ils riches et intéressants mathématiquement, ne suffit pas à garantir de la part de l'élève une activité mathématique de qualité. Un choix et un contrôle judicieux des variables didactiques de la situation est indispensable pour permettre un équilibre satisfaisant entre les deux tendances mentionnées ci-dessus et un travail mathématique de l'élève-conforme aux attentes.

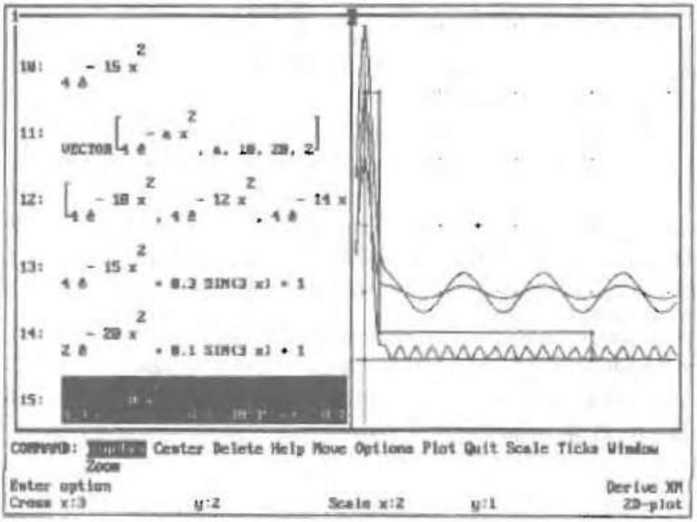
Le travail en environnement informatique modifie en fait profondément l'économie des processus de résolution. A chaque instant, une multiplicité d'actions est possible, à un coût négligeable. Ceci a des effets tout à fait positifs, en permettant à l'élève, face à une tâche non routinière, de se familiariser avec la situation, sans se retrouver en situation de blocage. Cette familiarité progressivement construite, même si c'est de façon chaotique aux yeux de l'observateur, permet souvent au problème de vivre, aux représentations de l'élève d'évoluer jusqu'à que ce qu'un embryon de solution se dessine et puisse être travaillé. Mas il est tout aussi évident que ce coût faible des actions n'incite pas les élèves à chercher à interpréter au maximum les rétroactions qu'ils reçoivent de la machine : si la production n'est pas conforme aux attentes, si l'interprétation des discordances ne va pas de soi, mieux vaut enregistrer la validation négative et essayer autre chose. Il favorise aussi des phénomènes que nous avons qualifiés de phénomènes de pêche : on essaie des commandes un peu au hasard, en espérant récupérer un effet intéressant qui fera avancer, des «pêches» dont la productivité par rapport à des attitudes plus réfléchies nous a régulièrement surpris. Enfin, les phénomènes d'adaptation perceptive, dynamique et globale ont une efficacité sans commune mesure avec celle qu'ils ont dans les environnements usuels. L'utilisation de logiciels comme Cabri-géomètre avait déjà montré ce rôle du perceptif et conduit C.Laborde dans sa conférence aux journées de l'APMEP de Grenoble (C.Laborde, 1996) à souligner que l'enjeu n'était pas de disqualifier ce fonctionnement perceptif pour lui substituer un fonctionnement géométrique, mais bien plutôt de rendre l'élève, comme le mathématicien, capable d'articuler efficacement ces deux dimensions dans son travail géométrique ou spatial. L'utilisation de DERIVE ou de la TI 92, dans le domaine de l'algèbre et de l'analyse, met en évidence des phénomènes tout à fait analogues, jouant tant au niveau des représentations paphiques que des expressions algébriques.

Dans la conférence, nous avons présenté et analysé la recherche d'élèves de Terminale résolvant avec DERIVE et leurs calculatrices graphiques, le problème de recherche de fonctions sous contraintes suivant :

> Trouver des fonctions f dérivables sur $\mathbb{R}^+$, vérifiant : $f(0) = 4$ et dont le graphe reste sur $[0,6]$ à l'intérieur de la zone polygonale :
> $[0,0.4] \times [0,4] \cup [0.4,6] \times [0,0.4]$ donnée par son contour.
>
> Si les élèves trouvaient des solutions, on rajoutait successivement les suivantes :
>
> 1.$f'(0) = 0$, 2 . f non décroissante sur $[0,6]$.

Conformément à ce que nous avons écrit plus haut, les diverses observations que nous avons effectuées pour cette situation, montrent un travail sans interruption des élèves pendant le temps de recherche (1h15 environ) et une production tout à fait riche si l'on considère le temps réduit de cette recherche : fonctions homographiques, rationnelles, exponentielles, exponentielles de puissances de x, produits d'exponentielles et de fonctions trigonométriques, sommes d'exponentielles et de fonctions trigonométriques, fonctions définies par morceaux (cf. figures ci-dessous)





Elles montrent aussi le rôle dominant joué dans la recherche par des processus de type essai/erreur, associés à un contrôle essentiellement perceptif de l'adéquation des fonctions proposées, l'interprétation relativement pauvre des rétroactions reçues, la difficulté pour le professeur d'amener les élèves à quitter l'action de la recherche pour formuler par écrit ce qu'ils ont trouvé et prouver que les fonctions ou familles de fonctions choisies conviennent bien. En fait, la distanciation, la réflexion méthodologique vivront essentiellement dans la phase de synthèse qui suivra, étroitement pilotée par l'enseignante et dans le réinvestissement personnel écrit que les élèves auront à faire à la suite de cette synthèse : deux étapes du scénario didactique, à nos yeux essentielles pour permettre une capitalisation des connaissances construites dans l'action, Enfin, cette observation montre aussi le temps important passé par les élèves dans des tâches techniques liées au pilotage du logiciel surtout dans l'utilisation de la fenêtre graphique.

Soulignons que les lois de cette économie différente ne s'imposent pas qu'aux élèves. Le même problème, proposé plusieurs fois en formation initiale ou continue à des enseignants, a donné lieu à des comportements très voisins, pendant la phase de recherche. Les enseignants en revanche ne manifestent pas de réticence à passer ensuite à un travail de preuve de nature plus algébrique.

Ce qui ressort de toutes ces observations, c'est l'interdépendance étroite des dimensions techniques et conceptuelles du travail mathématique, dès que l'élève ne se trouve pas face à une tâche devenue routinière, dans ces environnements comme dans les environnements plus traditionnels. Ceci impose en retour que nous soyons atttentifs aux caractéristiques de cette activité technique et aux changements subtils qui peuvent intervenir dans les dialectiques en jeu entre technique et conceptuel, par rapport aux environnements usuels, Cettte préoccupation nous conduit naturellement au second point de l'exposé : celui des questions liées à l'instrumentation des objets informatiques.

3. L'instrumentalisation de logiciels et calculatrices

Sur ce plan, un effort de distanciation par rapport aux modes de pensée usuels s'impose. En effet, les mathématiques et plus encore l'enseignement des mathématiques ont l'habitude de vivre dans des environnements pauvres en instruments technologiques complexes, Les questions liées à la transformation d'artefacts en instruments du travail mathématique sont donc des questions qui nous sont peu familières et nous avons naturellement tendance à considérer tout travail spécifique à l'instrumentation comme un travail annexe, hors mathématique, mangeur de temps didactique. Les technologies informatiques introduisent ici un changement radical et un certain nombre de questions ne peuvent plus être évitées : Quels sont les processus d'apprentissage sous-jacents à une telle transformation d'artefacts en instruments et comment les gérer ? Quelles relations avec les apprentissages mathématiques institutionnellement visés qui sont eux définis indépendamment de ces technologies ? Comment gérer les décalages et conflits éventuels ? Que résulte-t-il, dans ce domaine, d'instrumentations laissées entièrement ou presque entièrement au travail privé de l'élève ?

Ces questions sont loin d'avoir des réponses évidentes et les hiérarchies de valeurs qui gouvernent les représentations des mathématiques culturellement dominantes n'aident pas forcément à bien les poser. Les débats suscités par l'apparition sur le marché de la TI 92 le montrent bien. Combien d'affirmations du style : avec une telle machine, plus besoin de savoir de mathématiques pour réussir un problème de bac, entendues ici ou là, justifiées par le fait que moi, professeur de mathématiques, j'ai l'impression d'arriver à faire le problème avec la machine, sans engager de connaissances mathématiques. Cette impression est en fait illusoire et il suffit de changer très légèrement les conditions de la tâche de résolution pour s'en apercevoir : imposons-nous par exemple simplement de faire produire à la machine, toutes les réponses, au lieu de choisir judicieusement, en nous appuyant à la fois sur nos connaissances mathématiques et sur notre connaissance de la machine, les moments où nous allons l'utiliser.

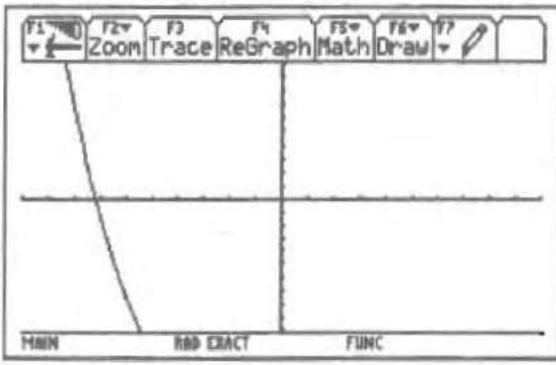
En fait, de telles affirmations nous renvoient à la question suivante : parmi tout ce qui est en jeu dans notre travail mathématique, qu'identifions-nous comme connaissance mathématique et pourquoi ? N'est-ce-pas une partie minime de ce qui le rend possible et producteur, comme si nous ne percevions que les parties émergées d'un gigantesque iceberg ? Et peut-on analyser efficacement les changements introduits dans le travail et l'apprentissage mathématique par les environnements technologiques complexes sans faire l'effort de rendre à nouveau visible ce que des pratiques devenues routinières dans les environnements usuels ont rendu transparent, ont naturalisé (Chevallard, 1991) ?

C'est à ces questions que nous nous intéressons tout particulièrement dans le cadre d'une recherche en cours, financée par la DISTNB2, sur l'intégration de la TI 92 au niveau de la Première S (Artigue & al., 1996). Il nous a semblé intéressant, dans ce but, de nous référer aux travaux sur l'instrumentation menés en ergonomie cognitive, les chercheurs de ce domaine étant depuis longtemps confrontés aux problèmes d'apprentissage dans des environnements technologiques complexes (Rabardel,1995). Nous avons en particulier repris la distinction qu'ils opèrent entre l'instrumentalisation dirigée vers l'artefact et l'instrumentation dirigée vers le sujet qui conduit à l'élaboration ou l'appropriation de schèmes et de techniques instrumentées, puis essayé d'étudier plus précisément les techniques instrumentées élaborées progressivement par les élèves pour l'étude de fonctions, une tâche classique à ce niveau, ainsi que les connaissances mathématiques sous-jacentes à ces techniques.

Si un premier niveau de familiarisation avec la TI 92 semble facile pour ces élèves qui disposaient déjà tous de calculatrices graphiques, la genèse instrumentale dans le cadre de l'étude des fonctions met en jeu à l'évidence des processus complexes. Les entretiens réguliers faits au cours de l'année avec des élèves choisis pour faire jouer les trois variables suivantes : sexe, niveau scolaire en mathématiques, rapport aux technologies informatiques, montrent que les techniques instrumentées qui nous semblent naturelles, quasiment spontanées, ne se mettent en place que lentement, qu'elles impliquent la réorganisation des techniques que les élèves ont construites dans le cadre de l'étude de fonctions sans dérivées, en papier/crayon et avec des calculatrices paphiques.

Par exemple, lors du premier entretien, en février, les élèves devaient étudier la fonction définie par : $f(x) = (x+7)+ 9/x$. Ils la faisaient tracer sur leur calculatrice, puis étudiaient son sens de variation (en utilisant librement la machine) et devaient dire si les résultats de l'étude algébrique étaient cohérents avec le tracé obtenu. Ils disposaient pour cela de 15 minutes environ. En fait, à ce moment-là de l'année, l'instrumentation des TI 92 disponibles depuis la fin décembre est encore très frustre, pour la plupart d'entre eux, au sens où ils ne savent en gros en tirer parti sans problème que si elle donne directement le résultat demandé, sous la forme demandée. Ainsi, dans cette situation où la fenêtre standard ne donne pas une représentation satisfaisante, peu sont capables d'obtenir sans aide une fenêtre adéquat (cf. figure page suivante).

Ils savent faire calculer par la mactùne la dérivée de la fonction mais plusieurs sont perturbés par le polynôme du troisième degré trouvé au numérateur qui ne permet pas de se brancher sur les techniques connues et requises dans les exercices papier/crayon de ce niveau : signe du trinôme du second degré, principalement. Même s'ils pensent à faire calculer par la TI 92 les zéros de la dérivée, ils ne savent pas nécessairement exploiter cette information pour étudier son signe. Face à ces difficultés, ils reviennent volontiers aux techniques utilisées en seconde : lecture du sens de variation sur un tableau de valeurs, par exemple. Et si, à cette occasion, ils rencontrent la valeur « undef» en 0 (cf. figure ci-dessous), ls ne savent généralement pas en tirer spontanément les conséquences, au niveau du tableau de variation notamment (il n'y a pas encore eu de travail systématique dans la classe sur les limites infinies). La plupart obtiennent des tableaux de variation non conformes à leur tracé mais la sensibilité aux contradictions reste faible, l'articulation des deux types d'information n'allant pas encore de soi, dès que l'on sort des études de fonctions routinières.



x	y1	
-5.	-11.8	
-4.	-14.25	
-3.	-15.	
-2.	-14.5	
-1.	-15.	
0.	undef	
1.	17.	
2.	22.5	

x=-5.

MAIN RAD EXACT FUNC

A la fin de l'année, les contrôles communs et celui spécifique machine montrent que des techniques efficaces se sont mises en place pour la résolution de tâches relativement standard, mais elles supportent encore peu les perturbations, comme en témoignent les difficultés rencontrées par tous lors du dernier entretien où on leur demandait de faire afficher le tracé de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{1 + \cos 2x}$, de formuler des conjectures sur les propriétés de la fonction à partir de l'application graphique, puis d'étudier leur validité en se servant, comme ils le souhaitaient, de l'application HOME de calcul symbolique et enfin, s'ils n'y avaient pas songé spontanément, de comparer cette fonction à la fonction cosinus.

Nous voudrions aussi souligner qu'une instrumentation efficace de la TI 92 requiert des connaissances mathématiques spécifiques. Ceci est patent en ce qui concerne la gestion des représentations graphiques et confirme les résultats déjà obtenus dans divers travaux sur les calculatrices graphiques (Trouche, 1994). Mais des connaissances sont aussi nécessaires à une exploitation efficace de l'application de calcul symbolique. Les expressions entrées sont en effet automatiquement évaluées par la machine, selon des procédures qui ne sont en rien transparentes et dont le contrôle de validité reste en partie à charge de l'élève (par exemple, dans le cas de simplifications de fractions rationnelles ou de calculs avec des radicaux). Les formes fournies par la machine ne sont pas nécessairement celles attendues par les élèves, conformes aux conventions d'arrêt des calculs dans l'environnement usuel.

Les élèves doivent donc développer des compétences dans la reconnaissance d'équivalence d'expressions algébriques, dans la production assistée d'expressions équivalentes, qui vont bien au delà de ce qui est requis dans l'enseignement usuel. Il y a là une mine de situations très intéressantes pour le diagnostic et le travail algébrique, comme le montre le rapport effectué à l'issue de l'expérimentation menée en seconde à Montpellier (Guin & Delgoulet, 1996). Enfin, la calculatrice TI 92 pose de façon incontournable la question des rapports entre calculs exact et approché, en introduisant des ressources nouvelles pour la travailler, du fait des possibilités simultanées de calcul exact et approché. Une instrumentation efficace de la calculatrice suppose là encore des compétences que, on le sait bien, l'enseignement usuel a beaucoup de mal à développer, par exemple pour comprendre la succession des productions de la TI 92, à propos de $\cos(\pi/16)$, proposé dans (Trouche, 1996).

5 - Conclusion

Très brièvement, je voudrais en conclusion, souligner que j'ai essayé dans cet exposé de pointer quelques questions qui me semblent aujourd'hui essentielles pour penser efficacement les problèmes d'intégration des technologies informatiques à l'enseignement des mathématiques. J'ai aussi essayé de montrer que les positions induites par la culture vis à vis de ces questions ne nous aident pas nécessairement à aborder efficacement les problèmes qui se posent, soit qu'elles nous enferment dans le piège de devoir montrer que les technologies informatiques constituent un remède efficace et peu coûteux aux difficultés rencontrées par l'enseignement, soit qu'elles nous amènent à mesurer l'intérêt du travail dans ces environnements à la seule aune des compétences requises par le fonctionnement scolaire usuel en papier/crayon, institué comme seule référence légitime pour l'enseignement des mathématiques.

J'espère aussi avoir laissé transparaître ma conviction que, dans ce domaine, la connaissance progresse, que les obstacles, pour sévères qu'ils soient, deviennent moins insurmontables quand ils sont mieux cernés et que, faire et enseigner des mathématiques avec ces instruments informatiques, est une aventure qui vaut la peine d'être vécue.

Références

ARTIGUE, M., ABBOUD, M., DROUHARD, JP., LAGRANGE JB, (1995). *Une recherche sur le logiciel DERIVE.* Cahier DIDIREM spécial n°3. IREM Paris 7.

ARTIGUE, M., DEFOUAD, B., DUPÉRIER, M., JUGE, G., LAGRANGE, J.B. (1996). *Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des mathématiques au lycée.* Rapport de recherche, Équipe DIDIREM.

ARTIGUE, M. (1996). Rapports entre dimensions technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques symboliques, in Actes de l'université d'été de Rennes, août 1996 (à paraître).

CHEVALLARD, Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension Sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de didactique des Mathématiques et de l'informatique.* LSD-IMAG, Grenoble.

Guin, D. & al. (1996). *Étude des modes d'appropriation de calculatrices graphiques et symboliques dans une classe de seconde.* Rapport de recherche, IREM de Montpellier.

HIRLIMANN, A. (Ed.) (1994). *Enseignement des mathématiques et logiciels de calcul formel.* Ministère de l'Éducation Nationale, DITEN 82.

LABORDE, C. (1996). *Le Cabrikon.* Bulletin APMEP n°404, p. 331-346.

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies - Approche cognitive des instruments contemporains,* Armand Colin, Paris.

TROUCHE, L. (1994). *Calculatrices graphiques : la grande illusion,* Repères-IREM n°14, 39-55.

TROUCHE, L. (1996). *Enseigner les mathématiques en TS avec des calculatrices graphiques et formelles,* Tomes 1 et 2, IREM de Montpellier.