

**Journées Nationales d'Albi 1996  
Conférence samedi 26 octobre**

## **Un exemple d'utilisation des mathématiques au CNES : le traitement des données à bord des satellites**

**Gilles MOURY**  
CNES Toulouse

### **Une rapide présentation du CNES**

Le CNES (Centre National d'Études Spatiales), agence française de l'espace, est en charge de mener à bien les projets spatiaux français (Spot, Telecom, TDF,...) et certains projets européens (Ariane,...) dans le domaine des satellites et des lanceurs. Pour accomplir cette tâche, le CNES mené à faire un usage intensif des mathématiques dans un certain nombre de domaines-clés parmi lesquels on peut citer, entre autres :

- la mise en orbite et le maintien à poste des satellites avec une utilisation poussée de la mécanique Keplerienne ;
- le traitement des images de télédétection prises par les satellites d'observation de la Terre avec l'utilisation de toute une panoplie d'outils (morphologie mathématique, analyse de Fourier, filtrage....).

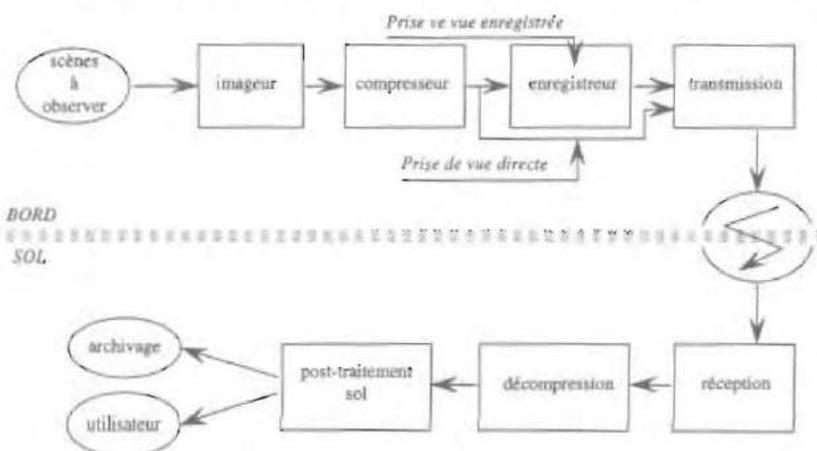
## Un nouveau domaine d'utilisation des mathématiques : la compression des images à bord des satellites

Les images acquises à bord des véhicules spatiaux (satellites d'observation de la Terre, sondes scientifiques,...) représentent, dans la plupart des cas, de très gros volumes de données qu'il est nécessaire, d'une part, de stocker à bord (pendant les périodes de non visibilité du sol), et d'autre part, de transmettre au sol en vue de leur exploitation. Compte tenu des sévères limitations (masse, volume, consommation) qui s'appliquent aux équipements embarqués, il est primordial de réduire au maximum à la fois la capacité de stockage et la capacité de transmission nécessaires pour remplir la mission.

Pour ce faire, la compression des données images à bord se révèle être une solution de plus en plus avantageuse et ceci pour deux raisons principales :

- les performances des algorithmes de compression sont en amélioration constante, sous l'impulsion des recherches menées depuis plus de vingt ans dans les domaines des télécommunications et de l'informatique ;
- les technologies micro-électroniques embarquables en spatial font des progrès rapides en termes d'intégration (nombre de portes logiques par circuit). Ces technologies nous permettent d'embarquer, dès aujourd'hui, pour de la compression temps réel, des algorithmes très complexes en terme de nombre d'opérations par point élémentaire (pixel) de l'image.

La chaîne d'acquisition-stockage-transmission-réception et exploitation sol des images spatiales (appelée chaîne image) est schématisée ci-après :



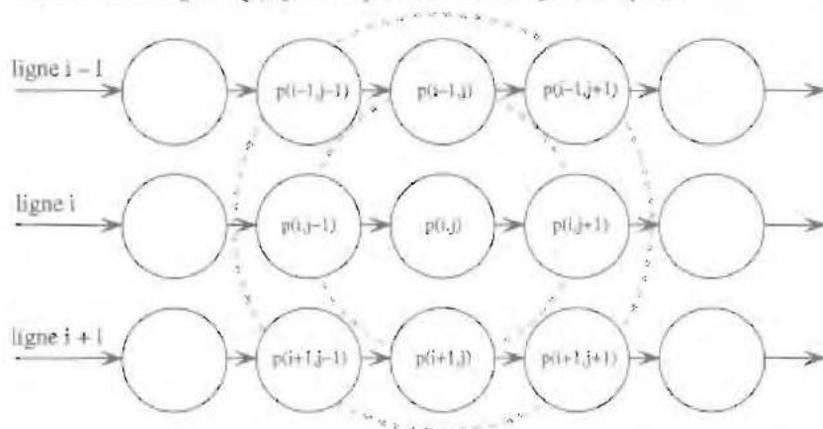
Pour chaque mission, il y a un compromis à trouver, en fonction des limitations des ressources embarquées, entre la satisfaction des utilisateurs (la qualité des images étant inversement proportionnelle au taux de compression utilisé) et la quantité d'images qui pourront être acquises pendant la mission. Ceci est particulièrement vrai pour les sondes lointaines d'exploration du système solaire (exemples : Voyager, Phobos, Clementine) pour lesquelles les ressources à bord sont extrêmement limitées.

## Quelques rappels théoriques

### Corrélation des données images

Une image numérique est une matrice de pixels, chaque pixel étant un point élémentaire de l'image. Chaque pixel est codé sur  $k$  bits et peut donc prendre  $2^k$  valeurs distinctes représentant chacune un niveau de gris (cas des images monochromes). Dans nos applications,  $k$  est en général égal à 8 mais on trouve des applications qui requièrent jusqu'à 16 bits par pixel.

Chaque pixel de l'image est noté  $p(i, j)$ , où  $i$  indique la ligne et  $j$  la colonne. Le voisinage de  $p(i, j)$  est représenté sur la figure ci-après :



Dans une image naturelle (par opposition à une mire artificielle), la corrélation entre pixels voisins est très élevée et décroît en fonction de la distance euclidienne entre les pixels. Ainsi, les pixels les plus corrélés à  $p(i, j)$  sont  $[p(i-1, j), p(i, j+1), p(i+1, j), p(i, j-1)]$ , situés à un pixel de distance, puis ce sont  $[p(i-1, j-1), p(i-1, j+1), p(i+1, j+1), p(i+1, j-1)]$  situés à  $\sqrt{2}$  pixels de distance et ainsi de suite. La corrélation diminue très vite avec la distance et devient négligeable à 5 – 10 pixels de distance. Pour comprimer efficacement une image, et donc éviter de coder et transmettre plusieurs fois la même informa-

tion, la première opération à réaliser est toujours de décorréler localement l'image. Nous venons plusieurs types de décorrélateurs par la suite. La décorrélation la plus simple à réaliser consiste, au lieu de coder chaque pixel  $p(i,j)$  indépendamment de ses voisins, à coder la différence :  $p(i,j) - p(i, j-1)$ .

### Notion d'entropie

L'entropie est une mesure de la quantité d'informations contenue dans un jeu de données. Elle est définie de la façon suivante :

- considérons une image codée sur  $k$  bits/pixel. Chaque pixel peut prendre  $2^k$  valeurs entre 0 et  $2^k - 1$  ;
- l'entropie de l'image (notée  $H(S)$ ) est donnée par la formule :

$$H(S) = \sum_{i=0}^{2^k-1} P_i \log_2 \frac{1}{P_i}$$

où  $P_i$  est la probabilité pour qu'un pixel de l'image prenne la valeur  $i$ .

La théorie de l'information (cf.[1]) montre que  $H(S)$  donne le nombre moyen minimal de bits par pixel avec lequel il est possible de coder l'image sans perdre d'information (compression dite réversible : c'est-à-dire que les données après décompression sont identiques au bit près aux données avant compression). En d'autres termes, le taux de compression maximal qu'il sera possible d'obtenir sans perdre d'informations est donné par  $CR_{\max} = k/H(S)$  ; le taux de compression étant le rapport entre le nombre de bits de l'image avant compression et le nombre de bits après compression. L'histogramme d'une image est le graphe donnant  $P_i$ . L'histogramme d'une image SPOT de la ville de Gènes est donné en figure 3.

Pour illustrer la notion d'entropie, prenons quatre types d'images différents :

- 1 - Une image uniforme où tous les pixels ont la même valeur,  $H(S) = 0$  ; cette image ne contient aucune information ;
- 2 - une image binaire noire-blanche du type de celles traitées par les télécopieurs  $H(S) = P_{\text{blanc}} \log_2(1/P_{\text{blanc}}) + P_{\text{noir}} \log_2(1/P_{\text{noir}})$   
on a donc  $H(S) < 1$ .

En pratique,  $P_{\text{noir}} \ll P_{\text{blanc}}$  donc  $H(S) \ll 1$ , ce qui explique que les algorithmes de compression réversibles utilisés dans les télécopieurs ont des taux moyens de compression supérieurs à 100 ;

3 - l'image SPOT de Gênes sur 8 bits dont l'histogramme est donné en figure 3 :  $H(S) = 6,97$ .

### Compression réversible

La compression réversible est limitée par le taux de compression  $CR_{\max} = k/H(S)$ . Pour réaliser une compression réversible, on va d'abord décorréler l'image de façon à réduire l'entropie  $H(S)$ . On peut illustrer l'effet de la décorrélation sur l'entropie, sur l'image SPOT de la ville de Gênes :

- \* entropie de l'image source :  $H(S) = 6,97$
- \* entropie de l'image après décorrélation de type  $[p(i,j) - p(i,j-1)]$  :  $H_1(S) = 5,74$ .

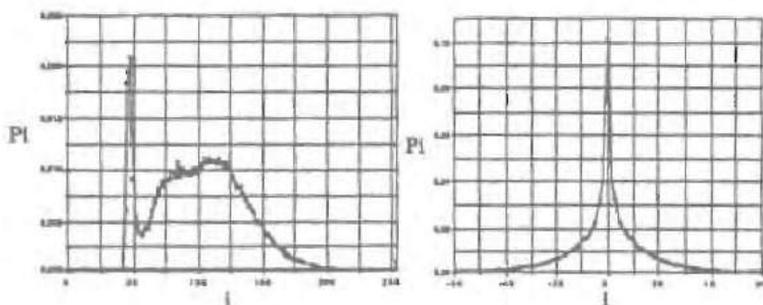


Figure 3

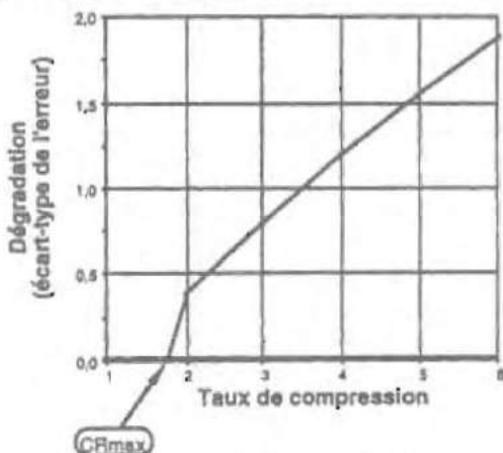
*Histogramme de l'image SPOT de Gênes avant et après décorrélation*

Plus la décorrélation sera efficace, plus l'entropie de l'image après décorrélation sera faible et plus le taux de compression atteignable par codage réversible des données décorréliées sera élevé. La compression réversible est utilisée dans les applications où les utilisateurs finaux des images ne peuvent tolérer aucune dégradation sur les données transmises. Néanmoins, les taux de compression atteignables sont relativement faibles (de l'ordre de 1,5 à 2 sur des images de télédétection du type de celles prises par le satellite SPOT).

### Compression avec pertes

Lorsque l'on recherche des taux de compression supérieurs à  $CR_{\max}$ , ce qui est le cas le plus courant, on est obligé d'introduire des pertes d'information dans la chaîne de compression. Ces pertes d'information sont en général réalisées par une quantification des données décorréliées. Pour une image et un algorithme de compression donnés, il existe une relation entre le taux de

compression obtenu et l'erreur introduite dans l'image par la compression/décompression. Cette courbe, appelée "taux-dégradation" a l'allure typique donnée dans la figure ci-dessous :



La dégradation est souvent mesurée quantitativement par l'écart-type de l'erreur de compression/décompression. Le niveau maximal de dégradation tolérable par l'utilisateur des images fixe le taux de compression maximal utilisable sur la mission.

### Présentation des divers types d'algorithmes

Une présentation des divers types d'algorithmes de compression peut être trouvée dans la référence [2], ainsi que [5]. Nous nous bornerons ici à donner les principes généraux et quelques exemples utilisés en spatial.

### Architecture générale

Tout système de compression peut se décomposer en trois modules distincts (figure 6) : à savoir, la décorrélation de l'image source, la quantification des valeurs décorrélatées et l'affectation de codes binaires.

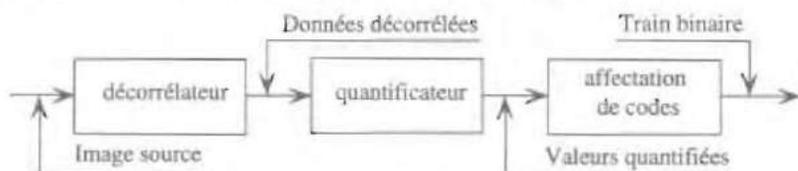


Figure 6  
Schéma général d'un système de compression

**a - Le module de décorrélation** de l'image permet de réduire la redondance contenue dans les données. En effet, dans une image, comme nous l'avons obtenue la valeur d'un pixel est fortement corrélée à celle de ses voisins. En pratique, il existe un grand nombre de méthodes de décorrélation. Nous en donnons deux exemples dans la suite : transformées DCT et en sous-bandes.

**b - Le quantificateur** est l'organe essentiel du système de compression. En effet, c'est lui qui va diminuer effectivement la quantité d'information transmise en éliminant toute l'information non pertinente (vis à vis de l'utilisation qui est faite des images après décompression au sol) contenue dans les données issues du décorrélateur. La quantité d'information non pertinente éliminée par le quantificateur doit pouvoir varier en fonction de l'application. Nous voyons donc que le quantificateur joue le rôle d'organe de commande du système de compression en le rendant utilisable à différents taux de compression. La quantification est la seule opération non réversible de la chaîne de compression.

**c) L'affectation de codes** (ou plus simplement codage) est le dernier maillon de la chaîne de compression. Celui-ci a pour rôle de produire un train binaire, représentatif des valeurs quantifiées, qui sera effectivement transmis ou stocké pour transmission ultérieure. Son rôle est d'affecter à chaque valeur quantifiée ou événement un code binaire qui pourra être déchiffré sans ambiguïté par le décodeur au sol. Cette affectation peut se faire de façon plus ou moins économique en terme de nombre de bits transmis. Les codes les plus efficaces sont les codes à longueur variable dont le principe est simple : affecter les codes les plus courts aux valeurs (ou événements) les plus probables. Le code à longueur variable optimal, c'est à dire celui qui permet de s'approcher au plus près de l'entropie du jeu de données à coder, est le code de Huffman (cf. [4]).

La mise en œuvre des diverses méthodes de compression ne fera pas toujours apparaître les 3 modules précités. Certains modules pourront être regroupés en un seul (c'est le cas de la quantification et du codage pour les algorithmes utilisant le codage vectoriel). Le module de quantification peut également disparaître comme dans le cas d'une méthode de compression réversible.

### **Un exemple de compression réversible : l'algorithme de Rice**

Ces algorithmes permettent de restituer après décompression l'image source sans aucune erreur de reconstruction. Il n'y a donc pas de quantification (seule étape non réversible d'une méthode de compression - cf. fig.6).

Un exemple d'une telle méthode est le codage de Rice. Dans cette méthode, le décorrélateur doit préparer les données image source pour qu'elles-

soient distribuée après décorrélation, suivant une distribution Laplacienne. En pratique, pour la plupart des images, remplacer le pixel courant  $p(i,j)$ , par la différence  $[p(i,j)-p(i,j-1)]$ , en ne conservant que les bits de poids réduits, suffit à obtenir une distribution Laplacienne (voir figure 8). Les bits non prédictibles (appelés split bits) sont dissociés et transmis tels quels.

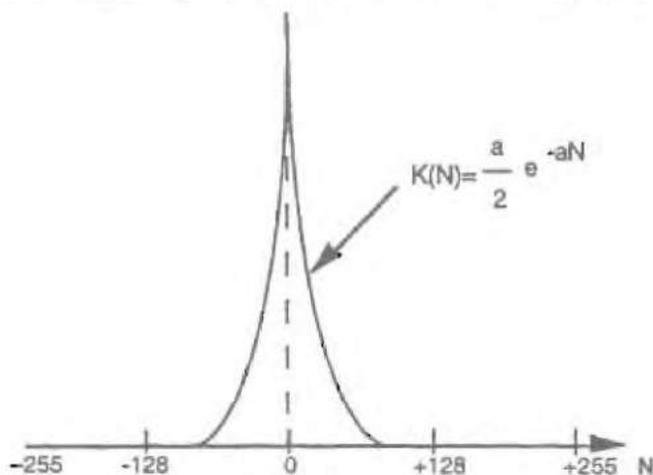


Figure 8

*Histogramme suivant une distribution Laplacienne*

Une fois la décorrélation effectuée et la distribution Laplacienne obtenue, on code les valeurs de la façon suivante :

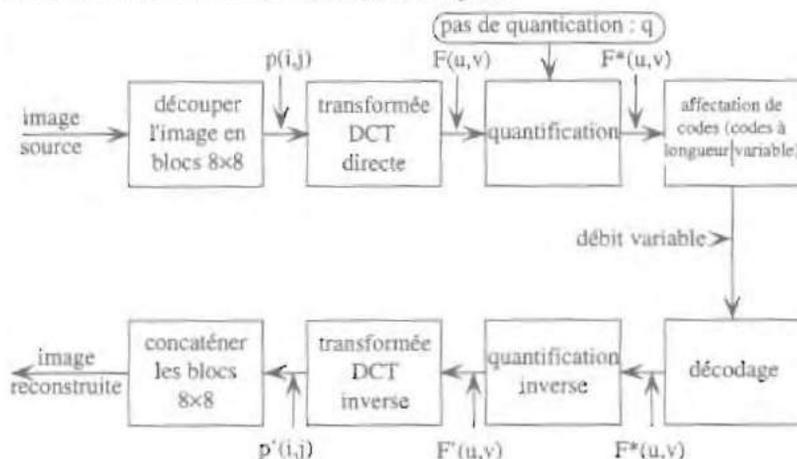
| valeur | code    |
|--------|---------|
| 0      | 1       |
| 1      | 01      |
| -1     | 001     |
| 2      | 0001    |
| -2     | 00001   |
| 3      | 000001  |
| -3     | 0000001 |
| etc.   |         |

On peut montrer que ce code (bien que très simple dans son principe) est un code optimal de type Huffman pour  $a > 0,481$  ( $a =$  paramètre de la distribution Laplacienne).

### Un exemple de compression avec pertes : algorithme de type DCT

La DCT (Discrete Cosine Transform) est le décorrélateur le plus couram-

ment utilisé en compression d'images. Elle est à la base de nombreux standards de compression (ex : [6]). La DCT est une des transformées unitaires (cf.[2] pour plus de précision sur la définition et l'intérêt des transformées unitaires en compression) utilisées en compression pour réaliser la décorrélation. Cette transformation opère sur des blocs de  $n \times n$  pixels ( $n = 8$  en général) et réalise sur ces blocs l'équivalent d'une transformée de Fourier dont on ne conserve que la partie réelle. Le schéma général d'une compression à base de transformée unitaire DCT est donné ci-après :



La transformation DCT directe d'un bloc  $8 \times 8$  est donnée par la formule suivante, où les  $p(i,j)$  sont les pixels de l'image source et les  $F(u,v)$  sont les coefficients représentatifs du contenu spectral du bloc aux différentes fréquences spatiales :

$$F(u,v) = \frac{1}{2} C_u C_v \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 p(i,j) \cdot \cos \frac{(2i+1)u\pi}{16} \cdot \cos \frac{(2j+1)v\pi}{16}$$

avec  $C_u$  (resp.  $C_v$ ) =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  pour  $u$  (resp.  $v$ ) = 0 et  $C_v$  (resp.  $C_u$ ) = 1 pour  $u$  (resp.  $v$ )  $\neq 0$ .

Dans le domaine transformé (domaine des fréquences spatiales):

- les coefficients  $F(u,v)$  obtenus sont bien décorrélés contrairement aux pixels sources du bloc;
- les coefficients qui ont une amplitude non négligeable se trouvent statistiquement concentrés dans une région restreinte dit plan transformé

(cf. [7]), ce qui facilite grandement le codage ultérieur après quantification de ces coefficients.

La quantification est une simple division par un pas de quantification  $q$ . Plus  $q$  sera grand, plus le taux de compression sera élevé et inversement. Le taux et donc l'erreur sur les données reconstruites sont donc contrôlés par le choix du pas. En sortie de quantification, un grand nombre de coefficients ( $F^*(u,v)$ ) sont nuls. On utilise donc un codage de Huffman sur des événements de type plage-longueur (run-length) adapté à cette statistique (cf. [8]).

Le principal défaut des algorithmes à base de DCT (pour les applications de télédétection spatiale) est lié au fait que chaque bloc  $8 \times 8$  est codé indépendamment de ses voisins, ce qui crée des problèmes de raccordement de blocs après décompression. Ce phénomène (appelé effet de blocs), invisible à l'œil pour des taux de compression de 4, peut être gênant pour certains traitements informatiques de l'image. Pour faire disparaître cet effet de blocs et améliorer encore la décorrélation par rapport à la DCT, on a recours à des algorithmes basés sur la décomposition en sous-bandes décrits ci-après.

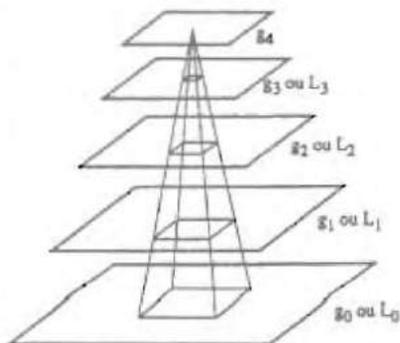
#### Un exemple de compression avec pertes : décomposition en sous-bandes.

L'approche des techniques de codage en sous-bandes est identique à celle du codage par transformée unitaire (DCT ou autres) : décomposer le signal en composantes de différentes fréquences afin de coder chacune d'elles séparément. Les moyens mis en œuvre pour obtenir cette décomposition sont cependant différents : dans la méthode par transformée, une matrice de transformation fournit les raies de fréquences différentes, alors qu'un véritable filtrage de l'image entière doit être réalisé dans la technique sous-bandes.

Cette décomposition en  $N$  sous-bandes s'effectue au moyen d'un banc de filtres. Les filtres utilisés sont en général déterminés à partir de la théorie des ondelettes (cf. ref [9]). La découpe du plan fréquentiel ainsi réalisée peut être soit régulière soit irrégulière (par exemple: découpe fine dans les hautes fréquences et grossière dans les basses fréquences)

Un exemple de décomposition est la décomposition pyramidale (cf ref [3]). Cette décomposition est illustrée dans la figure ci-contre :

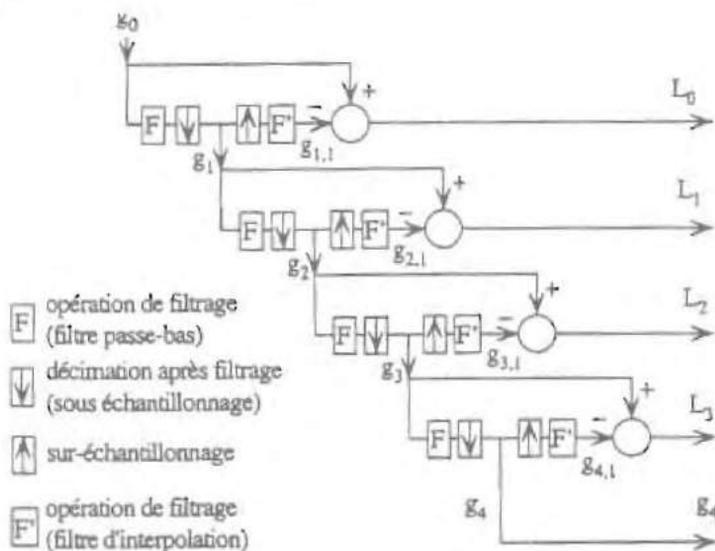
Ce schéma illustre les relations entre les pixels des différentes sous-bandes.



Chaque sous-bande représente un niveau de résolution différent. Dans ce schéma,  $g_0$  représente l'image source de taille  $(16*N, 16*M)$ .  $g_0$  est décomposée en deux images résultantes :

- $L_0$  image passe-haut de même résolution que  $g_0$   $(16*N, 16*M)$ , contenant les hautes fréquences spatiales de  $g_0$ .
- $g_1$  image passe-bas de résolution deux fois moindre que  $g_0$   $(8*N, 8*M)$ , contenant les basses fréquences de  $g_0$ .  $g_1$  subit le même traitement que  $g_0$ , pour être décomposée en  $L_1$  et  $g_2$  et ainsi de suite jusqu'à  $g_4$  de résolution  $(N, M)$ . Sont quantifiées et codées pour transmission les images:  $L_0, L_1, L_2, L_3$  et  $g_4$ .

Les opérations de filtrage, décimation et interpolation nécessaires pour effectuer la décomposition pyramidale en sous-bandes sont illustrées dans la figure ci-dessous :



Les avantages des algorithmes de décomposition en sous-bandes sont :

- a) la décomposition de l'image en différentes fréquences spatiales est faite globalement sur l'image (par une fenêtre mobile de filtrage) et non par bloc  $8 \times 8$  comme dans la DCT. De ce fait, il n'y a pas les problèmes de raccordement aux frontières de blocs sur l'image décompressée.
- b) la quantification de chaque sous-bande peut être différente de celles des

autres sous-bandes et être adaptée à l'importance des informations contenues dans cette sous-bande vis à vis de l'application (ou les applications) qui utilise ces images.

## Conclusion

L'optimisation des missions spatiales d'observation (de la Terre ou planétaire) suppose l'utilisation à bord d'une compression performante. Par ailleurs, les progrès rapides de la microtechnologie électronique permettent désormais d'implanter à bord des engins spatiaux des algorithmes de grande complexité.

Pour ce qui est de la compression, deux outils mathématiques se révèlent être particulièrement performants : les transformées unitaires (ex : DCT), les décompositions en sous-bandes (ex : ondelettes). Une bonne maîtrise de ces outils et des théories mathématiques sous-jacentes est indispensable pour mener à bien une optimisation d'ensemble de la chaîne de transmission des images entre l'engin spatial et le sol.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. Gallager, "*Information Theory and Reliable Communication*", J. Wiley, 1968
- [2] M. Rabbani, P. Jones, "*Digital Image Compression Techniques*", SPIE Press, 1991
- [3] P. Hua, E. Adelson, "*The Laplacian pyramid as a compact image code*", IEEE Trans. Commun., COM-31, 1983
- [4] D. Huffman, "*A method for the construction of minimum redundancy codes*", Proc. IRE, 40, 1952
- [5] A. Rosenfeld, A. Kak, "*Digital picture processing*", Academic Press, 1982
- [6] ISO/IEC10918, "*International standard, Information technology, Digital compression and coding of continuous-tone still images*"
- [7] R. Reininger, J. Gibson, "*Distribution of the 2 dimensional DCT coefficients for images*", IEEE Trans. for Communications, vol.31, 1983
- [8] A. Leger, T. Omachi, G. Wallace, "*JPEG Still Picture Compression Algorithm*", Optical Engineering, vol.30, 1991
- [9] O. Rioul, M. Vetterli, "*Wavelets and signal processing*", IEEE Signal Processing Magazine, Oct. 1991.