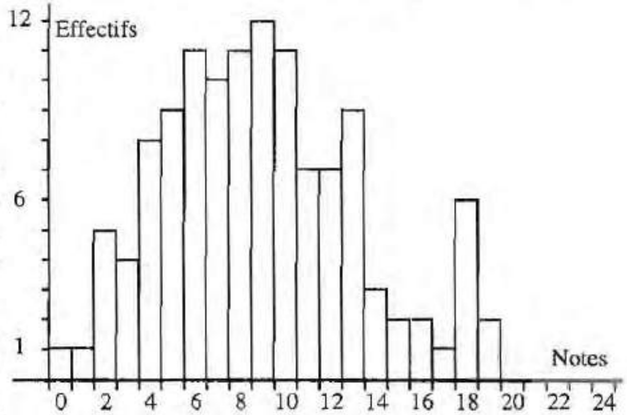
Culture mathématique générale

Une enquête à l'entrée de l'IUFM

F. Boule

Présentation

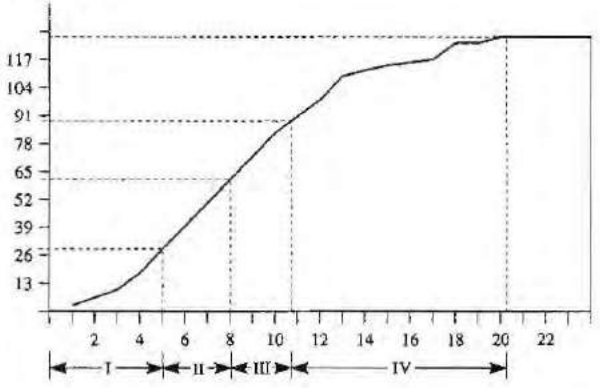
Une épreuve portant sur des connaissances et des savoir-faire de caractère élémentaire en mathématiques a été proposée de façon individuelle et anonyme, sans recours aux calculatrices pendant une durée de 1h30, en Septembre 1994 aux étudiants entrant à l'IUFM de Dijon (formation des professeurs d'école, première année). Il ne s'agissait pas d'un test sélectif, mais d'une épreuve indicative sur la culture mathématique générale d'étudiants situés à BAC + 3.



Le dépouillement porte sur un échantillon de 122 étudiants présents en Septembre, tous titulaires d'une licence ou d'un diplôme équivalent.

On peut considérer que 25% des points du

barème relève de connaissances ou savoir-faire exigibles à l'école élémentaire ; et 70% de connaissances ou savoir-faire exigibles au collège.
On constate néanmoins que la moyenne générale est de 8,34 sur 24. Voici la fonction de répartition :



Elle fait apparaître que les trois quarts de la population ont une note inférieure à 12 sur 24.

Ceci soulève au moins deux questions importantes :

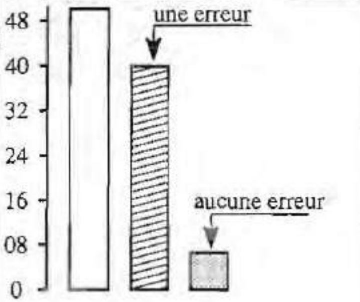
- la première relative à ce qu'on pourrait appeler une culture de base en mathématiques, c'est-à-dire l'ensemble des connaissances et des savoir-faire supposés acquis à l'issue de l'enseignement obligatoire. Ces résultats invitent fermement à réfléchir aux finalités, au déroulement, à l'efficacité de cet enseignement.
- La seconde concerne plus spécifiquement la population interrogée, qui dans un délai de quelques mois, doit se présenter à un concours supposant non seulement acquis l'ensemble des connaissances élémentaires, mais également possible une analyse pédagogique à leur sujet. Peut-on concevoir une formation qui, en quelques semaines, parvienne à combler des lacunes ouvertes depuis une dizaine d'années, mais encore vise à produire une réflexion pertinente sur l'enseignement de ce contenu ?

Avant d'aborder cette discussion, voici ce que donne le dépouillement item par item. Sauf indication contraire : 0 = échec, 1 = réussite.
Analyse par item :

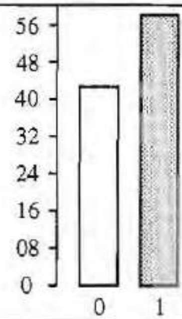
A, D, E, F, G page 3
B, C, H, I page 4
J, K, L, M, N, O page 5
P, Q, R page 6

A Ranger les nombres suivants par ordre croissant :

$\frac{3}{7}$; $\frac{7}{17}$; 0,4; $\frac{3}{8}$; 0,3751; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{0,2}$; 0,428

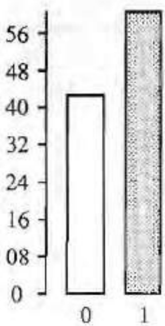


D Quel est l'inverse du double du carré de x + y ?
Quel est le carré de l'inverse du double de x + y ?



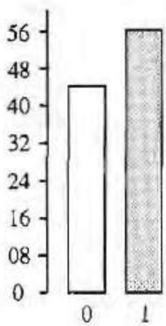
E

Calculer $\dfrac{1-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{4}{3}\left(1-\frac{5}{4}\right)}$



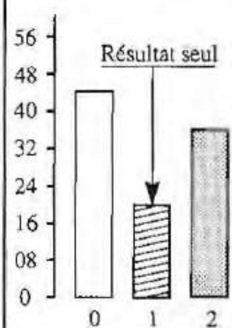
F

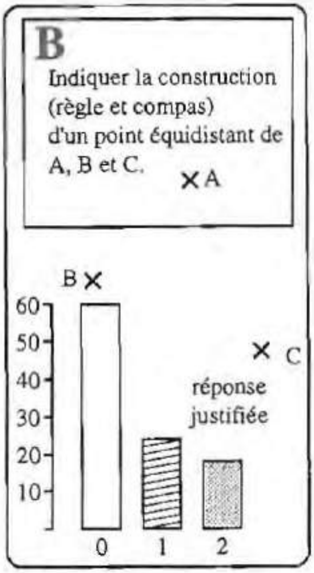
Eerire en lettre le nombre $10^x - 1$

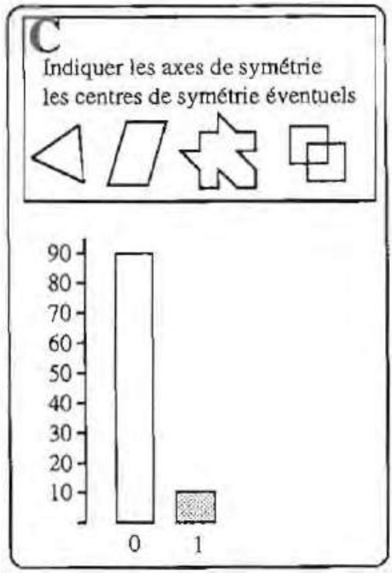


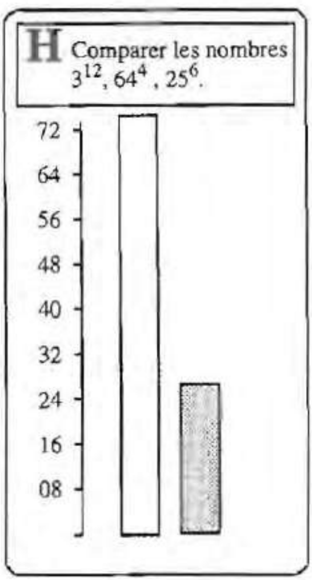
G

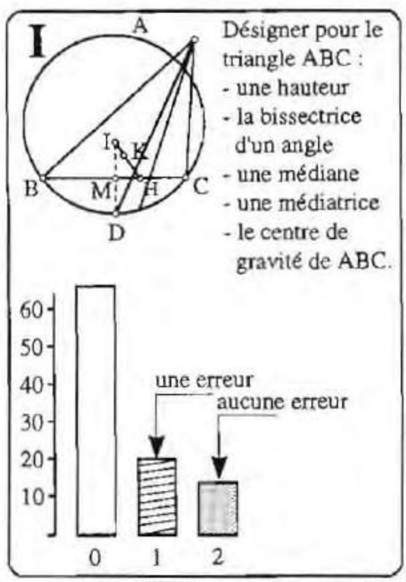
Poser et effectuer la division de 45,1725 par 14,25




B
Indiquer la construction
(règle et compas)
d'un point équidistant de
A, B et C.
A
B
C
réponse
justifiée
60
50
40
30
20
10
0
1
2

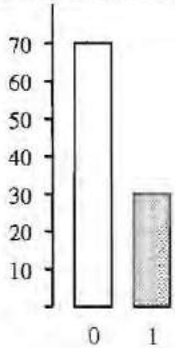

C
Indiquer les axes de symétrie
les centres de symétrie éventuels
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1


H
Comparer les nombres
3^12, 64^4, 25^6.
72
64
56
48
40
32
24
16
08


I
A
B
C
D
I
K
M
H
Désigner pour le
triangle ABC :
- une hauteur
- la bissectrice
d'un angle
- une médiane
- une médiatrice
- le centre de
gravité de ABC.
60
50
40
30
20
10
une erreur
aucune erreur
0
1
2

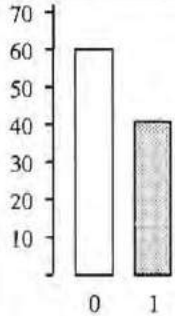
J

Résoudre :
$5(2x-3)-3(2x-5)=4x$



K

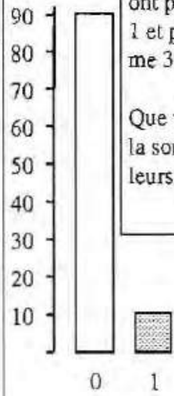
Trouver un nombre sachant que ses 3/4 dépassent ses 2/3 de 2 unités



L

Deux nombres ont pour produit 1 et pour somme 3.

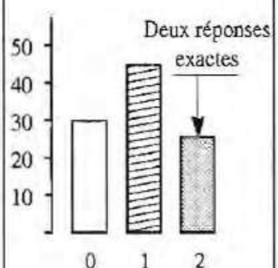
Que vaut la somme de leurs cubes ?



M

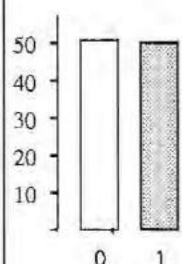
Comparer les fractions 16/21 et 17/22

Ecrire une fraction écrite entre les deux.



N

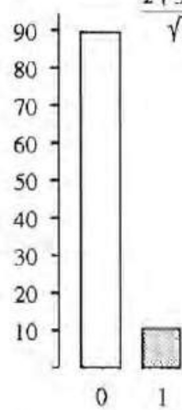
Le nombre 141414 est-il divisible par : 11 ? 101 ? 111 ?

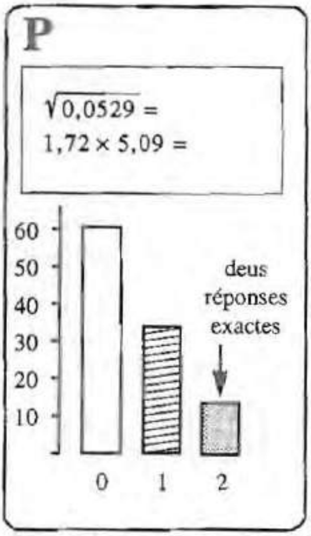


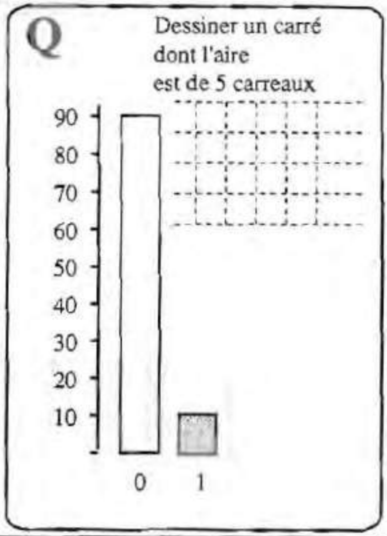
O

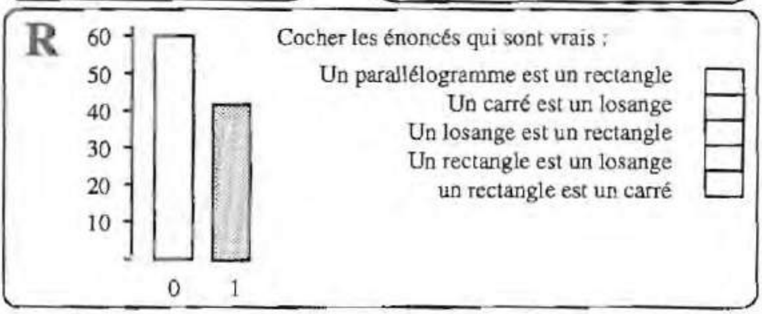
Simplifier :

$$\frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$$







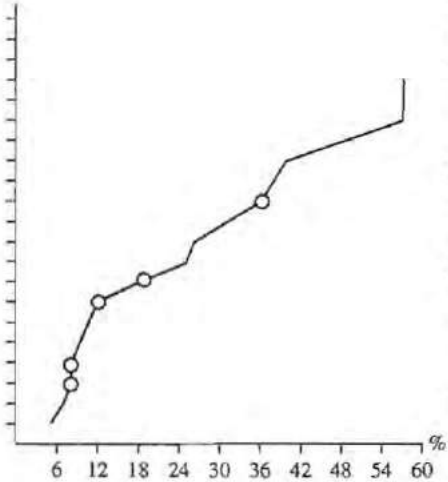


Si l'on considère les taux de réussite nets (en pourcentages) pour chaque item, le graphique qui suit indique le classement par succès décroissant.

Les items marqués d'un point sont ceux de géométrie : on voit qu'ils sont dans l'ensemble moins bien réussis, en dépit du fait que leur niveau de référence est moins élevé.

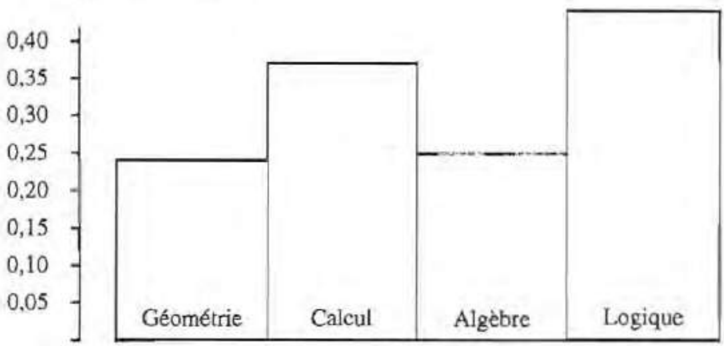
On peut être surpris de la faible réussite aux items [L] et [O] qui ne relèvent pas de compétences exigibles au collège. Mais on voit aussi qu'aucune réussite ne dépasse 60%, y compris pour les items relevant de l'enseignement élémentaire, et que les deux tiers des items sont réussis à moins de 33% *(voir graphique page suivante)*

On peut tenter des regroupements d'items : le graphique ci-dessous illustre cette démarche.



D : Inverse du double…
E : Simplifier la fraction
F : Ecrire en lettres
N : Divisibilité
F : 3/4 – 2/3…
G : Poser division
R : Quadrilatères
J : Résoudre équation
H : Comparer nombres
M : Comparer fractions
B : Construction
I : Eléments triangle
P : Calcul racine et produit
A : Ranger les nombres
C : Symétries
Q : Carré d'aire 5
L : Somme et produit

On a distingué quatre rubriques (qui ne sont pas exclusives) :
- géométrie (connaissances et savoir-faire)
- calculs élémentaires
- calcul algébrique et mise en équation
- logique et langage.



On voit que la géométrie obtient un très faible taux de succès, ainsi que les procédures de caractère algébrique. Les calculs élémentaires sont un peu mieux réussis, ainsi que les items faisant appel à une réflexion sur l'énoncé, ou des composantes logiques.

Conséquences

La population sondée se situe globalement à Bac + 3. Une première série de réflexions découle de l'état de fait. Même sans tenir compte de ce que cette population se destine, et se prépare, à l'enseignement élémentaire, y compris des mathématiques, on ne peut qu'être surpris de la réussite globalement médiocre de cette épreuve. On aurait voulu croire que l'école élémentaire et le collège, par lesquels tous ces étudiants sont passés, ont pour vocation d'établir (en mathématiques notamment) une *culture de base*, c'est-à-dire un minimum de vocabulaire, de notions, de «routines», de méthodes.

Il faut constater, soit que ces éléments n'ont pas été établis, soit qu'ils ont subi une érosion considérable dans les années ultérieures, pendant lesquelles cependant tous ces étudiants ont poursuivi des études n'excluant que rarement l'usage élémentaire des mathématiques.

Ces deux hypothèses (non exclusives) invitent donc d'abord à envisager une évaluation de même type par exemple en fin de collège et en fin de lycée. Il n'est pas certain que l'évaluation en début de Seconde atteigne ce but, ni d'ailleurs revendique cet objectif.

C'est le concept d'«élémentarité» qui doit être d'abord interrogé. La rédaction des instructions a heureusement évolué depuis quelques décennies de la notion de *programme* (collection de contenus abordés) vers la définition d'un ensemble plus nuancé de contenus et de compétences exigibles ; c'est là un déplacement du sujet, du professeur vers l'élève. Mais ces compétences exigibles le sont-elles seulement à un instant t ? Peut-on poser qu'elles sont établies définitivement ? Sinon, quel moyen se donne-t-on pour les entretenir ?

Prenons l'exemple des axes de symétrie. Les instructions de cinquième mentionnaient explicitement en 1986 : «reconnaître un axe ou un centre de symétrie». La réussite de l'item est de 9%.

Cela peut signifier que cette compétence est loin d'être atteinte en fin de Collège, ou que cette notion glisse ensuite dans un oubli profond et irrévocable. Quel est le statut requis pour cette compétence ?

Il est possible d'imaginer que bien des éléments étudiés en classe connaissent ce destin : ils ne sont pas étudiés pour eux-mêmes, mais pour exercer des *capacités* ou développer des *méthodes*, dont on veut penser qu'elles seront transférables et durablement établies. Encore faudrait-il déterminer les connaissances générales que l'on espère établir, et s'assurer qu'elles se volatilisent moins que les supports occasionnels.

Voici donc un premier programme de travail : relire les objectifs de l'école et du collège pour tenter de dresser un tableau des connaissances, des procédures, des méthodes dont la maîtrise est exigée.

Cette lecture est plutôt décevante. D'abord à cause de la confusion ordinaire des «connaissances, méthodes et compétences exigibles». Ainsi, en Quatrième, «déterminer une valeur approchée du quotient de deux décimaux» est exigible ; considère-t-on qu'il suffit de manier la calculatrice, ou peut-on exiger le calcul manuel d'une division ? L'exige-t-on encore au-delà du collège ? Toujours en Quatrième : «Tracer les bissectrices, les hauteurs, les médianes d'un triangle». Ceci suppose a fortiori qu'on en connaît une définition, et qu'on est capable de les reconnaître sur une figure. En ce cas, les items [B] et [I] ci-dessus n'auraient du présenter aucune difficulté. Mais le commentaire ajoute «on évitera de donner à ce paragraphe une place excessive», ce qui tempère un peu l'exigence...

Les instructions générales paraissent confirmer le «déplacement du sujet» évoqué ci-dessus, notamment en faisant place aux **activités**. Celles-ci sont devenue une référence obligée, (cf. n°8 de Repères-IREM) mais il ne s'agit d'une nouveauté que pour qui n'a jamais lu les instruction de 46 ou de 32, ou même de 87 (1887, bien sûr). Reconnaître l'importance de la participation du sujet à la construction des connaissances n'est pas nouveau. Mais cela décrit une méthode sans en établir le but. Et il est curieux de voir que les instructions générales, faisant place aux activités (des élèves), s'adressent aux professeurs : «les professeurs vont avoir à choisir des situations...», «le professeur est attentif au langage...», «le professeur doit toujours distinguer l'essentiel...». Curieux retournement : il n'est question que de ce que doit faire le professeur pour que les élèves fassent. Mais pour *quoi* faire ?

La seconde série de questions annoncées concerne la formation.

On n'insistera jamais assez sur le paradoxe irréductible résultant de la place du concours à la mi-temps de la formation. Il suffit : de nos jours l'économique l'emporte sur toute autre considération. Mais on n'a pas fini d'en mesurer les conséquences dévastatrices. D'autant plus que ce concours donne maintenant place majoritaire à une analyse de nature didactique et pédagogique (12 points sur 20). Quatre conséquences :

- Il est plus difficile de repérer en quelques semaines les lacunes «élémentaires» irréductibles. On voit cependant avec évidence qu'elles sont loin d'être exceptionnelles. Faut-il alors consacrer la première année (c'est-à-dire la préparation au concours) à un *rattrapage* ?
  Ce serait réduire à rien la formation professionnelle authentique.
- Si l'on reconnaît à la première année sa fonction de formation professionnelle, l'étude des situations d'apprentissages, et l'analyse pédagogique doi-

vent trouver leur place. Faute d'être établies sur des connaissances fermes, il ne s'agirait que d'un *discours* pédagogique ou didactique, qui pourrait faire illusion lors d'une épreuve écrite, mais ne signifierait rien.

- Si l'on refuse d'admettre une formation professionnelle en une année, il faut alors convenir qu'un découpage de la formation sur deux années est nécessaire. Certains IUFM ont proposé de découper selon le Programme de l'école élémentaire afin de mener de front la révision des connaissances, des compléments mathématiques, et l'étude pédagogique et didactique des situations d'apprentissage. Ceci est désormais impossible. Le programme du concours, quant au contenu, est celui de l'école et seulement lui. Ce qui veut dire que toute allusion au théorème de Pythagore, ou même aux racines carrées est hors-jeu ; que la proportionnalité est à l'ordre du jour, mais pas le théorème de Thalès… En revanche, on peut faire comparer différentes méthodes d'étude des fractions ou des décimaux. Il y a là un double dommage : il est scandaleux d'admettre que les connaissances excédant le niveau d'enseignement élémentaire sont superflues ; la connaissance d'un voisinage, et sa maîtrise, sont indispensables. Et d'autre part si l'on peut être jugé sur ses capacités professionnelles concernant l'ensemble de l'école, quel est l'objet de la seconde année ?
- La problématique est la même pour le CAPES. Mais l'héritage est un peu différent.
  La «formation professionnelle» (CPR) était tellement réduite naguère, voire inexistante, qu'on ne saurait être en -deca. D'autre part, le jury étant national, donc unique, une discussion est possible entra instances d'évaluation et de formation, c'est-à-dire une définition dialectique des exigences. Le fait que ceci n'ait encore jamais abouti ne rend pas la chose inimaginable.
  Il en va différemment pour le Concours PE. Si sa définition est nationale, sa réalisation est académique. Il semble que la confection des sujets soit clairement dissociée des instances de formation. On risque d'avoir vingt-cinq types d'exigences différents, sans aucun ajustement local.

Comment dès lors définir des principes et des contenus d'une formation articulée sur deux ans ?

Selon quelles modalités intégrer en seconde année les étudiants admis sans avoir subi de première année ?

Ces questions sont assez importantes pour justifier un débat : il doit s'ouvrir au plus vite, et ne pas être seulement interne à tel ou tel IUFM.

Il s'agissait, au début de ces pages, d'ébaucher un *état des lieux* préalable à la préparation au concours. On peut imaginer que ce constat pourrait aussi s'appliquer aux candidats, désormais très nombreux, qui ne passent pas par une première année à l'IUFM. Il ne suffit donc pas d'y répondre par un module compensatoire qui serait proposé en début de cette première année. Si on peut tenir cela pour utile, ce sera non moins nécessaire en seconde année. Une épreuve telle que celle-ci, mais non anonyme, pourrait permettre d'orienter vers ce module.

Cette question, on le voit, dépasse largement celle d'une sorte de *rattrapage technique*, ou d'une soumission à la mode de la «personnalisation des parcours». En outre rien ne permet de croire qu'il ne s'agisse que des mathématiques. La première et fondamentale nécessité de la formation est d'interroger la réalité de son propre fonctionnement, avant même de construire un modèle théorique. C'est non seulement sa crédibilité qui est en jeu, mais la cohérence, la signification, la finalité de l'enseignement élémentaire.