

Technologies nouvelles

Le coin du MATHEMATICATIEN

Michel GOSSE
POITIERS

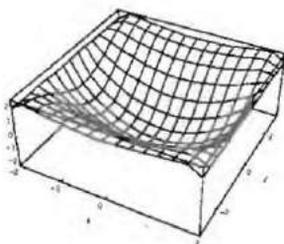
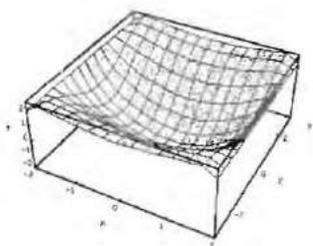
"Mathematica™" est un logiciel de mathématiques édité par Wolfram Research, qui permet de faire du calcul formel, des représentations graphiques en deux ou trois dimensions, et qui dispose d'un langage de programmation. La conception de ce logiciel repose sur une logique qui facilite son apprentissage. Cependant, les centaines de commandes disponibles effraient souvent le débutant qui se prive ainsi d'un outil fantastique, tant au niveau de la recherche mathématique que de son enseignement.

Par exemple, parmi les nombreuses possibilités offertes par Mathématique dans différents domaines des mathématiques, une des plus spectaculaires concerne la représentation des surfaces. En voici un exemple. Considérons la surface définie par :

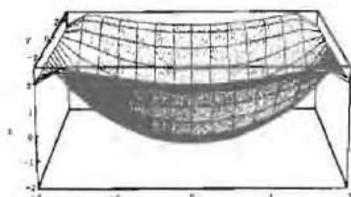
$$z = f(x,y) = \frac{x^2}{2} - \sqrt{4-x^4} \cos y, \text{ avec } x \in [-2; 2] \text{ et } y \in [-\pi, \pi].$$

Il suffit de préciser à Mathematica la fonction f des deux variables x et y et de demander la représentation graphique de la surface (Nous la nommons ("Surface" - que d'imagination! - afin de pouvoir la réutiliser. Nous donnons, pour les curieux, le codage en annexe).

On obtient la représentation graphique ci-dessous, et la suppression de l'ombre permet d'obtenir une représentation sous forme de maillage.



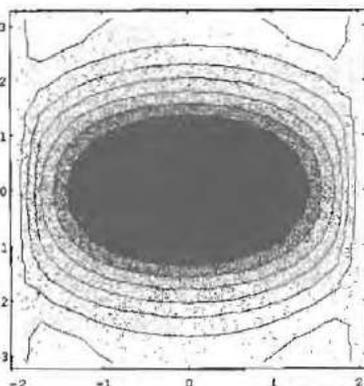
Si l'étude de cette surface nécessite un autre point de vue, nous pouvons changer la position de l'observateur en précisant les coordonnées du point où il est situé.



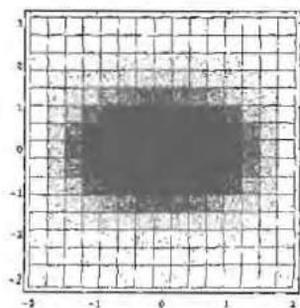
L'utilisateur dispose de deux commandes plus originales :

→ La première effectue une représentation topographique de la surface, faisant apparaître les lignes de niveau de cette dernière.

Dans une telle représentation graphique, les zones les plus claires correspondant aux plus hautes.

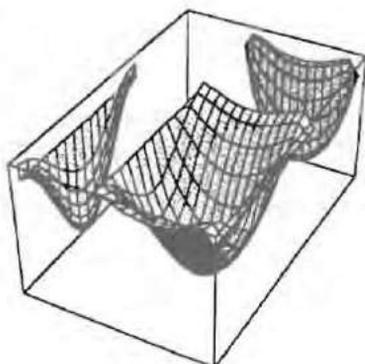
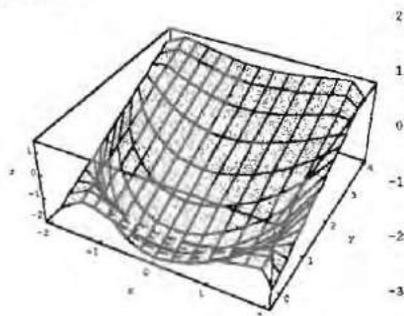


→ La deuxième utilise le même procédé, mais découpe le plan en un quadrillage régulier, les régions les plus claires correspondant aux valeurs les plus élevées.



Mathematica dispose de fonctions plus perfectionnées. On peut demander à Mathematica de projeter la surface sur les plans de coordonnées. On a, par exemple pour le dessin ci-contre, interdit la projection sur le plan yOz .

On peut aussi effectuer une projection sur un plan défini par un vecteur normal.



Pour conclure, il ne faudrait surtout pas croire qu'un logiciel, si puissant soit-il, est capable de résoudre tous les problèmes. Par exemple, pour rechercher les points critiques de f , on calcule l'expression des dérivées partielles. Mathematica fournit une réponse correcte, mais se trouve incapable de résoudre le système obtenu.

On peut cependant remarquer que Mathematica prévient l'utilisateur d'éventuelles insuffisances.

ANNEXE :

Définition de la fonction f :

```
In[1]:= f[x_,y_]:=x^2/2-Sqrt[4-x^2]*Cos[y]
```

Représentation graphique de la surface :

```
In[2]:= Surface=Plot3D[f[x,y],{x,-2,2},{y,-Pi,Pi},AxesLabel->{"x","y","z"}]
```

Représentation sous forme de maillage :

```
Shading->False
```

Changement de point de vue par la commande **ViewPoint** :

```
In[3]:=Plot3D[f[x,y],{x,-2,2},{y,-Pi,Pi},AxesLabel->
{"x","y","z"},ViewPoint->(0,-4.000,1.000)]
```

Représentation topographique :

```
In[4]:=ContourPlot[f[x,y],{y,-Pi,Pi}]
```

Quadrillage régulier :

```
In[5]:=DensityPlot[f[x,y],{y,-Pi,Pi}]
```

Pour disposer de commandes plus perfectionnées, il faut auparavant charger un fichier auxiliaire appelé "package", dont le nom est "graphic1.m". Il contient des commandes graphiques particulières.

Projection sur les trois plans de coordonnées :

```
In[4]:=<<graphics'graphic1'
```

```
In[5]:=Shadow[Surface,ZShadow->False]
```

Projection sur un plan de vecteur normal $\vec{n}(0,1,-1)$

```
In[6]:=Show[Project[Surface,{0,1,-1}]]
```

Calcul des dérivées partielles :

```
In[7]:=D[f[x,y],x],D[f[x,y],y].
```

Réponse proposée : $\left\{ x + \frac{x \cos y}{\sqrt{4-x^2}}, \sqrt{4-x^2} \sin y \right\}$

Résolution du système d'équations $\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0$

```
In[8]:=Solve[%7==0,{x,y}]
```

La réponse proposée est :

Solve::ifun: Warning: Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found.

```
Out[8]:={ }
```

Mathematica ne trouve pas de solution. On peut cependant effectuer alors une résolution approchée de ce système d'équations aux dérivées partielles.