Le renouveau de l'épreuve de maths du bac S

Michèle Gandit - Claire Helmstetter

IREM de Grenoble

Voici le compte-rendu de l'atelier intitulé *"Renouveler les sujets de bac, réflexion à propos de la série S"*, qui eut lieu le 29/10/95, lors du congrès de l'APMEP à Grenoble : plus d'une trentaine de personnes ont participé à cet atelier.

Pourquoi renouveler l'épreuve de maths du bac S

Le type et la teneur des sujets de mathématiques des baccalauréats scientifiques (S pour l'année 1994-95 ou C ou D pour les années précédentes) ont une influence considérable sur l'enseignement des mathématiques en classe de terminale S, qui n'est pas du tout propice à la formation scientifique des élèves. L'apprentissage de recettes et la multiplication des exercices-types, qui sont ceux posés au bac, permettent-ils aux élèves d'acquérir une démarche scientifique, de donner du sens aux connaissances qu'ils utilisent ? Certes, non ! En terminale, on gère l'immédiat, c'est à dire la réussite au bac, pas de place pour le travail à long terme, pour la réflexion nécessaire à l'acquisition de démarches très générales qui permettent la résolution de champs de problèmes, de connaissances nouvelles ! Aussi n'est-il pas étonnant que la plupart des élèves de terminale ne sache pas utiliser les connaissances acquises (mais ce n'est pas vraiment le mot qui convient ici) pour résoudre de véritables problèmes, c'est à dire des problèmes autres que les typiques du bac.

Le choc est alors bien rude à l'université ! Le pas est difficile à franchir entre la technique au lycée (d'ailleurs mal maîtrisée par la plupart des bacheliers) et la réflexion demandée dans l'enseignement supérieur.

Comment alors changer l'épreuve du bac de façon à diminuer la place du bachotage technique actuel en terminale et à favoriser la pratique d'un enseignement qui prépare mieux les bacheliers à la poursuite d'études supérieures, même si elles ne sont pas uniquement mathématiques ?

Une cible révélatrice

Bien sûr, de fortes contraintes pèsent sur un sujet d'examen, qu'il soit académique ou national : il doit pouvoir être corrigé par tous les enseignants de terminale, de la même façon, le plus équitablement possible, le barème ne doit rien laisser au hasard.

Pour aborder le sujet, nous avons demandé aux participants de classer du plus important au plus contestable les huit points suivants concernant une épreuve de baccalauréat.

a - Les compétences mathématiques doivent pouvoir être identifiées.

b - Un résultat indispensable pour la suite doit être donné dans l'énoncé.

c - La démarche doit être détaillée pour permettre à la majorité des candidats de traiter l'ensemble du sujet.

d - Une bonne note au bac doit indiquer un bon niveau en maths.

e - Une épreuve de bac doit faire appel à l'autonomie (analyse, contrôle, cohérence, synthèse) tout en restant de difficulté progressive.

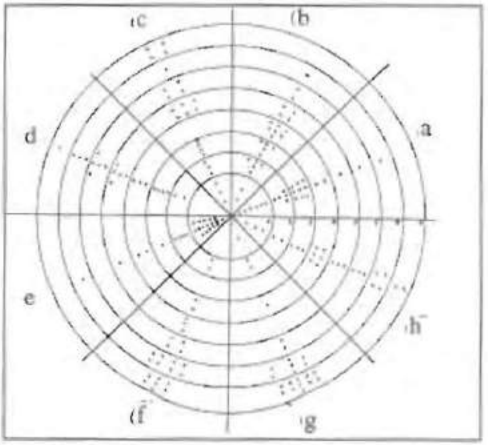
f - Une épreuve de bac doit pouvoir recueillir une moyenne de 10 avec un barème sur 20.

g - Une épreuve de bac doit traiter un vrai problème.

h - Il faut que les calculatrices n'introduisent pas d'inégalité entre les candidats.

Voici donc le bilan de cette enquête.

* Le point e arrive nettement en tête : 17 des 27 participants le placent en première position ; il est suivi du point a.
* A l'opposé, les points f et g paraissent les moins importants ou les plus contestables.
* Le point h est discuté et jugé plutôt important.



Comment renouveler

Un exemple : à propos du sujet de maths du bac S de 1995

A la place du sujet qui a été posé en juin 1995, voici ce que nous proposons, qui essaie de faire appel à l'autonomie du candidat (c'est le point e précédent), accompagné d'un barème sur 10 points.

Les courbes représentant la fonction logarithme népérien d'une part, et la fonction exponentielle d'autre part, étant données dans un repère orthonormal, l'objectif de ce problème est d'étudier leurs tangentes communes.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

On note : E et L les courbes d'équations respectives : $y = e^x$ et $y = \ln x$;

t_a la tangente à la courbe E au point d'abscisse a, où a désigne un nombre réel, t'_b la tangente à la courbe L au point d'abscisse b, b désignant un nombre réel strictement positif.

I-1) Pour chaque tangente $t_{1,5}$ et $t_{1,6}$, à la courbe E, donner la valeur exacte, ainsi qu'une une valeur approchée à 0,01 près des coordonnées du point de contact et du coefficient directeur. *1 pt*

1,5 pt Construire E, L, $t_{1,5}$, $t_{1,6}$.

2) Soit un nombre réel a et un nombre réel strictement positif b, quelconques.

0,5 pt Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la tangente t_a à E.

0,5 pt Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la tangente t'_b à L

0,5 pt Ecrire les conditions que doivent vérifier a et b pour que t_a et t'_b soient confondues.

0,5 pt En déduire une condition nécessaire, portant sur a, pour que t_a soit tangente à L.

II- On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par

$$f(x) = e^x - \frac{x+1}{x-1}$$

1 pt 1) Etudier le sens de variation de la fonction f.

1 pt 2) Déterminer les limites aux bornes de $]-\infty ; 1[$ et $]1 ; +\infty[$.

1 pt 3) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution et une seule, α dans $]1 ; +\infty[$, et une solution et une seule, β, dans
0,5 pt $]-\infty ; 1[$. Déterminer un encadrement de α entre deux décimaux
0,5 pt de la forme $\frac{n}{10}$ et $\frac{n+1}{10}$ où n est un entier. Montrer que $\beta = -\alpha$.
1,5 pt III - Combien E et L ont-elles de tangentes communes ? Les déterminer.

Un autre exemple inspiré des annales

Dans les annales, on trouve le sujet suivant.

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).

1-a) Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes l'équation $z^2 - 4z + 8 = 0$.

b) Ecrire les solutions z_1 et z_2 de cette équation sous forme algébrique et sous forme trigonométrique (z_1 est la solution dont la partie imaginaire est positive). Placer dans P les points A, d'affixe z_1 et B, d'affixe z_2.

2) On considère l'application f qui, à tout point M distinct de O et d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{1}{\overline{z}}$ où $\overline{z}$ est le conjugué de z.

a) Calculer les affixes des points A' et B', images respectives de A et B par f. Placer ces points sur la figure.

b) Montrer que, pour tout point M distinct de O, les points O, M, M' sont alignés et que $OM \cdot OM' = 1$.

3) a) Montrer que, pour tout nombre complexe non nul z, on a : $|z-2| = 2$ si et seulement si $\left|\frac{1 - 2\overline{z'}}{\overline{z'}}\right|$ où $z' = \frac{1}{\overline{z}}$

En déduire que $|z-2| = 2$ si et seulement si $\left|\frac{1}{2} - z'\right| = |z'|$

b) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre I, d'affixe 2, et de rayon 2.

i . Montrer que $[AB]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

ii. Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de O. Montrer que M' est situé sur une droite D dont on donnera une équation, placer $\mathscr{C}$ et D sur la figure.

Lorsqu'il traite cette troisième question, on peut se demander si un élève de TS comprend effectivement ce qu'il fait ! Aussi proposons-nous de remplacer la troisième question par la suivante, tout en conservant les deux premières - et c'est tout à fait discutable.

> Montrer que si M est un point du cercle de diamètre $[AB]$, distinct de O, alors M'est un point de la droite$(A'B')$. Pour cela, utiliser au choix une des deux méthodes :
> a) utiliser la forme algébrique de z et z' : $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ où x, x', y, y' désignent des réels ;
> b) soit Ω le point d'affixe 2, I le point d'affixe 1/2 ; vérifier qu'il s'agit de montrer que $\Omega M = 2$ implique $OM' = IM'$; utiliser les modules.

Compte-rendu du débat

Du débat qui a suivi, on peut retenir les points suivants.

1 - Remise en question de la structure "un problème et deux exercices".

On souhaite davantage de liberté sur ce point et voir disparaître ces énoncés de problème alourdis par une multitude de questions intermédiaires, sous prétexte que l'on donne obligatoirement à traiter aux candidats un problème. Ce grand problème de juin 95 a été vraiment raccourci dans notre proposition ! Pourquoi ne pas proposer plusieurs exercices - plus de trois - chacun traitant de thèmes différents ?

2 - Introduction d'un QCM tout en gardant une partie à rédiger.

Cette proposition de Questionnaire à Choix Multiples a été largement approuvée : certes il a été reconnu que l'élaboration d'un QCM de qualité était une tâche difficile, mais la correction était très facile. Plusieurs collègues nous ont fait part de leurs expériences en la matière, tout en recommandant de ne pas se lancer seul dans la fabrication d'un tel sujet. L'IREM de Rennes a déjà travaillé sur ce thème depuis quelques années.

Cependant proposer uniquement un QCM comme épreuve au bac est rejeté par la majorité des participants à l'atelier, qui reste attachée à évaluer la capacité à rédiger des candidats.

Il a d'ailleurs été rappelé que des instructions officielles datant de l'année scolaire 94-95 mentionnaient la possibilité que soient posées au baccalauréat des questions où il serait demandé de répondre par "vrai ou faux" en le justifiant.

3 - Faire des sujets laissant place à l'autonomie du candidat.

La majorité des collègues rejettent ces sujets où on évalue, d'une part, la capacité du candidat à tirer profit de la lecture d'un énoncé - la réponse à beaucoup de questions étant donnée dans la question suivante - d'autre part, son aptitude à "entrer dans la démarche" de l'auteur du sujet. Mais le problème à traiter est souvent tellement découpé en questions intermédiaires que les candidats réussissent à traiter chacune d'elles sans voir le sens global de la démarche suivie, même si le but est annoncé au début de l'énoncé. Très peu de place est laissée à l'évaluation de compétences majeures : émettre des conjectures, prendre de l'initiative dans le choix d'une méthode, faire une synthèse.

Certes il semble difficile de faire un sujet d'examen permettant l'évaluation de ces trois points à l'intérieur du même problème. Aussi remettons-nous en question, encore une fois, la structure "un problème et deux exercices". Un sujet constitué de plusieurs exercices différents permettrait d'ailleurs non seulement d'évaluer ces compétences - une seule par exercice par exemple - , mais aussi des connaissances dans beaucoup de domaines - et certains des participants à l'atelier étaient attachés à ce qu'un sujet de bac puisse "couvrir" une bonne partie du programme.

Il est possible de changer les choses en douceur. Même si l'on continue à poser un "problème", il peut être constitué de plusieurs parties, indépendantes, la dernière partie permettant d'évaluer la capacité du candidat à faire une synthèse : cette synthèse doit toutefois lui être demandée sans qu'elle soit découpée en multiples questions. Le choix d'une méthode pour traiter un exercice peut être laissé au candidat parmi quelques-unes qui lui sont suggérées - et non pas fléchées en détails - .

4 - L'utilisation de la calculatrice ne doit pas favoriser certains candidats.

Il est essentiel qu'un candidat qui possède une calculatrice performante, comme les dernières qui viennent d'apparaître sur le marché, n'ait pas davantage de chances de réussir son épreuve de mathématiques que celui qui possède une calculatrice de bas de gamme.

Si l'on continue à ne pas interdire la calculatrice au baccalauréat, ou bien nous devons donner les courbes relatives aux problèmes d'analyse, l'expression des dérivées, les résultats des calculs d'intégrales..., ou bien nous devons confectionner des sujets où les renseignements donnés par toute calculatrice ne favorisent en rien les candidats qui en possèdent une de haut de gamme.

5 - Remise en question de l'existence de l'épreuve orale

La majorité des collègues trouve qu'il est impossible de juger correctement un candidat à l'oral.

L'existence de cette épreuve orale de rattrapage remet d'ailleurs en cause la valeur des sujets posés à l'écrit. Supprimer cet oral permettrait non seulement des économies d'argent, mais rendrait aussi le traitement des candidats plus équitable.

Conclusion

Renouvelons les sujets du baccalauréat ! C'est possible !

Ce n'est que par ce moyen que nous pourrons augmenter (ou introduire) une autre forme d'enseignement en terminale, donnant d'une part à chaque élève la possibilité - et c'est la moindre des choses - d'acquérir des compétences, qui lui seront certes très utiles pour de futures études scientifiques - et non pas seulement mathématiques -, mais lui évitant aussi le dressage auquel il doit se soumettre actuellement, en totale contradiction avec le droit que doit avoir chaque citoyen de penser librement et d'acquérir une certaine autonomie.