

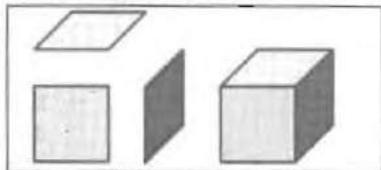
Des carrés, des parallélogrammes, des cubes...

Une aide pour "voir" dans l'espace

François Drouin
Lorraine

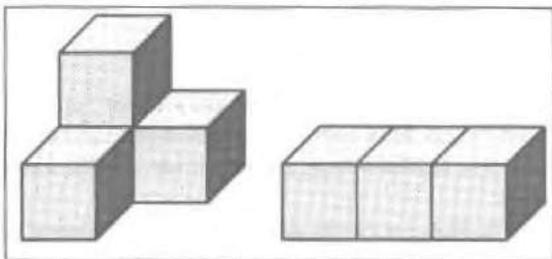
Premiers objets utilisés, en particulier en Sixième

Avec deux parallélogrammes et un carré découpés dans un revêtement de sol, il est possible de visualiser un cube en perspective.

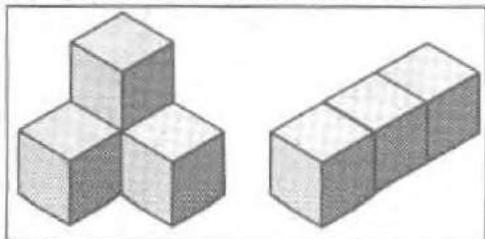
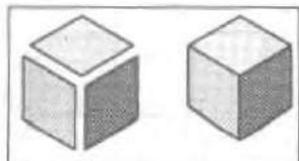


Il est même possible de visualiser des assemblages de cubes.

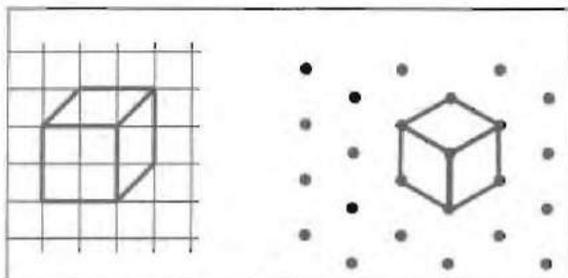
Au fait, tous les assemblages de quatre cubes sont-ils représentables ainsi ?



La même démarche et la même question sont envisagées par les losanges ayant des angles de 60° et 120°

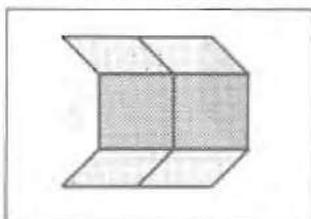


Le maniement de ces pièces permet aux élèves la réalisation des représentations, le dessin étant ensuite réalisé sur papier quadrillé ou sur papier pointé triangulé, après que le modèle choisi pour le dessin de la perspective a été expliqué.



Remarque: La vision de réseaux formés de losanges colorisés avec trois couleurs correspondant aux trois types de "positions" des losanges fait apparaître des remarques comme: «On voit des cubes», même chez des élèves de l'école élémentaire n'ayant pas travaillé avec ce type de représentation.

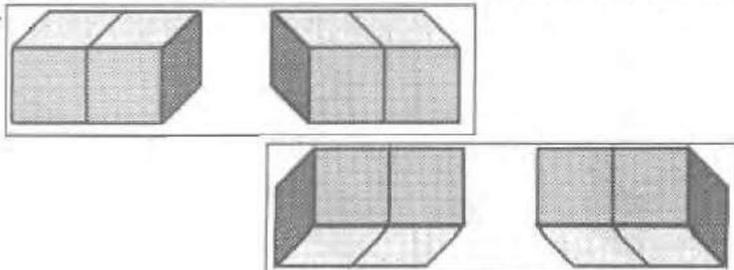
Des difficultés demeurent



Régulièrement apparaît ce type de représentation qui, par ailleurs, n'a pas son correspondant dans la représentation utilisant des losanges.

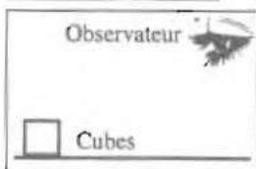
Deux cubes en bois sont alors posés sur la table et accolés. Les faces visibles des deux cubes assemblés sont touchées avec le doigt et on les compare à la représentation construite sur la table. Les erreurs se corrigent petit à petit.

De plus, les élèves prennent ainsi conscience que les représentations suivantes correspondent à des positions différentes de l'objet réel par rapport au regard.





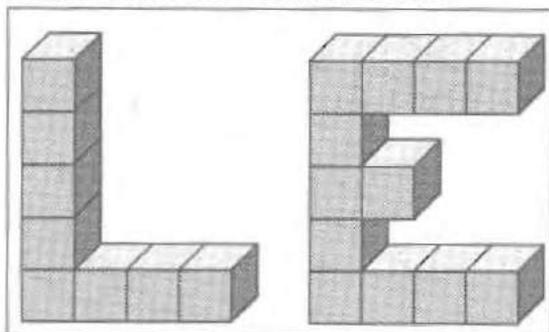
Une autre remarque: Cette forme est parfois perçue comme la représentation des deux cubes posés sur la table, devant l'observateur, les faces 1 étant le dessus des cubes.



Cette perception évolue lorsque l'objet s'éloigne de l'œil, tout en restant sur la table.

La représentation  devient quasi-générale, la face considérée comme "face avant" pose moins de problèmes.

Lettres couchées - Lettres debout



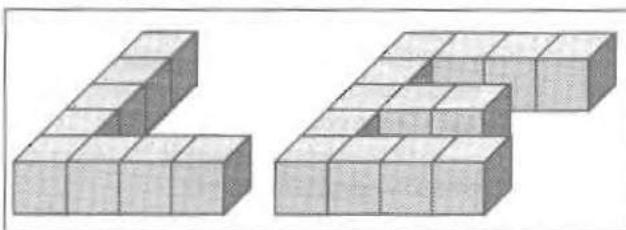
A l'aide de rétro-projecteur, de telles lettres sont montrées sur le mur de la classe.

On remet aussi aux élèves une feuille de papier sur laquelle se trouve leur reproduction.

Les élèves doivent représenter ces lettres

avec des cubes en bois. Le "L" peut être réalisé debout, mais le "E" pose problème.

On propose alors de réaliser ces lettres "couchées" sur la table et de des-



siner ce qui est réalisé. Cela donne un dessin semblable à celui représenté ci-contre.

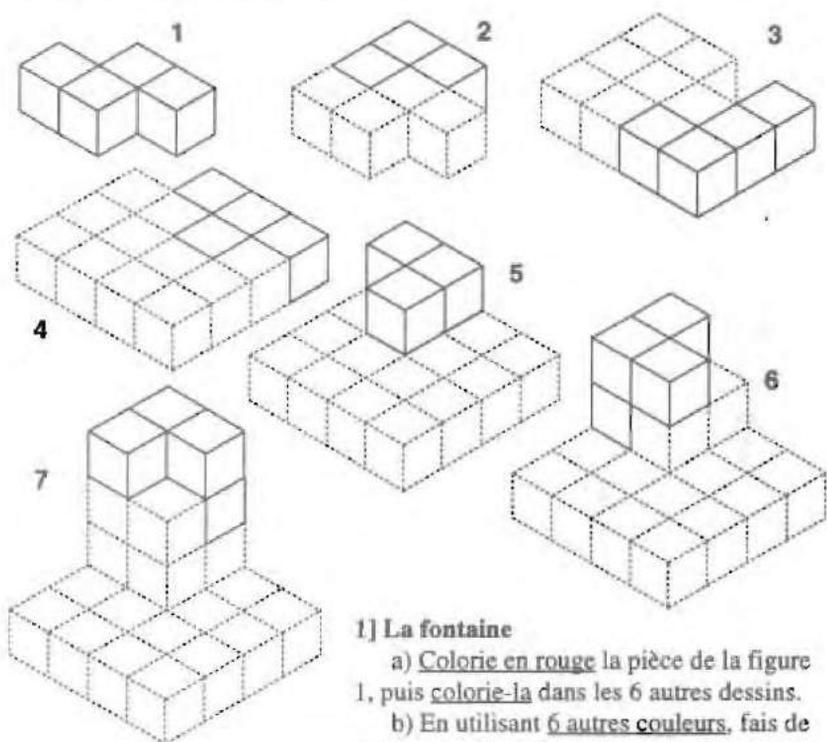
Il est à remarquer que

certains élèves de 4^{ème} d'Aide et de Soutien (15/16 ans) ne parviennent pas à dessiner les cubes posés sur la table et reproduisent les lettres projetées sur le mur et dessinées sur la feuille élève.

Il est possible que ces élèves ne parviennent pas à distinguer le "vertical" du tableau du "vertical" de leur feuille de papier. Comment comprennent-ils réellement les mots "HORIZONTAL" et "VERTICAL" utilisés par les créateurs de mots croisés ?

Usage de POLYCUBES

La manipulation des sept pièces du cube SOMA permet le travail avec le type de représentation ci-dessous, extraite de la brochure «*Autour du cube SOMA*» de l'IREM de Lorraine.



1] La fontaine

a) Colorie en rouge la pièce de la figure 1, puis colorie-la dans les 6 autres dessins.

b) En utilisant 6 autres couleurs, fais de même pour les autres pièces accolées l'une après l'autre pour former la fontaine.

c) Et maintenant, manipule les pièces en bois pour vérifier ton travail.

2]

a) Colorier en rouge la pièce posée en 1, la colorier dans les six autres dessins, puis faire de même pour les autres pièces.

b)- Colorier d'une même couleur les faces ayant même direction.

c) Pour chacune des sept étapes,

- compter le nombre de cubes placés

- colorier et compter le nombre de cubes de chaque couche.

d) Colorier d'une même couleur les cubes dont on voit les trois faces,

d'une deuxième couleur les cubes dont on voit deux faces et d'une troisième couleur les cubes dont on ne voit qu'une seule face.

Chaque élève a à sa disposition les sept pièces du cube SOMA, peintes de sept couleurs différentes.

En fin d'année, après plusieurs autres activités de ce type, pratiquement tous les élèves de sixième réussissent les coloriations demandés en a), b), c) et d). Ceci n'aurait sans doute pas été réalisé sans la manipulation et la vision des sept pièces du jeu.

Quelques remarques extraites de la discussion engagée pendant l'atelier

- Attention à ne pas trop privilégier certaines représentations.
- Horizontal-Vertical : sûrement un problème pour les élèves, mais comment le régler ?
- Il serait intéressant d'introduire cette démarche dès l'école élémentaire.
- Il ne faut pas limiter l'utilisation d'objets aux élèves de sixième et aux élèves en grande difficulté. Prismes, boules, cônes et pyramides peuvent être observés et touchés.
- La manipulation des cubes peut régler le problème des "trous" ou des cubes "saillants mais cachés" dans les représentations d'assemblages de cubes.
- L'utilisation d'objets et de casse-tête n'a pas fait perdre de vue aux élèves qu'ils faisaient des mathématiques, ce qui nous amène à la question posée en fin de présentation de cet atelier : «*En manipulant des objets, fait-on encore des mathématiques ?*»

Les participants, dans leur ensemble, semblaient répondre par l'affirmative. En complément, voici quelques mots extraits de la préface du livre «*Mathématiques dans la réalité*» - CEDIC, d'E.Castelnuovo et M. Barra :

«*La réalité est, de toute façon, toujours présente : on part de la réalité, on recherche dans la réalité, on tire, après avoir mathématisé, des règles de comportement pour la réalité.*»

Un peu de lecture supplémentaire :

E. Castelnuovo, M. Barra, *Mathématiques dans la réalité* - CEDIC
IREM de Clermont-Ferrand, *L'espace au collège*.

D. Boggini, F. Drouin, *Autour du cube SOMA*, IREM de Lorraine.

M. Gaildry, A. Regnard, F. Drouin, *Des objets à toucher et à manipuler en mathématiques*. Académie Metz-Nancy-Dispositif de valorisation des réusites