

**Les conférences des Journées Nationales APMEP
de Grenoble 1995**

Les mathématiques entre souveraineté et servitude (1)

Dominique LECOURT (2)

Professeur de Philosophie
à l'Université Denis Diderot - Paris 7

Comment un philosophe se rendant à l'invitation de mathématiciens pourrait-il éviter d'évoquer pour commencer la figure historique et légendaire de celui auquel les lie une dette commune : Pythagore. Le "Samien aux longs cheveux" (Jamblique) qui le premier se désigna lui-même comme "philosophe" - non point un sage, ce qui serait divin, mais un amoureux de la sagesse. Le maître austère d'une école aristocratique qui enseignait aux jeunes gens qu'il faut, dans le monde comme dans la vie des hommes, préférer le commencement à la fin, l'aurore au crépuscule, les dieux aux démons, les héros aux hommes... Car il fut aussi, au moins selon Aristote, l'un des premiers mathématiciens de la Grèce, celui qui a systématisé l'arithmétique grecque, décimale et nominative - alors que la numération chaldéenne était sexagésimale et de position; celui qui a arraché la géométrie aux mesures des arpenteurs pour en faire un enseignement rationnel et, d'après Proclus, a le premier démontré le "théorème des trois carrés" qui depuis porte son nom. Certains affirment qu'il démontra le premier l'"irrationalité" de la diagonale du carré. Il fut enfin assurément l'auteur en musique de la première théorie des trois accords fondamentaux (quinte, quarte, octave) et de l'unité musicale, le ton, définie comme l'excès d'intervalle entre la quarte et la quinte.

1 - Cette conférence fut prononcée le samedi 28 octobre 1995 à l'Université Joseph Fourier de Grenoble par Pascal NOUVEL, assistant de D. LECOURT

2 - Membre fondateur, en 1983, du Collège International de Philosophie, Dominique LECOURT a centré sa réflexion sur les relations entre sciences, philosophie et société. Auteur d'une douzaine d'ouvrages, passionné par les tâches de formation et de vulgarisation, il dirige aux Presses Universitaires de France la Nouvelle Encyclopédie Diderot et la nouvelle collection «Sciences, histoire et société». Son dernier ouvrage, à paraître, s'intitule «*Prométhée, Faust, Frankenstein: Fondements imaginaires de l'éthique*» (Les empêcheurs de penser en rond, Paris, Avril 1996).

L'ensemble de ces recherches venaient s'unifier dans une imposante conception du "cosmos" - autre mot dont Pythagore serait l'inventeur - qui faisait ressortir l'ordre et la beauté du Monde. Celui-ci était aux yeux des pythagoriciens représenté par une figure géométrique et par le nombre arithmétique qui lui est naturellement apparenté: le pentagramme, c'est-à-dire l'étoile à cinq branches dont Méphistophélès sut plus tard faire bon usage.

Par le *Timée* de Platon, cette doctrine cosmologique a profondément et très durablement marqué la pensée en Occident. La tradition dite hermétique s'est emparé de la thèse pythagoricienne de l'harmonie de l'univers et n'a cessé de jouer de l'analogie musicale qui s'y attache. L'âme de chacun, sous réserve de quelques exercices ascétiques où le lait et le miel avaient leur part, était supposée capable d'entrer en résonance avec la musique des sphères.

Ce pythagorisme empreint de mysticisme a traversé les siècles, résistant aux sarcasmes d'Aristote. Il a joué un rôle que les historiens ont trop longtemps négligé dans la naissance de la science moderne. S'y rattachent aussi bien Nicolas de Cues que Raymond Lulle, Johannes Kepler que Giordano Bruno.

Dans les premières pages de ses fameux *Dialogues* de 1632, Galilée lui-même n'hésite pas à prendre la défense de Pythagore, mais en prenant soin de le détacher de toute interprétation mystique. "Que les mystères, écrit-il, qui ont mené Pythagore et sa secte à tant vénérer la science des nombres soient les niaiseries qu'on peut couramment lire et entendre, je ne le crois pas du tout".

Contre les scolastiques qui acceptaient d'Aristote l'idée que les mathématiques ne pouvaient s'appliquer qu'aux mouvements parfaits des astres - c'est-à-dire circulaires -, Galilée, se réfère en fait à un autre courant du pythagorisme, celui qu'illustre le nom d'Archimède. Il ne s'agit plus d'affirmer que "Tout est nombre", et que les nombres doivent être considérés comme les "principes" (*archai*) de tous les êtres. Dans *L'Essayeur (Il Saggiatore)*, on peut lire la célèbre formule : "La nature est un grand livre écrit en langage mathématique dont les caractères sont les triangles, cercles et autres figures géométriques sans le moyen desquelles il est impossible de la comprendre". L'idée que la nature fût un livre n'était pas nouvelle: on la trouve par exemple chez Francis Bacon. Au temps de la Réforme, elle a valeur de justification théologique et de polémique épistémologique. Si le Créateur a écrit deux livres (la Bible et la Nature), il est aussi pieux de déchiffrer le second que d'interpréter le premier; si la Nature est elle-même un livre, mieux vaut s'atteler à sa lecture directe que de se vouer à la lecture des Traités (Aristote) qui ont été écrits à son propos.

Mais Galilée est le premier à dire que ce livre est écrit en caractères géo-

métriques. Cette thèse lui paraît "prouvée" par les succès d'Archimède. C'est un recours inédit à la statique qui lui permet de former un concept nouveau et original du mouvement. Un "experiment" est une question que nous posons à la nature et qui doit être formulée dans un langage approprié. Alexandre Koyré commentait: "La révolution galiléenne peut être résumée dans le fait de la découverte de ce langage, de la découverte que les mathématiques sont la grammaire de la science physique. C'est cette découverte de la structure rationnelle de la matière qui a formé la base a priori de la science *expérimentale* moderne et a rendu sa constitution possible". Galilée n'entreprend guère d'élaborer le fondement métaphysique de cette révolution. On lit cependant à la fin de la première journée du Dialogue à propos de la géométrie et de l'arithmétique: "en ces sciences l'intellect divin peut bien connaître infiniment plus de propositions que l'intellect humain, puisqu'il les connaît toutes, mais à mon sens la connaissance qu'a l'intellect humain du petit nombre de celles qu'il comprend parvient à égaler en certitude objective la connaissance divine... Je dirai que la vérité que nous font connaître les démonstrations mathématiques est celle-là même que connaît la sagesse divine".

Descartes, qui ne dissimule pas, dans sa correspondance, son admiration pour Galilée, trouve ces arguments un peu courts. S'il admet la certitude des vérités mathématiques qui ont "leur vraie et immuable nature" et désignent des essences éternelles qui s'imposent à notre pensée lorsque je les conçois clairement et distinctement, il lui paraît indispensable de fonder cette certitude attestée par leur évidence sur la véracité divine. L'intervention de Descartes a pour intérêt de montrer ce qui fut philosophiquement en jeu au cours de la "rupture" qui d'Aristote à Galilée marqua la pensée des rapports entre mathématiques et monde sensible. Ce n'est point simplement un retour au "platonisme" comme on le dit souvent, mais la question de l'*espace* qui se trouve au cœur des débats. En identifiant la matière à l'étendue, Descartes engage certes la physique dans une impasse, comme on le lui a très souvent reproché depuis Leibniz et Newton. Mais son géométrisme trouve son complément dans cette métaphysique lourde de conséquences. Descartes soutient qu'il existe deux substances créées par Dieu - la substance étendue (*res extensa*) et la substance pensante (*res cogitans*). Autrement dit l'espace fait figure non seulement d'essence (mathématique) de la matière mais du *réel* lui-même faisant face à la pensée qui entreprend de le connaître.

La position de Newton lui-même, si opposé qu'il se soit montré à Descartes, se trouve marqué par le pythagorisme de Galilée. L'espace absolu "vrai et mathématique" qui figure parmi les premières définitions des Principia (1687) apparaît comme un réceptacle, une pure forme indifférente à

son contenu, même si la présence de Dieu y est *in fine* supposée pour rendre compte de l'action immédiate à distance des forces qui s'y déploient. Il ne restera plus à Kant qu'à faire de cet espace une forme de la sensibilité du sujet connaissant pour donner la forme la plus épurée de cette souveraineté mathématique, laquelle lui permettra d'écrire dans les Premiers principes métaphysiques d'une science de la nature que "dans une doctrine quelconque il n'y a de scientifique que ce qui y est mathématiques". En 1830, Auguste Comte écrit la troisième leçon de son Cours de philosophie positive. Elle est intitulée " Considérations philosophiques sur l'ensemble de la science mathématique". Les mathématiques dont il veut accomplir l'unité sont premières dans l'ordre encyclopédique du savoir. Il note pour commencer: "Quoique la science mathématique soit la plus ancienne et la plus parfaite de toutes, l'idée générale qu'on doit s'en former n'est point encore nettement déterminée " .

Se référant explicitement à Lagrange, il retient la définition selon laquelle les mathématiques sont "la science qui a pour but la mesure des grandeurs". Mais il l'approfondit en expliquant qu'elles représentent le moyen qu'a trouvé l'esprit humain pour mesurer des grandeurs lorsqu'elles ne lui sont pas directement accessibles.

En élargissant cette définition, il avance que "l'esprit mathématique consiste à regarder toujours comme liées entre elles toutes les quantités que peut présenter un phénomène quelconque dans la vue de les déduire les unes des autres.

Du coup, les mathématiques apparaissent comme fournissant "l'idée juste et approfondie de ce que c'est qu'une science". Toute science ne consiste-t-elle pas dans la coordination des faits ? La science n'est-elle pas essentiellement destinée à dispenser, autant que le permettent les divers phénomènes, de toute observation directe ? De là aux yeux de Comte que "toute éducation scientifique qui ne commence point par une telle étude pêche nécessairement par sa base".

Le positivisme qui tient que la science doit s'abstenir de toute interrogation sur les causes des phénomènes pour se contenter de formuler mathématiquement les lois qui manifestent les régularités des faits observés donne la version la plus "dure" d'une position épistémologique qui s'était transmise de génération en génération depuis Descartes.

Il reste cependant qu'il y eut dans cette histoire de la pensée scientifique quelques sérieuses dissonances. La plus notable d'entre-elles provenant de la plume de Leibniz qui s'en prit aussi bien à Descartes qu'à Newton. Il refusait l'identification cartésienne de la matière à l'étendue pour réintroduire en physique la notion de "force". Mais c'est à ses yeux nuisible à la religion

comme à la science de supposer comme Newton un Dieu perpétuellement présent, actif, dans l'espace. Quelle faiblesse pour l'horloger d'avoir toujours à réparer sa montre ! Quelle dérision d'assimiler ainsi les lois de la nature à un miracle perpétuel. L'espace n'est pas un réceptacle des choses; il n'est que leur "ordre de coexistence". Le réel n'est jamais qu'un ensemble de possibles qui entretiennent des rapports de tension pour se réaliser.

Le mathématicien et philosophe Gilles Châtelet a bien fait apparaître récemment la ligne qui de Leibniz va vers Grassmann en passant pas Schelling. On voit se dissoudre le contraste de continu et du discret. Il suffit, si l'on peut dire, d'avoir égard à leur engendrement pour se convaincre qu'il s'agissait d'une "opposition factice". Résultat: un nouveau type d'intuition géométrique, au-delà des oppositions classiques inhérentes aux philosophes de la représentation (sujet-objet, forme-contenu...). Tout repose sur l'affirmation philosophique de l'unité fondamentale du produit et de la productivité, et d'une productivité qui ne s'épuise pas dans son produit. Tous les concepts essentiels de la géométrie s'animent: le point, la ligne...

Avant Gilles Châtelet, deux philosophes qui avaient l'un et l'autre été mathématiciens, le français Gaston Bachelard et le suisse Ferdinand Gonseth, s'étaient retrouvés unis contre la version du positivisme que le Cercle de Vienne tenta d'imposer en Europe au début des années trente. Dans le *Nouvel esprit scientifique*, Bachelard écrivait: "Ce qui peut donner lieu de penser que l'esprit scientifique reste au fond de même espèce à travers les rectifications les plus profondes, c'est qu'on n'estime pas à sa juste valeur le rôle des mathématiques dans la pensée scientifique...". Et il ajoutait: "On a répété sans fin que les mathématiques étaient un langage, un simple moyen d'expression. On s'est habitué à les considérer comme des outils à la disposition d'une raison consciente d'elle-même, maîtresse d'idées pures douées d'une clarté antimathématique"...

Bachelard dénonce cette vue philosophique des mathématiques qu'a imposée la version dominante du rationalisme moderne. L'essence des mathématiques consiste à ses yeux dans leur pouvoir d'invention. Et dans l'un de ses derniers ouvrages épistémologiques, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, il y revient en ces termes: "Il faut rompre avec ce poncif cher aux philosophes sceptiques qui ne veulent voir dans les mathématiques qu'un langage. Au contraire la mathématique est une pensée, une pensée sûre de son langage. Le physicien pense l'expérience avec cette pensée mathématique".

Cette pensée mathématique, ne serait-elle pas comme il le pensait aussi le plus précieux à transmettre dans l'enseignement ? Cela supposerait que l'antique alliance entre mathématiciens et philosophes soit renouée.